

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.07.021

三维边坡稳定可靠性分析方法研究

周刚¹, 贾森林², 商兆涛¹, 徐善进², 卢坤林²

(1. 芜湖市轨道(隧道)交通工程质量安全监督站, 安徽 芜湖 241000; 2. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:二维边坡稳定性的可靠性研究日趋成熟,然而三维边坡稳定性可靠度分析方法仍需进一步研究,文章在随机场理论基础上,改进了概率密度权重法,嵌入基于构造滑动面正应力分布的三维极限平衡法中,提出了基于构造滑动面正应力分布概率密度权重法的三维边坡稳定可靠性分析方法,且考虑了不确定参数对边坡最危险滑动面形状及分布的影响。结果表明,该方法大大提高可靠度分析的计算效率、降低计算成本、保障一定的精度。该研究成果为三维边坡稳定可靠性的理论研究提供了一种思路。

关键词:边坡工程;可靠性;稳定性;滑面正应力;概率密度权重法

中图分类号: TU432.1

文献标志码: A

文章编号: 1003-5060(2026)07-1003-06

Research on reliability analysis methods for 3D slope stability

ZHOU Gang¹, JIA Senlin², SHANG Zhaotao¹, XU Shanjin², LU Kunlin²

(1. Wuhu Rail(Tunnel) Traffic Engineering Quality and Safety Supervision Station, Wuhu 241000, China; 2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The reliability research on two-dimensional slope stability has matured over time. However, methods for analyzing the reliability of three-dimensional slope stability require further investigation. Grounded in the theory of stochastic fields, the weighted uniform simulation has been enhanced and incorporated into the three-dimensional limit equilibrium method based on the normal stress distribution on the constructed sliding surface, thereby proposing a reliability analysis method for three-dimensional slope stability utilizing the weighted uniform simulation for the normal stress distribution on the constructed sliding surface. The method takes into consideration the influence of uncertain parameters on the shape and distribution of the most critical sliding surface of the slope. The research outcomes demonstrate a significant improvement in the computational efficiency of reliability analysis using this method, leading to reduced computational costs while maintaining precision. This study provides valuable insights into theoretical approaches to assess the reliability of three-dimensional slope stability.

Key words: slope engineering; reliability; stability; normal stress over sliding surface; weighted uniform simulation

0 引言

随着工程规模的扩大和复杂性的增加,边坡稳定性分析面临着越来越多的挑战。当前,边坡

稳定可靠性研究主要方法有一阶可靠度法、高阶可靠度法、响应面法、蒙特卡洛法等^[1-4]。其中,蒙特卡洛法应用最为广泛,但这种方法计算量庞大,实用性受限,因此,一些研究致力于提高蒙特卡洛

收稿日期:2024-01-31;修回日期:2024-05-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52079121);安徽省自然科学基金资助项目(2208085ME149)

作者简介:周刚(1968—),男,安徽阜阳人,芜湖市轨道(隧道)交通工程质量安全监督站正高级工程师;

卢坤林(1980—),男,安徽合肥人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师,通信作者,E-mail: lukunlin@hfut.edu.cn.

法的计算效率。文献[5]对蒙特卡洛法进行了改进,提出在不确定空间内均匀分布样本点,并将样本点的概率密度值作为权重因子,通过逼近最可能失效点和识别失效区域,降低样本点的计算次数和成本;文献[6]在文献[5]基础上对样本点的选取方法进行了改进,提出依据样本点的权重进行排序,通过设定可靠度指标的收敛准则,避免对权重极低的样本点进行评估,该方法明显降低了计算成本,但仍然对非失效域内的大量样本点进行了评估,存在较大的改进空间;文献[7]在概率密度权重法基础上进行了改进,以 500 组样本为例得到理想的边坡可靠度计算结果,因此其能在保证结果足够精确的情况下,大大提高可靠度分析的计算效率,降低计算成本。

在三维边坡稳定性分析方法方面,文献[8]采用含有 3 个待定参数的滑面正应力的假设模式,建立了一般形状边坡三维极限平衡法;文献[9]假定滑面正应力分布函数满足三维瑞典法的正应力,采用含有 5 个待定参数的多项式函数进行修正,建立了满足 6 个平衡方程的三维边坡严格极限平衡解答;文献[10]通过对经典条柱进行受力分析,推导出滑面正应力的分布函数(含 5 个待定参数),建立了满足滑体所有平衡条件的严格三维极限平衡法。

本文基于三维极限平衡法,构建了边坡不确定分析的显式极限状态函数,并利用改进的概率密度权重法建立三维边坡稳定可靠性研究模型,分析土体参数自相关距离和黏聚力变异性对边坡稳定可靠性影响,为边坡稳定性评估提供了一种理论方法。

1 滑面正应力分布边坡可靠度分析方法

1.1 改进的概率密度权重法

1.1.1 基本原理

概率密度权重法是在蒙特卡洛法可靠度计算方法基础上改进所得,通过蒙特卡洛法确定不确定性空间范围,用均匀抽样代替随机变量的原有分布类型进行抽样,使样本点均匀布满不确定性空间全域,大大降低计算成本。

对于高维问题,概率密度权重法运用蒙特卡洛法得到边坡失效概率 P_f 为:

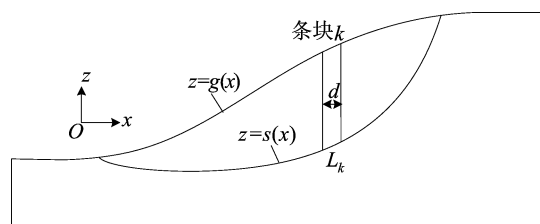
$$P_f \cong \frac{\sum_{i=1}^N I(x_i) f(x_i)}{\prod_{i=1}^N L_i \sum_{i=1}^N f(x_i) \frac{N}{\prod_{i=1}^N L_i}} =$$

$$\sum_{i=1}^N I W_i / \sum_{i=1}^N W_i \quad (1)$$

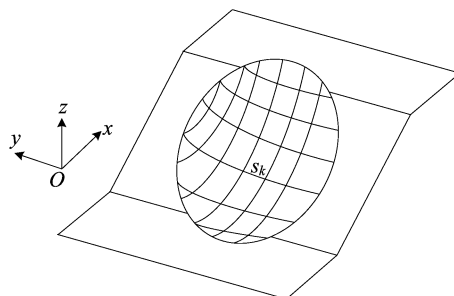
其中: $\prod L_i$ 为各个随机变量取值区间的长度乘积; N 为样本点数量; $f(x_i)$ 为各随机变量联合概率密度函数; I 为二值变量,在失效域时为 1,在安全域时为 0; W_i 为随机均匀分布样本点的权重因子,为每个样本点 X_i 的所有随机变量 $(x_1, x_2, \dots, x_M)$ 的概率密度函数 $f_j(x_{ji})$ 乘积, M 为随机变量个数。

1.1.2 改进的概率密度权重法

现有概率密度权重法都是基于随机变量模型进行边坡稳定可靠性分析,然而随机变量模型认为空间上的土体是均质的,忽略土体参数空间变异性。为考虑抗剪强度参数空间变异性边坡稳定可靠性分析,基于概率密度权重法理论思想,结合构造滑面正应力分布极限平衡法,通过对概率密度权重法进行改进,提出了基于构造滑面正应力分布概率密度权重边坡稳定可靠性分析方法。该方法在计算边坡失效概率时,只需考虑滑动面上土体参数的不确定性对边坡稳定可靠性影响。因此,基于土体参数随机场模型,对概率密度权重法进行改进。由于随机变量具有自相关性,为简化计算模型,采用局部平均法计算滑动面上随机变量概率密度因子。对边坡滑动面进行条分,如图 1 所示。



(a) 条块划分示意图



(b) 网格划分示意图

图 1 滑体示意图

取条块范围内的随机变量概率密度均值进行计算,则式(1)中 W_i 为:

$$W_i = \prod_{k=1}^m \frac{\int_{S_k} f(x_{i1}) dS}{S_k} \prod_{k=1}^m \frac{\int_{S_k} f(x_{i2}) dS}{S_k} \dots \prod_{k=1}^m \frac{\int_{S_k} f(x_{in}) dS}{S_k} \quad (2)$$

为保证此方法边坡失效概率计算精度,本研究采用局部平均法计算随机变量概率密度因子对边坡失效概率的影响,引入网格面积 S_k 、自相关距离 l_x 和 l_y 、乘积比 μ_{3D} 进行边坡失效概率收敛性分析。计算公式如下:

$$\mu_{3D} = \frac{S_k}{l_x l_y} \quad (3)$$

1.2 构造滑面正应力分布严格极限平衡法

基于 K-L 展开法^[11] 分别获得内摩擦角三维平稳随机场连续函数和黏聚力三维非平稳随机场连续函数:

$$\varphi(x, y, z, \theta) = \mu_\varphi + \sigma_\varphi \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_i^\varphi} f_i^\varphi(x, y, z) \xi_i(\theta) \quad (4)$$

$$c_0(x, y, z, \theta) = \mu_c + \sigma_c \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_i^c} f_i^c(x, y, z) \xi_i(\theta) \quad (5)$$

$$c(x, y, z) = c_0(x, y, z, \theta) \times \left(\frac{\mu_{c0} + kz}{\mu_{c0}} \right) + kz \frac{c_0(x, y, z, \theta)}{\mu_{c0}} \quad (6)$$

滑面正应力分布形式^[8]为:

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y) \quad (7)$$

其中: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为待定参数; σ_0 为初始滑面正应力,即三维瑞典法条柱法的滑面正应力。

该极限平衡法考虑整个滑体沿 3 个坐标轴方向的力平衡和绕垂直滑体滑动方向(y 轴)的力矩平衡,忽略了 x 轴和 z 轴力矩平衡条件,具体表达式为:

$$\iint \sigma_\sigma^y dA = 0 \quad (8)$$

$$\iint (\sigma_\sigma^x + \tau_\tau^x) dA = 0 \quad (9)$$

$$\iint (\sigma_\sigma^z + \tau_\tau^z) dA - W = 0 \quad (10)$$

$$\iint (\sigma_\sigma^z + \tau_\tau^z) x dA - \iint (\sigma_\sigma^x + \tau_\tau^x) s dA = M \quad (11)$$

其中: $W = \iint w dx dy$; $M = \iint w x dx dy$ 。

将式(4)~(7)代入式(8),经过整理得到三维随机场边坡安全系数表达式为:

$$t_3 F_S^3 + t_2 F_S^2 + t_1 F_S + t_0 = 0 \quad (12)$$

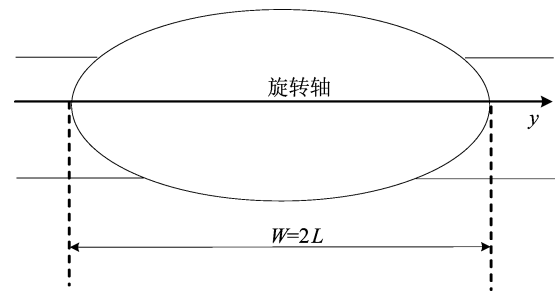
其中, t_0, t_1, t_2, t_3 为已知量,具体实现过程参见文献[8]。

1.3 三维最危险滑动面识别

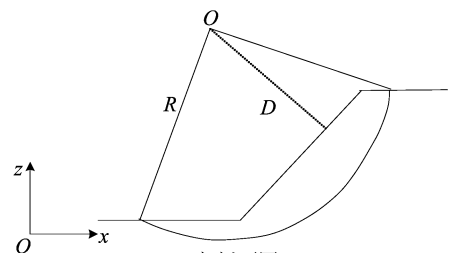
针对均质或类均质边坡,文献[12]假定三维边坡滑动面为幂函数绕垂直于滑面旋转轴(y 轴)旋转所得,滑动面示意图如图 2 所示,其方程可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \frac{(z-z_0)^2}{R^2} &= \left[1 - \left(\frac{y}{L^*} \right)^n \right]^2, y \geq 0; \\ \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \frac{(z-z_0)^2}{R^2} &= \left[1 - \left(\frac{-y}{L^*} \right)^n \right]^2, y < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

其中: n 为正实数; $(x_0, 0, z_0)$ 为旋转中心 O 的坐标; R 为二维边坡滑动面转动半径,即滑动面最大旋转半径; L^* 为 y 方向滑动面的半轴长度。设滑体的最大长度为 $2L$, 则 $L^* = L[R/(R-D)]^{1/n}$, D 为坡体到旋转轴最近距离。



(a) 俯视图



(b) 主剖面图

图 2 滑动面示意图

通过改变参数 n 的取值,模拟各种可能的滑动面。当 $n=1$ 时,滑动面为圆锥面;当 $n=2$ 时,滑动面为旋转抛物面。

1.4 计算流程

考虑土体基本物理力学参数(黏聚力、内摩擦角)作为独立随机变量分析三维边坡稳定可靠性。同时,基于构造滑面正应力分布非严格极限平衡法获得三维边坡安全系数显示解(式(9)),建立三维边坡安全极限状态显示函数,即

$$Z(X) = F_S - 1 \quad (14)$$

计算流程如图 3 所示。

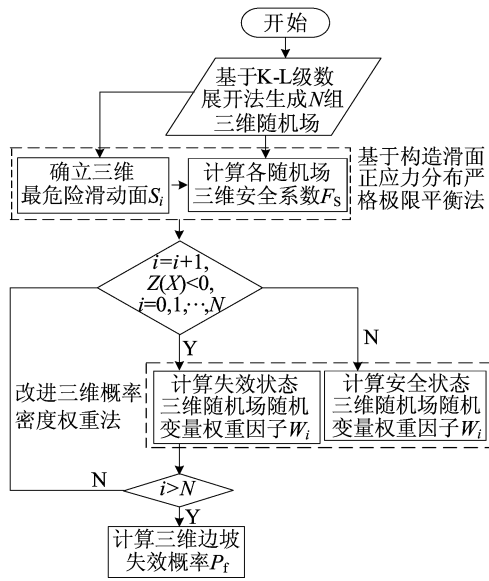


图 3 计算流程图

2 算例验证与分析

2.1 模型及土体参数

边坡模型如图 4 所示,土体参数的随机变量信息见表 1 所列。

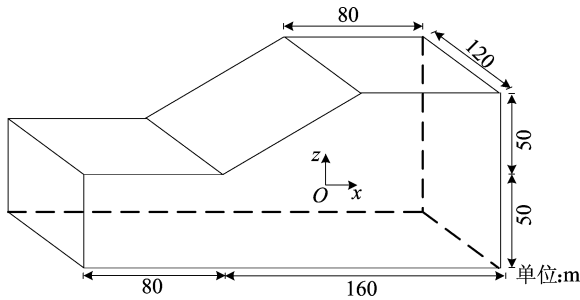


图 4 三维边坡计算模型

表 1 三维边坡土体参数随机变量信息

土体参数	随机场类型	分布类型	均值	变异系数	趋势分量系数
黏聚力	非平稳	正态	40 kPa	0.3	0.8
内摩擦角	平稳	正态	22.5°	0.1	

2.2 三维随机场

采用指数自相关函数对土体抗剪强度参数分别进行随机场模拟,同时为考虑不同自相关距离对边坡稳定可靠性影响,将土体参数自相关距离分为 A、B、C 这 3 种情况进行分析,具体划分见表 2 所列。

不同截断项数得到的能比率因子见表 3 所列。由表 3 可知,当截断项数大于 35 时,能比率

因子的数值增加较小。基于计算效率考虑,本算例将选取 35 作为截断项数。

表 2 3 种不同参数自相关距离三维边坡模型

模型	自相关距离/m		
	x 方向	y 方向	z 方向
A	120	120	12
B	80	80	8
C	40	40	40

表 3 截断项数收敛性分析

模型	截断项数						
	10	15	20	25	30	35	40
A	0.485	0.571	0.654	0.705	0.754	0.792	0.802
B	0.505	0.597	0.687	0.731	0.773	0.819	0.825
C	0.587	0.691	0.764	0.801	0.828	0.835	0.844

2.2.1 三维内摩擦角平稳随机场

A、B、C 这 3 种模型自相关距离内摩擦角三维平稳随机场 2 次实现云图分别如图 5 所示,可以看出随着自相关距离的减小,A、B、C 这 3 种模型随机场中内摩擦角相关范围逐渐减小。

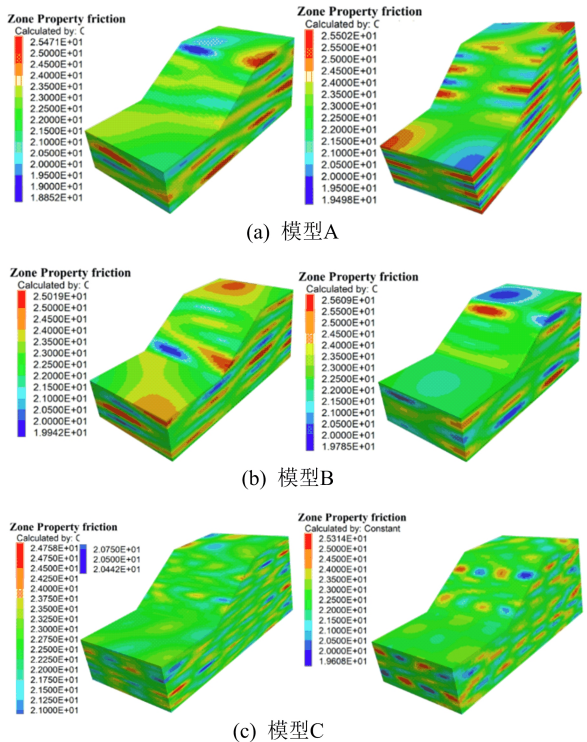


图 5 3 种模型内摩擦角平稳随机场

2.2.2 三维黏聚力非平稳随机场

A、B、C 这 3 种模型黏聚力非平稳随机场 2 次实现云图分别如图 6 所示。三维非平稳随机场随着自相关距离的减小,三维边坡随深度增加空间

范围内分层现象明显减弱。这是由于随深度增加趋势分量逐渐增加,黏聚力大小分布相差逐渐增大,导致分层减弱。

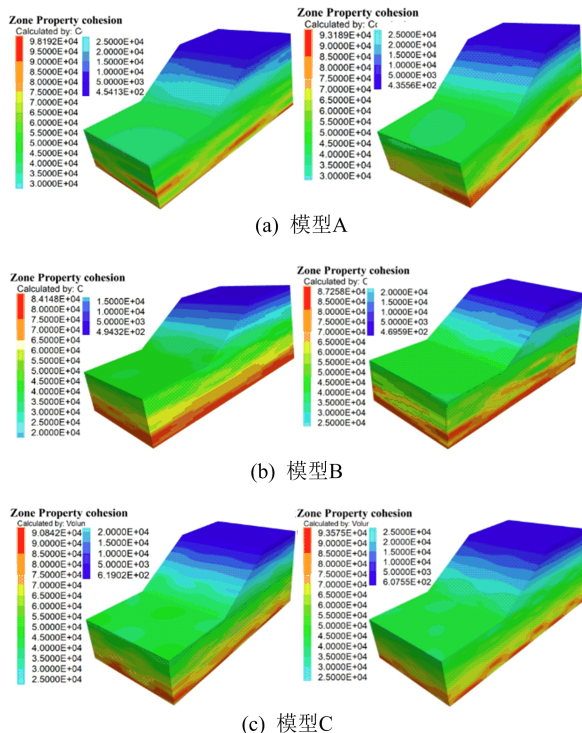


图6 3种模型黏聚力非平稳随机场

2.3 最危险滑动面识别

按1.3节所提方法,对3种模型的最危险滑动面进行识别,获得3种模型对应的最危险滑动面如图7所示。

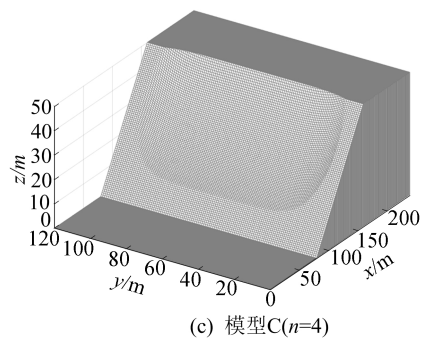
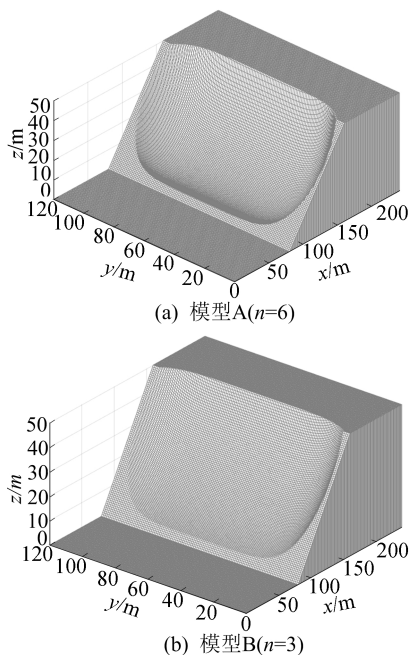


图7 三维模型最危险滑动面

2.4 三维边坡稳定可靠性分析结果

通过上述分析,对该三维边坡算例模型A滑动面最优条块宽度取 $d=3$ m、模型B滑动面最优条块宽度取 $d=2$ m、模型C滑动面最优条块宽度取 $d=1$ m,进行边坡失效概率计算,计算结果见表5所列。

表5 三维边坡模型失效概率结果

模型	安全系数	安全系数变异系数	失效概率/%	随机场数
A	1.246	0.207	7.41	2 000
B	1.223	0.160	3.65	2 000
C	1.198	0.132	1.47	2 000

3 参数的敏感性分析

3.1 随机场数对边坡稳定可靠性的影响

不同随机场数对应边坡失效概率变化情况如图8所示。

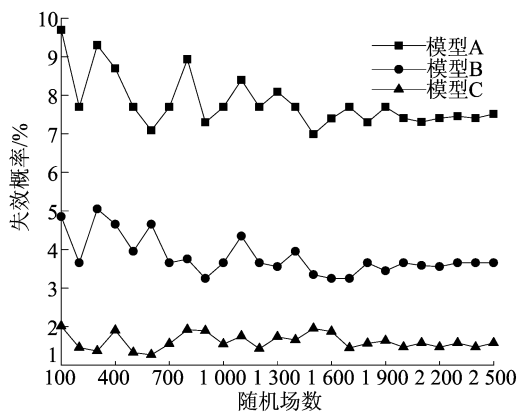


图8 不同随机场数对应边坡失效概率变化情况

从图8可以看出,随着随机场数量增加,3种边坡模型失效概率波动趋势逐渐减弱;当随机场数大于2 000时,3种边坡模型失效概率波动趋势逐渐趋于平稳。同样的三维模型也表现出自相关距离越大失效概率越大的趋势。对比3种模型发

现,自相关距离越大,安全系数越大,而失效概率也越大,这种矛盾的现象是由于自相关距离越大安全系数变异系数增大所致。

3.2 黏聚力的变异性对边坡稳定可靠性的影响

与土体抗剪强度参数变异性对边坡可靠度的影响相比,土体重度的变异性影响较小,可将其视作常量^[13],因此忽略土体重度变异的影响。另外,内摩擦角的变异性小于黏聚力的变异性,故本节只

分析黏聚力的变异性对边坡稳定可靠性影响。

黏聚力的变异性对边坡稳定的影响如图 9 所示。将黏聚力的变异系数由 0.3 变化到 0.8,内摩擦角的变异系数固定为 0.1。由图 9a、图 9b 可知,参数自相关距离越大,失效概率和安全系数均值越大。由图 9c 可知,随着黏聚力变异系数的增大,3 种模型安全系数变异系数均表现逐渐增大的趋势。

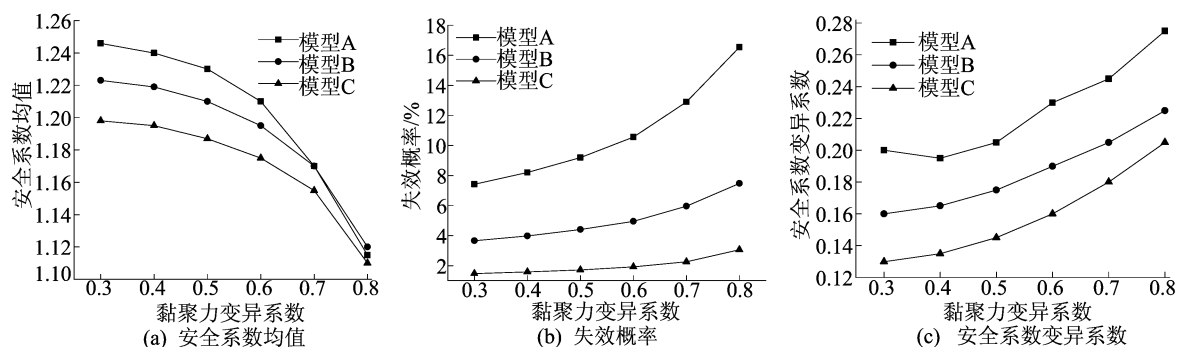


图 9 黏聚力的变异性对边坡稳定的影响

4 结 论

1) 在随机场理论基础上,改进了概率密度权重法,并与基于构造滑动面正应力分布极限平衡法有机结合,建立了基于构造滑动面正应力分布的三维概率密度权重边坡稳定可靠性分析方法。

2) 参数自相关距离越小,失效概率越大。失效概率变化率随黏聚力变异系数增大而增大。

3) 本文方法的三维最危险滑面仅适用于均质或类均质边坡。对于非均质边坡,如有恰当的三维最危险滑面确定方法,本方法也适用。

[参 考 文 献]

- [1] Ji J. A simplified approach for modeling spatial variability of undrained shear strength in out-plane failure mode of earth embankment[J]. Engineering Geology, 2014, 183: 315-323.
- [2] Ji J, Low B K. Stratified response surfaces for system probabilistic evaluation of slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, ASCE, 2012, 138 (11): 1398-1406.
- [3] Hassan A M, Wolff T F. Search algorithm for minimum reliability index of earth slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, ASCE, 1999, 125(4): 301-308.
- [4] Liu L L, Cheng Y M, Pan Q J, et al. Incorporating stratigraphic boundary uncertainty into reliability analysis of

slopes in spatially variable soils using one-dimensional conditional Markov chain model[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 118: 103321.

- [5] Rashki M, Miri M, Moghaddam M A. Closure to "a new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point"[J]. Structural Safety, 2014, 46: 15-16.
- [6] Okasha N M. An improved weighted average simulation approach for solving reliability-based analysis and design optimization problems[J]. Structural Safety, 2016, 60: 47-55.
- [7] 姬建, 王乐沛, 廖文旺, 等. 基于 WUS 概率密度权重法的边坡稳定系统可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(8): 1492-1501.
- [8] 朱大勇, 丁秀丽, 钱七虎. 一般形状边坡三维极限平衡解答[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1460-1464.
- [9] 朱大勇, 钱七虎. 三维边坡严格与准严格极限平衡解答及工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007(8): 1513-1528.
- [10] Lu K L, Zhu D Y. A three-dimensional rigorous method for stability analysis and its application[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2016, 75: 1445-1457.
- [11] 蒋水华. 水电工程边坡可靠度非侵入式随机分析方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2014: 16-52.
- [12] 卢坤林. 基于极限平衡理论的土质边坡空间效应研究及应用[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013: 39-50.
- [13] 蒋水华, 杨建华, 姚池, 等. 考虑土体参数空间变异性边坡失稳风险定量评估[J]. 工程力学, 2018, 35(1): 136-147.

(责任编辑 吴 亮)