

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.08.015

SM 模型不同数据组合时沥青混合料的参数比较

周鹏鸿, 韩 丁

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘 要: 西格摩德(Sigmoidal, SM)模型是构建沥青混合料主曲线的常用材料本构模型, 文章基于不同类型实验数据获取待定参数后分析该本构模型在通用性上的差异; 采用 SM 模型表征沥青混合料的动态模量, 并得到相位角、存储模量和耗散模量的表达式; 构建 3 种拟合函数 F_E 、 $F_{E\varphi}$ 和 F_{SL} , 分别是采用动态模量、动态模量+相位角和存储模量+耗散模量的实验数据进行参数识别。结果表明, 基于沥青混合料主曲线的 R^2 值、Black 图和 Cole-Cole 图的重合性等指标, 3 种拟合函数的推荐顺序从优到劣均为 $F_{E\varphi}$ 、 F_{SL} 、 F_E 。

关键词: 沥青混合料; Sigmoidal 模型; 主曲线; 动态模量; 相位角; 存储模量; 耗散模量

中图分类号: U414

文献标志码: A

文章编号: 1003-5060(2026)08-1107-06

Impact of different data combinations on parameter identification of SM model for asphalt mixture

ZHOU Penghong, HAN Ding

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The Sigmoidal(SM) model is a commonly used material constitutive model for constructing the master curve of asphalt mixture. This paper analyzes the differences in universality of the constitutive model based on obtaining undetermined parameters from different types of test data. The SM model is used to characterize the dynamic modulus of asphalt mixture, and the expressions of phase angle, storage modulus and loss modulus are obtained. Three fitting functions F_E , $F_{E\varphi}$ and F_{SL} are constructed, and the test data of dynamic modulus, dynamic modulus combined with phase angle, and storage modulus combined with loss modulus are used for parameter identification, respectively. The results show that based on various indicators such as the R^2 value of the master curve of asphalt mixture and the concurrency of the Black graph and Cole-Cole graph, the preferential sequence of these three fitting functions is $F_{E\varphi} > F_{SL} > F_E$.

Key words: asphalt mixture; Sigmoidal(SM) model; master curve; dynamic modulus; phase angle; storage modulus; loss modulus

0 引 言

沥青混合料的材料性能同时受到温度和加载频率的影响, 为了综合考虑这 2 个因素, 可以基于时-温等效原理构建沥青混合料材料指标的主曲线。

西格摩德模型(Sigmoidal, SM)是《力学-经验路面设计指南》中采用的一种数学方程, 且已被广泛用于构建沥青混合料各类指标的主曲线。文献[1]通过 SM 模型和位移因子 WLF(Williams-Landel-Ferry)拟合得到不同应力状态下沥青混合料动、静模量的统一表征主曲线, 为沥青路面在

收稿日期: 2024-04-16; 修回日期: 2024-07-03

基金项目: 交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室开放课题资助项目(KF2021-02)

作者简介: 周鹏鸿(1997—), 男, 安徽六安人, 合肥工业大学硕士生;

韩 丁(1982—), 男, 安徽肥东人, 博士, 合肥工业大学副教授, 硕士生导师, 通信作者, E-mail: handing@hfut.edu.cn.

不同使用环境下的力学响应分析提供了参数;文献[2]基于 SM 模型建立不同老化程度沥青混合料的动态模量主曲线,通过室内老化试验评价室外路面的实际力学性能;文献[3]采用 SM 模型构建 3 类沥青稳定碎石混合料的动态模量主曲线,并探究该曲线对集料公称最大粒径、加载频率及温度的影响规律。

SM 模型包含 4 个无量纲的待定参数,可以基于不同的实验数据拟合获得这些待定参数。文献[4]采用动态模量实验数据对 SM 模型的待定参数进行拟合,构建了沥青混合料的动态模量主曲线并进行预测;文献[5]通过 K-K (Kramers-Kronig) 近似关系和 SM 模型表征的动态模量得到了相位角的表达式,并同时基于动态模量和相位角的实验数据对 SM 模型的待定参数进行拟合;文献[6]基于存储模量和耗散模量的实验数据对 SM 模型的待定参数进行了拟合。

SM 模型的参数获取过程会对其通用性产生重要的影响。已有的研究虽然采用了不同类型的实验数据对 SM 模型的待定参数进行了拟合,但对同一种沥青混合料,没有分析采用不同类型实验数据时 SM 模型拟合参数的差异性和优劣性。因此,本文致力于评估不同类型实验数据下 SM 模型参数的拟合效果。

1 主曲线的构建

1.1 位移因子

利用时-温等效原理转换实验数据时,不同的位移因子 α_T 会得到不同的结果。构建沥青混合料主曲线时常用位移因子 WLF^[7],相关计算式为:

$$\lg \alpha_T = \frac{-C_1(T - T_{\text{ref}})}{C_2 + (T - T_{\text{ref}})} \quad (1)$$

其中: C_1 、 C_2 为待定参数; T_{ref} 为参考温度,本文 T_{ref} 取为 20 °C; T 为试验温度。

在某参考温度下,减缩角频率 ω_r 计算式^[7]为:

$$\omega_r = \alpha_T \omega \quad (2)$$

其中, ω 为温度 T 下的角频率。

1.2 SM 模型

由于沥青基材料具有明显的温度和频率相关的黏弹性特征,常采用复数模量、动态模量、存储模量和耗散模量等来描述材料特性,相关计算式^[6]为:

$$E^*(\omega_r) = |E^*| e^{i\varphi} =$$

$$|E^*| \cos \varphi + i |E^*| \sin \varphi \quad (3)$$

$$E'(\omega_r) = |E^*| \cos \varphi \quad (4)$$

$$E''(\omega_r) = |E^*| \sin \varphi \quad (5)$$

$$|E^*(\omega_r)| = \sqrt{E'(\omega_r)^2 + E''(\omega_r)^2} \quad (6)$$

其中: $E'(\omega_r)$ 为存储模量; $E''(\omega_r)$ 为耗散模量; 复数模量的模 $|E^*(\omega_r)|$ 为动态模量; φ 为相位角。

选用 SM 模型^[7]作为表征沥青混合料动态模量主曲线的材料本构模型,计算式为:

$$\lg |E^*(\omega_r)| = \delta + \frac{\alpha}{1 + \exp(\beta + \gamma \lg \omega_r)} \quad (7)$$

其中: $\delta + \alpha$ 和 δ 分别为主曲线的上、下渐近线值; β 和 γ 为主曲线的形状控制系数。

动态模量和相位角的关系可以采用近似的 Kramers-Kronig (K-K) 法则表示^[7],计算式为:

$$\varphi(\omega_r) \approx \frac{\pi}{2} \frac{d(\lg |E^*(\omega_r)|)}{d(\lg \omega_r)} \quad (8)$$

将式(7)代入式(8),得相位角 $\varphi(\omega_r)$ 的表达式为:

$$\varphi(\omega_r) = -\frac{\pi}{2} \alpha \gamma \exp(\beta + \gamma \lg \omega_r) \times [1 + \exp(\beta + \gamma \lg \omega_r)]^2 \quad (9)$$

其中: $\varphi(\omega_r)$ 为相位角; 其余参数与式(7)相同。

将式(7)和式(9)分别代入式(4)和式(5),可以得到存储模量和耗散模量的表达式。

1.3 拟合函数

将式(4)、式(5)、式(7)、式(9)分别记作拟合函数 F_S^{fit} 、 F_L^{fit} 、 F_E^{fit} 、 F_φ^{fit} 。由于减缩角频率 ω_r 的存在,每个拟合函数中需要的参数包括 SM 模型的材料参数 (δ , α , β , γ) 和位移因子 WLF 的待定参数 (C_1 , C_2)。

通过室内扫频试验,可获取各频率 ω 和温度 T 组合时沥青混合料的实验数据。将存储模量、耗散模量、动态模量和相位角的实验数据分别记作 E_S^{test} 、 E_L^{test} 、 E^{test} 和 φ^{test} 。以动态模量 $E^{\text{test}}[\omega(j), T(k)]_j=1, \dots, a (k=1, \dots, b)$ 为例,表示为 a 种频率 b 种温度组合下共计 $a \times b$ 组动态模量实验数据。

在参考温度 20 °C 下,选择不同的拟合函数和相应的实验数据,可以拟合得到参数 (δ , α , β , γ , C_1 , C_2) 的值。根据拟合得到的参数 (C_1 , C_2) 值,位移因子 WLF 按式(1)、式(2)将 E_D^{test} 转换成了使用减缩频率的实验数据 $E^{\text{test}}[\omega_r(i)]_{i=1,2,\dots,a \times b}$,记作 $E^{\text{test}}(i)$;根据拟合得到的参数 (δ , α , β , γ) 值,按式(7)计算 $\omega_r(i)$ 处的动态模量 $E^{\text{fit}}[\omega_r(i)]_{i=1,2,\dots,a \times b}$,记作 $E^{\text{fit}}(i)$ 。按照类似的方法,得到 $E_S^{\text{test}}(i)$ 、 $E_S^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_L^{\text{test}}(i)$ 、 $E_L^{\text{fit}}(i)$ 、 $\varphi^{\text{test}}(i)$ 和 $\varphi^{\text{fit}}(i)$ 。

构建 3 种拟合函数 F_E 、 F_{E_φ} 和 F_{SL} ,分别是采用

沥青混合料动态模量、动态模量+相位角和存储模量+耗散模量的实验数据进行拟合的,相关计算公式为:

$$F_E = \sum_{i=1}^M \left| \frac{E_D^{\text{fit}}(i) - E_D^{\text{test}}(i)}{E_D^{\text{test}}(i)} \right| \quad (10)$$

$$F_{E\varphi} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^M \left| \frac{E_D^{\text{fit}}(i) - E_D^{\text{test}}(i)}{E_D^{\text{test}}(i)} \right| + \sum_{i=1}^M \left| \frac{\varphi^{\text{fit}}(i) - \varphi^{\text{test}}(i)}{\varphi^{\text{test}}(i)} \right| \right) \quad (11)$$

$$F_{SL} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^M \left| \frac{E_S^{\text{fit}}(i) - E_S^{\text{test}}(i)}{E_S^{\text{test}}(i)} \right| + \sum_{i=1}^M \left| \frac{E_L^{\text{fit}}(i) - E_L^{\text{test}}(i)}{E_L^{\text{test}}(i)} \right| \right) \quad (12)$$

其中: M 为离散数据点的数量; $E_D^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_S^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_L^{\text{fit}}(i)$ 和 $\varphi^{\text{fit}}(i)$ 分别为第*i*个减缩角频率对应的动态模量、存储模量、耗散模量和相位角的拟合

值; $E_D^{\text{test}}(i)$ 、 $E_S^{\text{test}}(i)$ 、 $E_L^{\text{test}}(i)$ 和 $\varphi^{\text{test}}(i)$ 分别为第*i*个减缩角频率对应的动态模量、存储模量、耗散模量和相位角的实验数据。

2 材料及其数据

分别选取沥青路面中常用的密级配沥青混合料 AC13^[8]和 AC20^[9],依据我国《公路工程沥青及沥青混合料试验规程》(JTG E20—2011)^[10]和美国国家公路协会规范 AASHTO T342—2011(2019)^[11]的要求进行动态模量试验。

2组沥青混合料的动态模量和相位角实验数据分别如图 1a、图 1b 所示。将动态模量和相位角实验数据依次代入式(4)、式(5),可以分别得到 2组沥青混合料的存储模量和耗散模量实验数据,如图 1c、图 1d 所示。

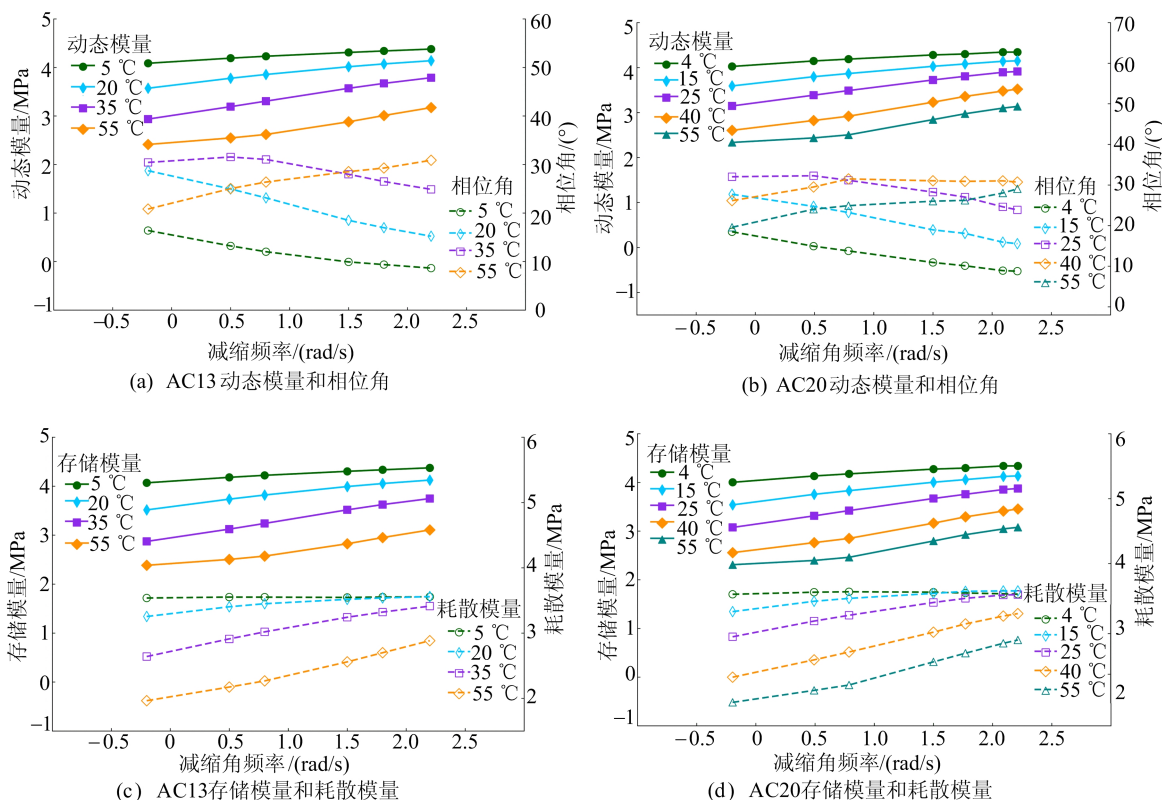


图 1 沥青混合料的实验数据

3 主曲线的比较

分别选用式(10)~(12)所示的 3 种拟合函数 F_E 、 $F_{E\varphi}$ 和 F_{SL} ,并依据图 1 中相应的实验数据和位移因子 WLF 拟合得到 3 组 SM 模型的材料参数(δ 、 α 、 β 、 γ)。将这 3 组参数分别代入式(7)、式(8)和式(4)、式(5),得到 3 组动态模量、相位角、存储模量和耗散模量的拟合曲线,结果如图 2

所示,图 2 中的散点为利用时-温等效原理平移后的实验数据。

采用拟合优度 R^2 来评价拟合效果。如果 R^2 越接近 1,那么拟合效果越好。其相关计算公式^[12]为:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^K (d_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^K (d_i - d_u)^2} \quad (13)$$

其中: d_i 为第*i*个数据点; d_u 为所有数据点的均

值; f_i 为第 i 个拟合点; K 为数据点的个数。

应注意到,某些拟合曲线和 R^2 是预估得到的。以沥青混合料 AC13 和拟合函数 F_E 为例,通过动态模量实验数据拟合得到 SM 模型的材料参数($\delta, \alpha, \beta, \gamma$)和位移因子 WLF 的待定参数(C_1, C_2),根据式(1)、式(2)得到一系列减缩角频率 $\omega_r(i)$;图 2a 中动态模量的 R^2 是拟合时产生的结果。

将拟合得到的参数($\delta, \alpha, \beta, \gamma$)值分别代入式(8)、式(4)、式(5),得到相位角、存储模量和耗

散模量的预估拟合曲线,并根据减缩角频率 $\omega_r(i)$ 得到预估拟合值 $\varphi^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_s^{\text{fit}}(i)$ 和 $E_L^{\text{fit}}(i)$ 。将这些预估拟合值与 $E_s^{\text{test}}(i)$ 、 $E_L^{\text{test}}(i)$ 和 $\varphi^{\text{test}}(i)$ 分别代入式(13),得到图 2a 中相位角的 R^2 、图 2b 中存储模量和耗散模量的 R^2 。

从图 2 可以看出,对于 2 种沥青混合料 AC13 和 AC20 而言,3 种拟合函数 F_E 、 $F_{E\varphi}$ 和 F_{SL} 对动态模量和存储模量的拟合效果都很好;而 F_E 对相位角和耗散模量的预估拟合曲线的 R^2 值都较差。

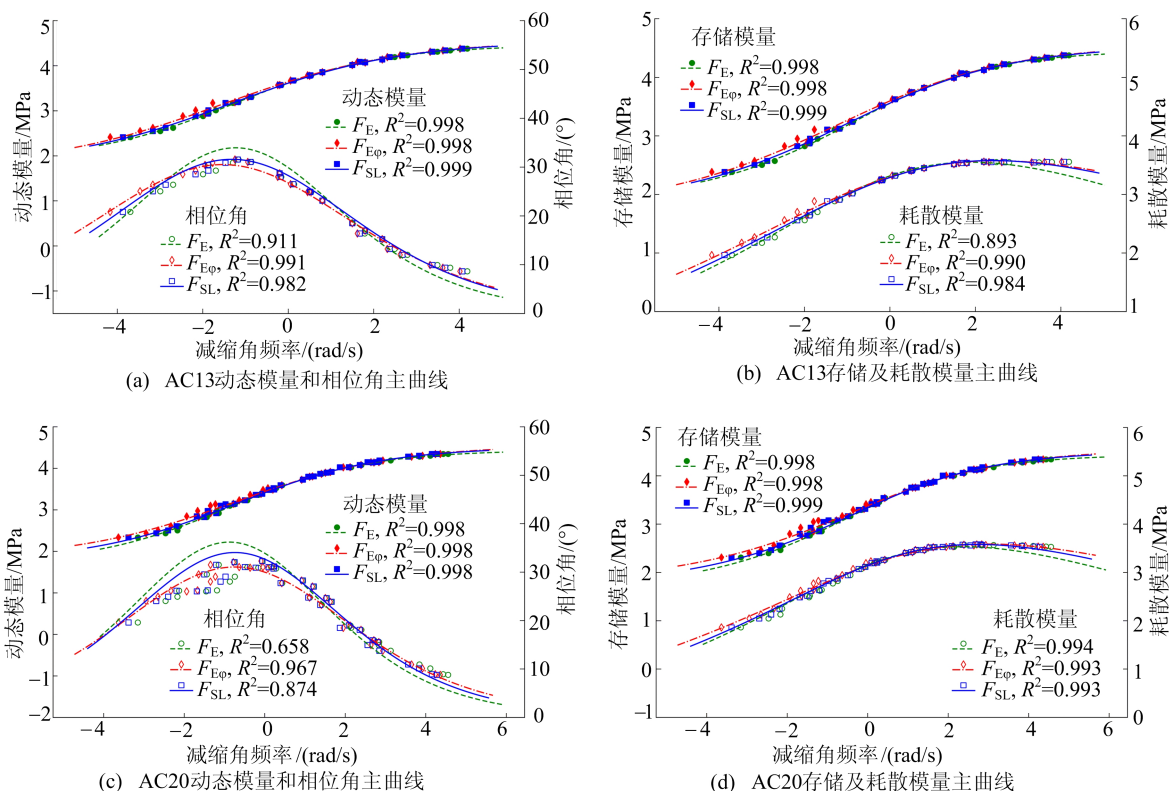


图 2 不同 SM 模型拟合参数值引起的主曲线差异性

$F_{E\varphi}$ 对相位角拟合曲线的 R^2 值和 F_{FL} 对耗散模量拟合曲线的 R^2 值都较好; $F_{E\varphi}$ 对耗散模量预估拟合曲线的 R^2 值要优于 F_{SL} 对相位角预估拟合曲线的 R^2 值。因此,从沥青混合料主曲线的 R^2 来看,3 种拟合函数推荐顺序从优到劣依次为 $F_{E\varphi}$ 、 F_{SL} 、 F_E 。

4 Black 图与 Cole-Cole 图的比较

为了验证上述结论,本文分别选用 Black 图和 Cole-Cole 图进行分析,相关结果如图 3 所示。图 3 中:散点数据从图 1 中获取;拟合曲线数据为图 2 中获得的拟合值或预估拟合值 $E^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_s^{\text{fit}}(i)$ 、 $E_L^{\text{fit}}(i)$ 和 $\varphi^{\text{fit}}(i)$ 。若拟合曲线与散点数据

的重合性越高,则表明拟合或预估拟合的效果越好。

从图 3 可以看出:对于 2 种沥青混合料 AC13 和 AC20,采用 F_E 时,相位角、存储模量和耗散模量为预估拟合值,因此 Black 图和 Cole-Cole 图都为预估拟合曲线;采用 $F_{E\varphi}$ 时,存储模量和耗散模量为预估拟合值,因此 Black 图为拟合曲线, Cole-Cole 图为预估拟合曲线;采用 F_{FL} 时,动态模量和相位角为预估拟合值,因此 Cole-Cole 图为拟合曲线, Black 图为预估拟合曲线。从 Black 图和 Cole-Cole 图的重合性指标来看,3 种拟合函数的推荐顺序从优到劣依次为 $F_{E\varphi}$ 、 F_{SL} 、 F_E 。

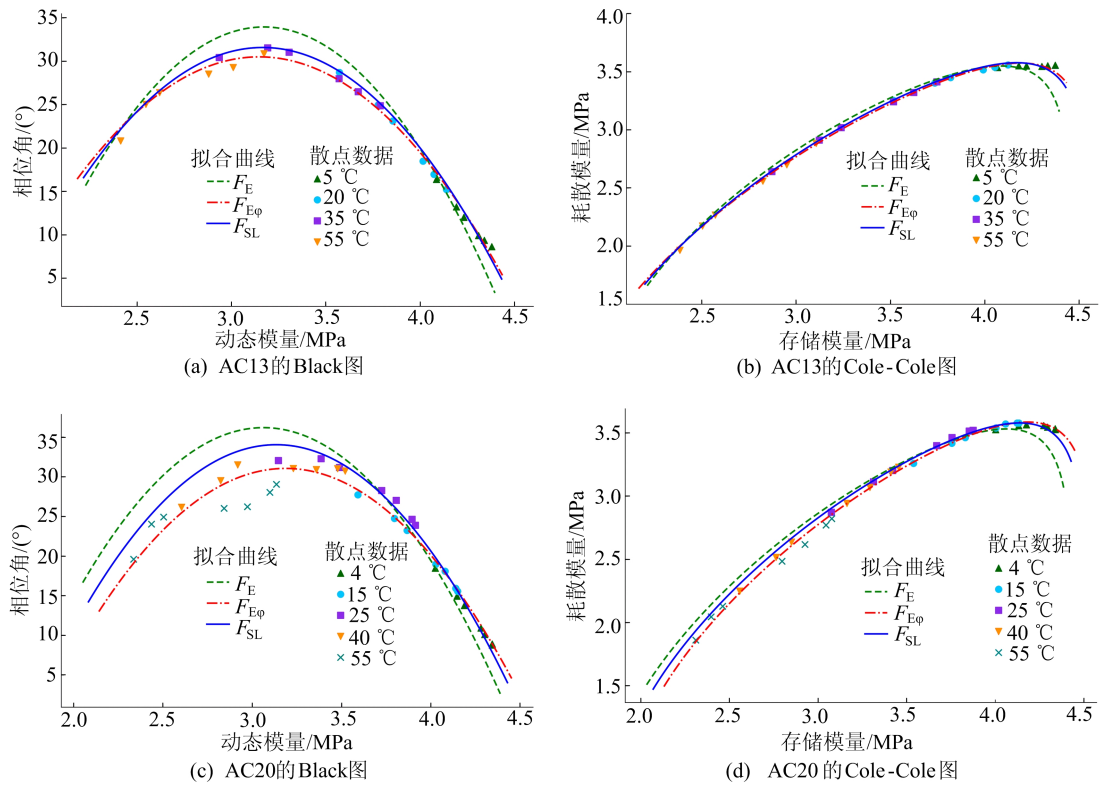
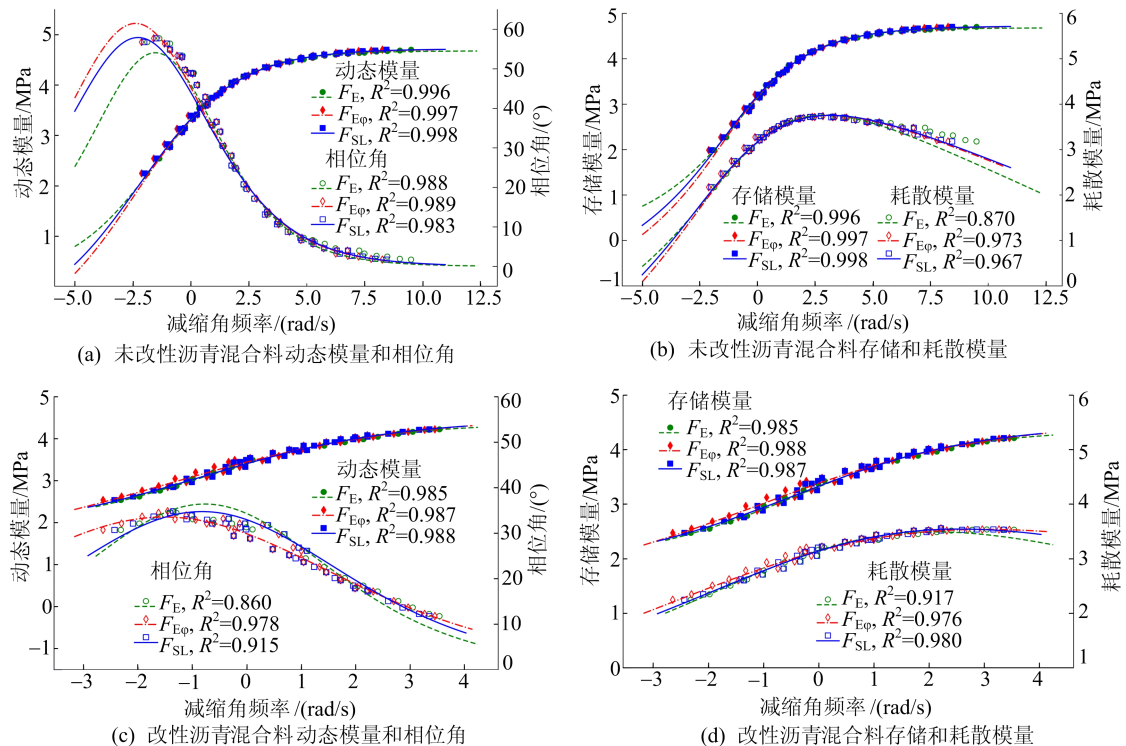


图 3 不同 SM 模型拟合参数值引起的 Black 图和 Cole-Cole 图差异性

5 讨 论

为了验证上述结论的普遍性,分别选取未改性沥青混合料^[13]、改性沥青混合料^[14]和老化沥青混合料^[15]的实验数据,分析 3 种拟合函数在构

建各类主曲线时的差异性,拟合结果如图 4 所示。由图 4 可知,对于不同类型的沥青混合料数据,基于 R^2 值指标得到 3 种拟合函数的推荐顺序从高到低依次为 $F_{E\phi}$ 、 F_{SL} 、 F_E ,这与前面得到的结论一致。



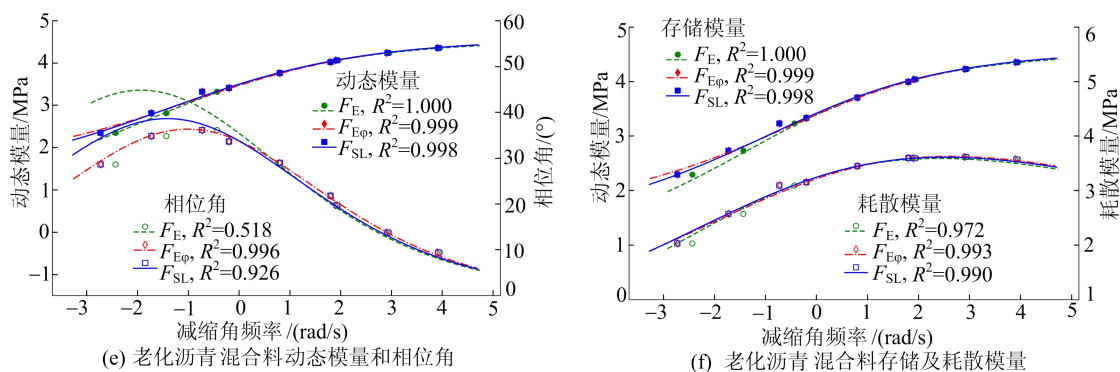


图 4 不同类型沥青混合料引起的主曲线差异性

6 结 论

1) 当需要表征沥青混合料的动态模量和存储模量主曲线时,3种拟合函数 F_E 、 $F_{E\phi}$ 和 F_{SL} 均可以较好构建。

2) 当需要表征沥青混合料的相位角、耗散模量等各类黏弹性指标时,推荐采用拟合函数 $F_{E\phi}$ 。

【参 考 文 献】

- [1] Liu H, Li Y, Fan G, et al. Uniform moduli characterization of asphalt mixtures under dynamic and static loading conditions[J]. Case Studies in Construction Materials, 2023, 19: e02527.
- [2] 张金喜, 姜凡, 王超, 等. 室内外老化沥青混合料动态模量评价[J]. 建筑材料学报, 2017, 20(6): 937-942.
- [3] 索智, 谭伟天, 张亚, 等. 骨架密实型沥青稳定碎石混合料动态模量研究[J]. 建筑材料学报, 2022, 25(2): 206-213.
- [4] Chen H, Saba R G, Liu G, et al. Influence of material factors on the determination of dynamic moduli and associated prediction models for different types of asphalt mixtures[J]. Construction and Building Materials, 2023, 365: 130134.
- [5] Xi L, Luo R, Liu H. Effect of relative humidity on the linear viscoelastic properties of asphalt mixtures[J]. Construction and Building Materials, 2021, 307: 124956.
- [6] Liu H, Zeiada W, Al-Khateeb G G, et al. A framework for linear viscoelastic characterization of asphalt mixtures[J]. Materials and Structures, 2020, 53(2): 32.
- [7] Moon K H, Cannone Falchetto A, Park H W, et al. Effect of different rheological models on the distress prediction of composite pavement[J]. Materials, 2020, 13(1): 229.
- [8] Liu H, Luo R, Lv H. Establishing continuous relaxation spectrum based on complex modulus tests to construct relaxation modulus master curves in compliance with linear viscoelastic theory[J]. Construction and Building Materials, 2018, 165: 372-384.
- [9] Zhao Y, Liu H, Bai L, et al. Characterization of linear viscoelastic behavior of asphalt concrete using complex modulus model[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2013, 25(10): 1543-1548.
- [10] JTG E20—2011 公路工程沥青及沥青混合料试验规程[S].
- [11] AASHTO T 342—2011(2019) Standard method of test for determining dynamic modulus of hot mix asphalt (HMA) [S].
- [12] Esra' a I A, Abo-Qudais S A. Hot mix asphalt time-temperature shifting and fitting techniques; a comparative study[J]. Construction and Building Materials, 2017, 146: 514-523.
- [13] Nguyen Q T, Di Benedetto H, Sauzet C. Effect of fatigue cyclic loading on the linear viscoelastic properties of bituminous mixtures[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2015, 27(8): C4014003.
- [14] Zhou J, Chen X, Fu Q, et al. Dynamic responses of asphalt concrete waterproofing layer in ballastless track[J]. Applied Sciences, 2019, 9(3): 375.
- [15] Sirin O, Paul D K, Khan M S, et al. Effect of aging on viscoelastic properties of asphalt mixtures [J]. Journal of Transportation Engineering, Part B: Pavements, 2019, 145(4): 04019034.

(责任编辑 吴 亮)