

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.06.017

河渠与潜水含水层水量交换的渗流力学算法

陈坤^{1,2}, 康博³, 张雅梦¹, 李彦鋈¹, 陶月赞¹

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省水利水电勘测设计研究总院股份有限公司, 安徽 合肥 230088;
3. 合肥工业大学 资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:地下水渗流力学模型是地表水与地下水之间水量交换计算的重要方法。文章基于河渠边界附近潜水一维非稳定渗流模型, 利用 Laplace 变换给出解析解; 依据解, 结合 Darcy 定律建立河渠与潜水含水层之间水量交换强度 $q(t)$ 的计算法。 $q(t)$ 等于河渠水位变动 H 独立的水量交换强度 $q_H(t)$ 与潜水垂向补给强度 ϵ 的 $q_\epsilon(t)$ 的叠加; 依据 $q(t)$ 的解析式, 探讨不同的河渠水位变动与垂向补给组合条件下, ϵ 对 $q(t)$ 的影响规律; 在特定条件下, $q_\epsilon(t)$ 可导致 $q(t)$ 交换性质的转化。河渠与潜水含水层水量交换的渗流力学算法, 数理意义清晰, 所需资料主要是较容易获得的河渠水位和地下水水位动态监测数据, 实际应用简单、方便。

关键词:河渠; 潜水; 水量交换; Laplace 变换; 解析解

中图分类号: P641.132

文献标志码: A

文章编号: 1003-5060(2026)06-0837-05

Seepage mechanics algorithm of water exchange between channel and phreatic aquifer

CHEN Kun^{1,2}, KANG Bo³, ZHANG Yameng¹, LI Yanjun¹, TAO Yuezan¹

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Survey and Design Institute of Water Resources and Hydropower Co., Ltd., Hefei 230088, China; 3. School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Groundwater seepage mechanics model is an important method to calculate the water exchange between surface water and groundwater. An analytical solution of the one-dimensional unsteady seepage flow model near the boundary of a river channel is given by Laplace transform. Based on the solution and Darcy's law, a calculation method of water exchange intensity $q(t)$ between channel and phreatic aquifer is established. $q(t)$ is equal to the superposition of the independent water exchange intensity $q_H(t)$ of the channel level variation H and $q_\epsilon(t)$ of the diving vertical recharge intensity ϵ . According to the analytical formula of $q(t)$, the influence of ϵ on $q(t)$ under different combination conditions of the channel level variation and vertical recharge is discussed. Under certain conditions, $q_\epsilon(t)$ can lead to the transformation of $q(t)$ exchange properties. The analytical method of aquifer dynamics has clear mathematical meaning, and the required data mainly consist of the dynamic monitoring data of channel and groundwater levels that are readily available, and the practical application is simple and convenient.

Key words: channel; phreatic water; water exchange; Laplace transform; analytical solution

河渠中地表水与含水层中地下水的水量交换是水循环中的重要环节^[1-2]。交换过程及交换量

的定量评价^[1]是水循环与水文过程^[3]、水环境演化与保护^[4-5]、水资源评价与开发利用等研究的基

收稿日期: 2024-02-28; 修回日期: 2024-05-24

基金项目: 安徽省重点研究与开发计划资助项目(202104g01020010)

作者简介: 陈坤(1999—), 男, 安徽合肥人, 合肥工业大学硕士生;

陶月赞(1964—), 男, 安徽合肥人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师, 通信作者, E-mail: taoyuezan@163.com.

础内容^[6-8];地表水与地下水之间交互水量计算既是水文学及水资源领域研究的经典内容,也是该领域研究的热点内容^[1-4]。

从方法原理角度来看,地表水与地下水之间交换量计算方法主要有陆地水文学方法、地下水水文学方法、地下水动力学方法。其中:陆地水文学方法主要是根据陆地水文学原理,依据河道流量的测验数据,对测验河段的水量平衡方程进行相应的分解求算,代表性的方法主要有各种条件下的基流分割^[9-11];地下水动力学方法主要是根据地下水动力学原理,依据河道水位及地下水水位的测验数据,建立符合河水与地下水水力关系的地下水动力学模型,解析地表水与地下水之间水量补排关系^[12-13];地下水文学方法将受其他因素干扰影响较小的水温^[14-15]、氦-222 或氢氧稳定同位素^[16-17]等作为测验的目标变量,依据测验河段水体或地下水体中的目标变量的数量平衡方程的分解求算,确定地表水与地下水之间的水量补排关系。

地下水动力学方法和地下水文学方法,在了解所研究河段地表水与地下水的水力关系的前提下,前者需要计算时段的河道水位及河道附近的地下水水位测验数据,后者需要计算时段的河道水体及地下水中相关变量的测验数据;当测验数据丰富,地下水监测点足以控制研究区域的地下水流场时,可依据地下水流数值模拟模型(即数值法),开展所研究区域的交换量评价^[14-15]。由上述方法可知,地下水动力学模型的数值解法也可适用较大面积的区域评价问题;而地下水动力学方法中的解析法与地下水文学方法相比,则比较适用于所测验河段的计算。相对河道流量测验、地表水及地下水中水温、氦-222 或氢氧稳定同位素测验,河道水位及地下水水位测验要简便得多、数据的稳定性(受其他干扰影响相对较小)也较好。因此,地下水动力学方法的解析法不仅数理意义清晰,而且所需要的测验数据相对容易获得。河渠边界控制下的潜水非稳定流模型多用于地下水水位与河渠水位之间响应规律的研究^[18-20],较少用于地下水与河渠之间交换水量计算方法的研究中。

本文对于潜水含水层所接受垂向水量强度 ϵ 的河渠附近潜水一维非稳定渗流模型,利用 Laplace 变换给出模型的解;依据解,建立河渠地表水与地下水之间水量交换强度的计算方法,并探究相应的变化规律。

1 基本模型及其线性化

某顺直河渠附近的渗流场如图 1 所示。水文地质条件可概括为:① 具水平隔水底板的均质潜水含水层,被一条河渠完全切割;② 河渠与潜水的初始水位 $h(x,0)$ 水平;③ 河渠水位函数为 $f(t)$;④ 潜水流可视为一维流;⑤ 潜水含水层的垂向补给强度 ϵ 为常数。

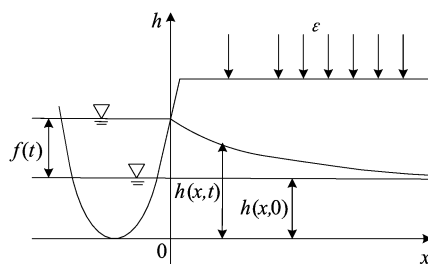


图 1 河渠附近渗流场

上述水文地质条件可写成数学模型 I:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = K \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \epsilon, \quad 0 < x < +\infty, t > 0 \quad (1)$$

$$h(x, t) |_{t=0} = h(x, 0), \quad x > 0 \quad (2)$$

$$h(x, t) |_{x=0} = h(0, 0) + f(t), \quad t \geq 0 \quad (3)$$

$$h(x, t) |_{x \rightarrow \infty} = h(x, 0) + \frac{\epsilon}{\mu} t, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

其中: μ 和 K 分别为含水层给水度和渗透系数; h 为潜水位; ϵ 在补给时为正,排泄时为负。

当 $h(x, t) - h(x, 0) \leq 0.1h_m$ (h_m 为计算期间的潜水流平均厚度,实际问题多可满足)时,对非线性方程式(1),可采用 Boussinesq 方程的第一线性化方法^[12-13],即

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = Kh_m \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \epsilon \quad (5)$$

2 模型的解析解

对式(2)~(5)所组成的数学模型 I,令 $a = Kh_m/\mu$, a 为潜水含水层的导压系数^[13-14];同时,令 $u(x, t) = h(x, t) - h(x, 0) - \epsilon t/\mu$,可得模型 II:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < +\infty, t > 0 \quad (6)$$

$$u(x, t) |_{t=0} = 0, \quad x > 0 \quad (7)$$

$$u(x, t) |_{x=0} = f(t) - \frac{\epsilon}{\mu} t, \quad t \geq 0 \quad (8)$$

$$u(x, t) |_{x \rightarrow \infty} = 0, \quad t \geq 0 \quad (9)$$

对模型 II 求关于 t 的 Laplace 变换,可得模型 III,公式为:

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} - \frac{s}{a} \bar{u} = 0 \quad (10)$$

$$\bar{u}|_{t=0} = L[f(t)] - \frac{\epsilon}{\mu} \frac{1}{s^2} \quad (11)$$

$$\bar{u}|_{t=0} = 0 \quad (12)$$

其中: L 和 L^{-1} 分别为 Laplace 变换和逆变换算符, s 为 Laplace 算子; $\bar{u}=L[u(x,t)]$ 。注意, $\epsilon t/\mu$ 的 Laplace 象函数^[21]为 $(\epsilon/\mu)/s^2$ 。

模型Ⅲ中,式(10)的通解为:

$$\bar{u}(x,s) = c_1 \exp\left(x\sqrt{\frac{s}{a}}\right) + c_2 \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right) \quad (13)$$

式(13)中, c_1 、 c_2 为待定常数,由定解条件式(11)、式(12)可得模型Ⅲ的解为:

$$\bar{u}(x,s) = \left[L[f(t)] - \frac{\epsilon}{\mu} \frac{1}{s^2}\right] \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right) \quad (14)$$

对式(14)求 Laplace 逆变换,有:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= L^{-1}[\bar{u}(x,s)] = \\ &= L^{-1}\left[L[f(t)]\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] - \\ &= L^{-1}\left[\frac{\epsilon}{\mu} \frac{1}{s^2} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] \end{aligned} \quad (15)$$

由“互补误差函数 $\operatorname{erfc}(u)$ ”的 Laplace 逆变换函数^[21]可得:

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{1}{s} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &= \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\tau^2} d\tau &= \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

式(15)中,对 $1/s^2$ 项求逆变换时应用变换的“积分性质”^[21]和式(16),则有:

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{\epsilon}{\mu} \frac{1}{s} \left[\frac{1}{s} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right]\right] &= \\ \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t L^{-1}\left[\frac{1}{s} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] dt &= \\ \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) d\tau \end{aligned} \quad (17)$$

将 $u(x,t)=h(x,t)-h(x,0)-\epsilon t/\mu$ 代入式(17),有:

$$\begin{aligned} h(x,t) - h(x,0) &= \\ L^{-1}\left[L[f(t)]\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &- \\ \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) d\tau + \frac{\epsilon}{\mu} t &= \\ L^{-1}\left[L[f(t)]\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] + \end{aligned}$$

$$\frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \left[1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\right] d\tau \quad (18)$$

对式(18)进一步整理,有:

$$\begin{aligned} h(x,t) - h(x,0) &= \\ L^{-1}\left[L[f(t)]\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &+ \\ \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)是在边界函数 $f(t)$ 尚未明确条件下,含 ϵ 的河渠附近潜水非稳定渗流模型的通用解;在 $f(t)$ 函数明确后,可进一步求出问题的解。

3 不同边界条件下的解

式(19)中含有尚未求出 $f(t)$ 的 Laplace 正变换以及 $L[f(t)]\exp(-x\sqrt{s/a})$ 的逆变换;在 $f(t)$ 的函数形式明确后,将 $f(t)$ 代入式(19),可求出问题的解。

3.1 $f(t)=\Delta H \cup \epsilon \neq 0$ 边界条件

$f(t)=\Delta H$,即 $f(t)$ 为常数,此边界条件的物理意义是在 $t \rightarrow 0^+$,边界河渠水位瞬时变幅达到 ΔH 后保持不变。 ΔH 为常数,有:

$$L[f(t)] = L[\Delta H] = \Delta H \frac{1}{s} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19)右端第1项,并结合应用式(16),有:

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[L(f(t))\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &= \\ L^{-1}\left[\frac{\Delta H}{s} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &= \\ \Delta H L^{-1}\left[\frac{1}{s} \exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right] &= \\ \Delta H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

将式(21)代入式(19),可得模型的解为:

$$\begin{aligned} h(x,t) - h(x,0) &= \\ \Delta H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

3.2 $f(t)=\Delta H + \lambda t \cup \epsilon \neq 0$ 边界条件

此条件的物理意义是河渠水位快速上升 ΔH 再缓慢抬升,如灌渠节制闸关闸蓄水^[19]。

$$\begin{aligned} L[f(t)] &= L[\Delta H + \lambda t] = \\ \Delta H \frac{1}{s} + \lambda \frac{1}{s^2} \end{aligned} \quad (23)$$

其中, λ 为河渠水位缓慢上升速率。

将式(23)代入式(19)右端第1项,结合应用式(16),有:

$$L^{-1}\left[L(f(t))\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right]=$$

$$L^{-1}\left[\left(\frac{\Delta H}{s}+\frac{\lambda}{s^2}\right)\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)\right]=$$

$$\Delta\text{Herfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right)+\lambda\int_0^t\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau \quad (24)$$

将式(24)代入式(19),可得模型的解为:

$$h(x,t)-h(x,0)=\Delta\text{Herfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right)+$$

$$\frac{\varepsilon}{\mu}\int_0^t\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau+\lambda\int_0^t\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau \quad (25)$$

3.3 阶跃函数 $f(t)$

河渠水位随时间的函数 $f(t)$ 是连续的,但实际观测是离散的,依据离散的实测数据来表达 $f(t)$ 时,多采用阶跃函数、线性插值函数等函数形式来表达,如图 2 所示。

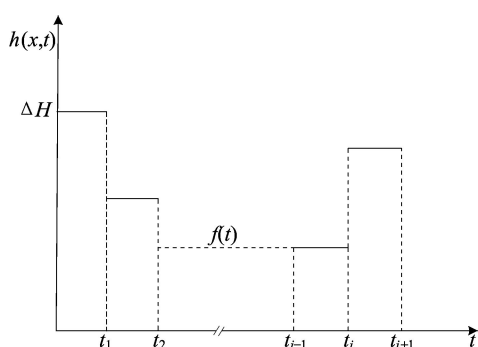


图 2 边界函数 $f(t)$ 离散化

对 $t_i \sim t_{i+1}$ ($i \geq 2$) 时间段始末的河渠水位 f_i 、 f_{i+1} , 采用时段内河渠水位平均值 $(f_i + f_{i+1})/2$ 或用 t_1 之后各时段增幅 $f_{i+1} - f_i$ 表示; $f(t)$ 的阶跃函数^[22]可写成:

$$f(t) = \Delta H + \sum_{i=2}^n (f_i - f_{i-1})\delta(t - t_{i-1}),$$

$$t > t_{i-1}, i \in \mathbf{N}^* \quad (26)$$

对 $\delta(t - t_{i-1})$, 当 $t < t_{i-1}$ 时, $\delta(t - t_{i-1}) = 0$; 当 $t \geq t_{i-1}$ 时, $\delta(t - t_{i-1}) = 1$ ^[25]。

H 表示 $t \rightarrow 0^+$ 开始, 在一定的时间长度内保持不变, 这个保持不变的时间段为 $t_1 \sim t_0$, 因此, 式(26)中的迭加函数^[26]为 i 为 $2 \sim n$ 。

$$L[f(t)] = L\left[\Delta H + \sum_{i=2}^n (f_i - f_{i-1})\delta(t - t_{i-1})\right] =$$

$$\frac{1}{s}\left[\Delta H + \sum_{i=2}^n (f_i - f_{i-1})\delta(t - t_{i-1})\right] \quad (27)$$

对式(27)求 Laplace 逆变换时, 由 $\delta(t - t_{i-1})$

函数值可得:

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s}\left[\Delta H + \sum_{i=2}^n (f_i - f_{i-1})\delta(t - t_{i-1})\right]\right] =$$

$$\sum_{i=2}^n \left[\Delta\text{Herfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + (f_i - f_{i-1})\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t - t_{i-1})}}\right)\right] \quad (28)$$

将式(28)代入式(19), 可得此条件下模型的解为:

$$h(x,t)-h(x,0)=$$

$$\Delta\text{Herfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right)+\frac{\varepsilon}{\mu}\int_0^t\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau+$$

$$\sum_{i=2}^n (f_i - f_{i-1})\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t - t_{i-1})}}\right) \quad (29)$$

4 河渠与潜水交换量算法

依据潜水非稳定渗流模型的解, 建立河渠与潜水间水量交换的计算方法, 是模型解的重要应用之一。本文以这类问题中最简单类型的解式(22)为例, 讨论交换量算法及有关规律。

河渠与一侧潜水间的交换强度用单位河渠长度上的交换强度表达, 即单宽交换强度 $\frac{\partial h}{\partial x}(t)$, 依据 Darcy 定理, 有:

$$q(t) = -Kh_m \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (30)$$

由式(22)求 $\frac{\partial h}{\partial x}$ 后代入式(30), 且 $a = Kh_m/\mu$,

可得 t 时刻的交换强度为:

$$q(t) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \left(\frac{\mu\Delta H}{\sqrt{t}} - 2\varepsilon\sqrt{t} \right) \quad (31)$$

式(31)为河渠与一侧潜水量交换的单宽交换量算式, 当 $\varepsilon = 0$, 式(31)转化成文献[13]中 Ferris 模型的单宽交换量算式。

计算 $0 \sim t$ 时间段内河渠与一侧潜水的交换量 $Q(t)$, 对式(31)求积分, 则有:

$$Q(t) = 2\sqrt{\frac{at}{\pi}} \left(\mu\Delta H - \frac{2}{3}\varepsilon t \right) \quad (32)$$

5 实例研究

地下水动力学方法是在遵循 Dracy 定律的前提下, 根据河水与地下水之间的水位差计算两者之间的交换水量。在含水层参数已知的条件下 (导压系数 a 也可由潜水水位动态数据计算获得, 给水度 μ 一般通过野外简单的试验测得^[17]), 依据潜水水位动态监测数据, 依据式(21)、式(22)可

分别计算实时交换强度及 $0 \sim t$ 时间段的交换量。安徽淮北平原中部以粉细砂为主的潜水含水层厚 8.0 m 左右,底部为黏性土层构成的隔水底板,研究地段潜水位埋深 2.5~3.0 m。农灌干渠基本切至隔水底板,一口地下水水位观测井距干渠约 60 m,附近地面标高 30.72 m。2022 年 8 月 1 日干渠关闸蓄水灌溉,关闸前,潜水位与渠道水位基本持平,为 27.50 m;关闸后,渠道水位迅速上升约 2.0 m,之后较长时间保持水位不变;8 月 1 日至 3 日,引水灌溉形成的灌溉入渗强度约为 12.0 mm/d。

本文利用野外测验数据可得 $\mu=0.035$,由水位动态监测数据算得^[20] $a=860 \text{ m}^2/\text{d}$ 。例中, $x=60 \text{ m}$ 、 $\mu=0.035$ 、 $a=860 \text{ m}^2/\text{d}$,该条件下, $H=2.0 \text{ m}$ 、 $\epsilon=12.0 \text{ mm/d}$ 。地下水位观测井监测数据以及模型计算结果见表 1 所列。

表 1 潜水位动态监测数据及交换量随时间变化

时间/h	6	12	18	24	36	48
$h(x,t)/\text{m}$	27.57	27.74	27.90	28.03	28.23	28.36
$q(t)/(\text{m}^3/\text{d} \cdot \text{km})$	2.42	1.78	1.51	1.36	1.19	1.10
$Q(t)/(\text{m}^3/\text{km})$	1.17	1.68	2.09	2.45	3.08	3.65

6 结 论

1) 根据河水与地下水水力关系的地下水动力学模型,可建立依据河道水位及潜水位位的测验数据计算河渠与潜水含水层之间交换量的方法。

2) 河渠与潜水之间水量交换强度 $q(t)$,由河渠水位变动 H 的水量交换强度 $q_H(t)$ 与潜水含水层垂向补给强度 ϵ 的 $q_\epsilon(t)$ 叠加构成; $q_\epsilon(t)$ 是时间 t 的非线性函数,特定条件下, ϵ 可能导致 $q(t)$ 性质的转化。

3) 动力学解析解算法数理关系清晰、所需数据也较容易获得,但需要注意所建立的方法要与水文地质条件相适应。

【参 考 文 献】

- [1] 束龙仓,宫荣,栾佳文,等.地下水与地表水水量交换识别及交换量计算:以新汴河宿州段为例[J].水科学进展,2022,33(1):57-67.
- [2] BRUNNER P, THERRIEN R, RENARD P, et al. Advances in understanding river-groundwater interactions [J]. Reviews of Geophysics, 2017, 55(3): 818-854.

- [3] 王文科,李俊亭,王钊,等.河流与地下水关系的演化及若干科学问题[J].吉林大学学报(地球科学版),2007,37(2): 231-238.
- [4] 胡俊锋,王金生,滕彦国.地下水与河水相互作用的研究进展[J].水文地质工程地质,2004,31(1):108-113.
- [5] KAZEZYILMAZ-ALHAN C M. Analytical solutions for contaminant transport in streams[J]. Journal of Hydrology, 2008, 348(3/4): 524-534.
- [6] 张兵,宋献方,张应华,等.第二松花江流域地表水与地下水相互关系[J].水科学进展,2014,25(3):336-347.
- [7] 胡立堂,王忠静,赵建世,等.地表水和地下水相互作用及集成模型研究[J].水利学报,2007,38(1):54-59.
- [8] 马耀东,高宇,戴长雷,等.国内近年河流与地下水交换量研究进展[J].陕西水利,2022(4):1-3,7.
- [9] 任立良,江善虎,袁飞,等.水文学方法的演进与诠释[J].水科学进展,2011,22(4):586-592.
- [10] 周星,沈忱,倪广恒,等.结合退水曲线的数字滤波基流分割方法[J].清华大学学报(自然科学版),2017,57(3): 318-323,330.
- [11] 王冠,鲁程鹏,李姝蕾,等.五种基流分割方法在长江螺山站的应用对比研究[J].水资源与水工程学报,2015,26(3):118-123.
- [12] 张蔚榛.地下水非稳定流计算和地下水资源评价[M].北京:科学出版社,1983:45-57.
- [13] 薛禹群.地下水水力学[M].北京:地质出版社,1997.
- [14] ANIBAS C, TOLCHE A D, GHYSELS G, et al. Delineation of spatial-temporal patterns of groundwater/surface-water interaction along a river reach (Aa River, Belgium) with transient thermal modeling[J]. Hydrogeology Journal, 2018(3): 819-835.
- [15] 钱云平,林学钰,秦大军,等.应用同位素研究黑河下游额济纳盆地地下水[J].干旱区地理,2005,28(5):574-580.
- [16] 平建华,曹剑峰,苏小四,等.同位素技术在黄河下游河侧渗影响范围研究中的应用[J].吉林大学学报(地球科学版),2004,34(3):399-404.
- [17] 孙从建,陈伟.基于稳定同位素的海河源区地下水与地表水相互关系分析[J].地理科学,2018,38(5):790-799.
- [18] SRIVASTAVA R. Aquifer response to linearly varying stream stage[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2003, 8(6): 361-364.
- [19] 吴丹,陶月赞,林飞.河渠水位线性变化条件下河渠-潜水-非稳定流模型及其解[J].应用数学和力学,2018,39(9): 1043-1050.
- [20] 任红蕾,陶月赞,林飞,等.排水期沟渠附近潜水非稳定流解析解及参数反演[J].水利学报,2022,53(1):117-123.
- [21] 张元林.积分变换[M].4版.北京:高等教育出版社,2012: 22-49.
- [22] 张静平.用单位阶梯函数将分段函数表达成一个式子的原理与方法[J].教学研究,1994(1):24-26.

(责任编辑 吴 亮)