

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.04.007

考虑空间变异性的抗滑桩三维边坡上限研究

娄成龙^{1,2}, 孙志彬¹, 郝状¹, 赵洋¹

(1. 合肥工业大学 汽车与交通工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 中国铁路上海局集团有限公司蚌埠站, 安徽 蚌埠 233017)

摘要: 准确的加桩边坡稳定分析是进行合理抗滑桩设计的重要保证, 而传统的对数螺旋线机构的极限分析方法不能反映土体力学性质的内在不确定性和空间变异性, 针对上述问题, 文章提出一种新的基于离散化运动上限分析的三维机构, 采用空间离散化的思路, 将加桩边坡滑动面分解为若干三角形的离散单元, 以适应边坡内部不同位置处内摩擦角变异对机动许可条件的要求, 桩土相互作用简化为三角形分布的侧向阻力, 在此基础上推导了该机构的外力功率与内能耗散, 并提出了安全系数的计算流程。通过验证证明了该机构计算结果的正确性, 结合稀疏多项式混沌展开, 初步讨论了空间变异对加桩边坡可靠性的影响。

关键词: 加桩边坡稳定分析; 空间变异性; 离散化; 安全系数; 稀疏多项式混沌展开

中图分类号: U416.14 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2026)04-0482-09

Research on upper limit of 3D slope of anti-slide piles considering spatial variability

LOU Chenglong^{1,2}, SUN Zhibin¹, HAO Zhuang¹, ZHAO Yang¹

(1. School of Automobile and Traffic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Bengbu Station, China Railway Shanghai Group Co., Ltd., Bengbu 233017, China)

Abstract: Accurate stability analysis of pile-supported slopes is an important guarantee for reasonable anti-slide pile design. However, the traditional limit analysis method of the logarithmic spiral mechanism cannot reflect the inherent uncertainty and spatial variability of soil mechanical properties. To address this issue, this paper proposes a new three-dimensional mechanism based on the upper limit analysis with spatial discretization. The mechanism adopts the idea of spatial discretization and decomposes the sliding surface of the pile-supported slope into several discrete units of triangles to adapt to the requirement of maneuverability conditions for different locations of internal friction angle variation within the slope. The pile-soil interaction is simplified to the lateral resistance of the triangle distribution. Based on this, the external power and internal energy dissipation of the mechanism are derived, and the calculation process of the safety factor is proposed. The correctness of the calculation results of this mechanism is verified. Combining with sparse polynomial chaos expansion, the influence of spatial variability on the reliability of pile-supported slopes is preliminarily discussed.

Key words: stability analysis of pile-supported slopes; spatial variability; discretization; safety factor; sparse polynomial chaos expansion

抗滑桩具有稳定性强、对边坡扰动较小等优点, 被广泛应用于各类道路边坡加固中。早期加桩边坡的可靠度分析大多围绕路基等无限长边坡结构展开, 文献[1-2]基于平面应变假设的二维分

析能够较好解释其破坏特征。然而受邻近地形或人工开挖等影响, 工程中多数抗滑桩加固边坡在宽度方向受到侧向宽度限制时, 具有显著的三维滑移特征。

收稿日期: 2023-05-16; 修回日期: 2023-07-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52108312); 安徽省自然科学基金资助项目(2108085QE250)

作者简介: 娄成龙(1998—), 男, 安徽蚌埠人, 合肥工业大学硕士生;

孙志彬(1984—), 男, 安徽黄山人, 博士, 合肥工业大学副教授, 硕士生导师, 通信作者, E-mail: sunzb@hfut.edu.cn.

对于此类边坡,文献[3-4]研究表明二维破坏模型不能较好地解释其三维破坏效应,会低估边坡的稳定性;文献[5]研究表明坡宽受到严重约束的边坡,相较于没有宽度限制的边坡高 20%~45%。因此,对宽度受限的加桩边坡稳定性分析有必要采用三维机构。

常用的加桩边坡稳定性分析一般采用极限平衡^[6]、数值模拟和极限分析。极限平衡法在三维条件下需求解大量平衡方程。文献[7]指出数值模拟耗时繁琐,更适合用于具体工程分析。极限分析方法基于土体塑性,可考虑边坡内外因素及强度特征对加桩边坡的影响,对三维加桩边坡分析具有快捷、方便等优势。文献[8-9]进行三维加桩边坡、地震边坡的稳定性研究;文献[10]研究非线性准则下三维加筋边坡的稳定性;文献[11]利用基于极限分析的牛角机构研究了非线性破坏准则下加桩边坡的三维地震位移,且文献[12]采用该机构研究了三维非饱和土堆边坡的稳定性。

目前基于极限分析的加桩边坡研究均围绕均质边坡展开,但实际上土体特征的空间分布并非简单均匀。受到各类复杂地质过程作用,土体的物理力学参数具有显著的概率特征,同时在边坡内部随空间位置变化,体现出与距离有关的统计相关性。这种空间变异特征在各类天然或人工岩土结构中广泛存在,对边坡稳定性及可靠性均有显著影响^[13-14]。其中,受到相关联流动法则的约束,传统对数螺旋线机构只适用于内摩擦角空间均匀的情况,无法对空间变异的加桩边坡进行分析。因此,本文提出一种新型的加桩边坡三维离散化机构。该机构采用文献[15]中空间离散化技术,其速度间断面由一系列离散单元组成,不需要遵循预先确定的几何形状。由于各个离散单元的方向是根据土体内摩擦角的空间分布“自动”确定的,因此整个机构具有严谨的运动学可接受性。

本文首先提出了加桩边坡三维离散化机理,包括机构生成原理、能量计算和安全系数计算流程;利用随机场(random field, RF)理论模拟土体强度的空间变异性,验证了离散机构在空间变异边坡中的有效性。进一步结合可靠度分析方法,分析了强度空间变异对三维加桩边坡的影响。

1 桩型加桩边坡三维离散化机理

1.1 离散化机构的轮廓

三维加桩边坡基本轮廓如图 1 所示。图 1 中: H 为高度; B 为宽度; β 为坡角。边坡发生旋

转破坏,刚性破坏块体以角速度 ω 围绕 OO' 旋转,并且滑动面穿过坡脚。

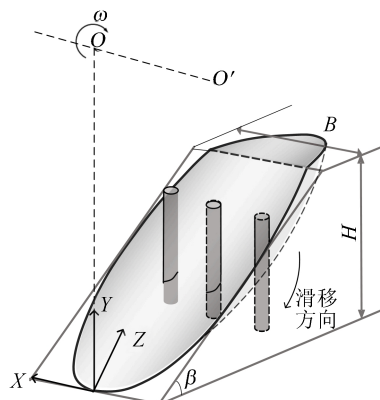


图 1 加固抗滑桩的限宽边坡及其破坏形态

三维离散机构如图 2 所示,其构建过程需要借助一系列通过旋转轴 OO' 处的径向平面。初始径向面 Π_1 通过坡脚,相邻径向面夹角为常数 $\Delta\theta$ 。离散机构中离散单元的顶点都分布在径向平面上,任意离散点 $A_{i,j}$ 由指标 i 和 j 确定,其中 i 表示该点在给定平面上的位置, j 表示该点所在的径向平面。

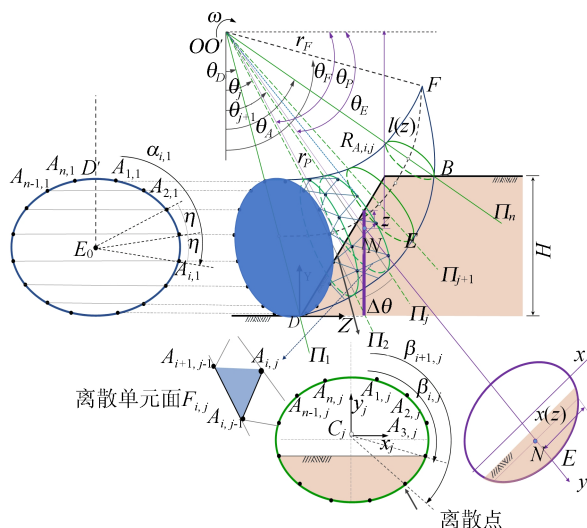


图 2 改进后的三维离散机构示意图

离散机构的构建过程为:① 在初始径向平面上进行初步离散化处理;② 由第 1 个径向面上的点依次生成其他径向面上的点;③ 删去位于边坡外侧的离散点,得到完善的破坏区域。

1.2 生成离散化机构

1.2.1 坐标系

为方便推导,分别建立各径向平面的三维全局坐标系和二维局部坐标系。全局坐标系的原点

C 为滑动面与坡脚的交点。局部坐标系的原点 C_j 位于圆弧 FF' 与各径向平面 Π_j 的交点, 圆弧 FF' 以 O 为圆心, OF 为半径。点 F 是 2 条对数螺旋 $D'F$ 与 DF 的交点。 C_j 在全局坐标系中的坐标 $(X_{C,j}, Y_{C,j}, Z_{C,j})$ 可以表示为:

$$\begin{cases} X_{C,j} = 0, \\ Y_{C,j} = Y_o - r_F \cos \theta_j, \\ Z_{C,j} = Z_o + r_F \sin \theta_j \end{cases} \quad (1)$$

其中: Z_o, Y_o 分别为旋转中心 O 到斜坡底部的水平和垂直距离; θ_j 为第 j 个辐射面 Π_j 的竖向夹角。

1.2.2 初步离散化

因为其他径向平面 Π_2, Π_3, \dots 上的点的位置是从 $A_{i,1}$ 的坐标依次推导而来, 所以初始径向平面 Π_1 上的离散化 $A_{i,1}$ 分布决定机构的基本形状。本机构假定离散点 $A_{i,1}$ 沿椭圆排列, 该椭圆长轴与坡脚平行, 其短轴端点 D 位于全局坐标系的原点 C 上。相邻 2 个离散点与椭圆圆心连线之间的夹角为 η 。因此点的坐标 $A_{i,1}(X_{A,i,1}, Y_{A,i,1}, Z_{A,i,1})$ 可表示为:

$$\begin{cases} X_{A,i,1} = R_i \sin \alpha_{i,1}, \\ Y_{A,i,1} = \left(\frac{Q}{2} + R_i \cos \alpha_{i,1}\right) \cos \theta_D, \\ Z_{A,i,1} = -\left(\frac{Q}{2} + R_i \cos \alpha_{i,1}\right) \sin \theta_D \end{cases} \quad (2)$$

$$R_i = \sqrt{\frac{L^2 Q^2 [1 + \tan(\pi/2 - \alpha_{i,1})]}{4[Q^2 + L^2 \tan^2(\pi/2 - \alpha_{i,1})]}} \quad (3)$$

其中: $\alpha_{i,1}$ 为 $A_{i,1}E_oO$ 的夹角; θ_D 为 OD 与垂直方向的夹角; L 和 Q 分别为椭圆长轴和短轴长度。

1.2.3 “逐点”生成技术

后一个径向面上的离散点可以由前一个径向面上的 2 个相邻点 $A_{i,j-1}$ 和 $A_{i+1,j-1}$ 的坐标推导出来。

上述过程中需要满足 3 个基本条件: ① 满足正交条件, 即每个离散单元的角度与切向量的夹角为摩擦角; ② 任一个点 $A_{i,1}$ 均位于径向平面上; ③ 点 $A_{i,1}$ 到其生成点 $A_{i,j-1}$ 和 $A_{i+1,j-1}$ 的距离大致相等, 以保证这些离散化点的准均匀分布。

离散单元面 $F_{i,j}$ 的顶点分别为 $A_{i,j}, A_{i,j-1}, A_{i+1,j-1}, N_{i,j}$ 为指向外侧的单位法向量, 如图 3 所示。根据条件①可知, $N_{i,j}$ 速度矢量与 $F_{i,j}$ 之间的夹角等于 $\pi/2 + \varphi$ 。可得:

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{i,j} \cdot \mathbf{v}_{i,j} = \cos(\pi/2 + \varphi), \\ \mathbf{N}_{i,j} \cdot \overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}} = 0, \\ \|\mathbf{N}_{i,j}\| = 1 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{v}_{i,j}$ 为与 $\angle C_{j-1}OC_j$ 的角平分线垂直的单位向量, 其表示离散单元面 $F_{i,j}$ 的速度。 $\mathbf{N}_{i,j}, \overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}}$ 和 $\mathbf{v}_{i,j}$ 在全局坐标系中可分别表示为 $\mathbf{N}_{i,j}(X_{N,i,j}, Y_{N,i,j}, Z_{N,i,j}), \overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}}(a_x, a_y, a_z)$ 和 $\mathbf{v}_{i,j}(X_{v,A,i,j}, Y_{v,A,i,j}, Z_{v,A,i,j})$, 式(4)可以写成:

$$\begin{cases} X_{v,A,i,j}X_{N,i,j} + Y_{v,A,i,j}Y_{N,i,j} + Z_{v,A,i,j}Z_{N,i,j} = \cos(\pi/2 + \varphi), \\ X_{N,i,j}a_x + Y_{N,i,j}a_y + Z_{N,i,j}a_z = 0, \\ X_{N,i,j}^2 + Y_{N,i,j}^2 + Z_{N,i,j}^2 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

条件②如图 3b 所示, 根据几何关系可得:

$$\overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i,j}} = \overrightarrow{A_{i,j-1}C_j} + \overrightarrow{C_jA_{i,j}} \quad (6)$$

$$\overrightarrow{C_jA_{i,j}} = r_{i,j} \boldsymbol{\delta}_{i,j} \quad (7)$$

其中: $A_{i,j-1}'(X_{A',i,j-1}, Y_{A',i,j-1}, Z_{A',i,j-1})$ 为线段 $A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}$ 的中点; $r_{i,j}$ 为线段 $C_jA_{i,j}$ 的长度; $\boldsymbol{\delta}_{i,j}(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ 为沿 $C_jA_{i,j}$ 方向的单位向量。由于向量 $\overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i,j}}$ 属于单元 $F_{i,j}$, 可以得到:

$$\overrightarrow{A_{i,j-1}A_{i,j}} \cdot \mathbf{N}_{i,j} = 0 \quad (8)$$

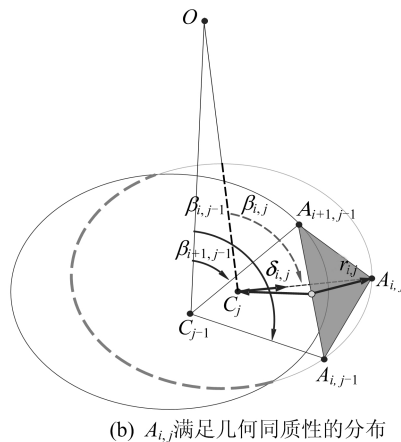
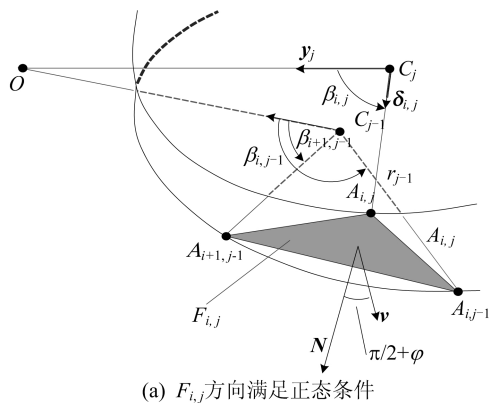


图 3 离散点生成示意

根据式(7), 离散点 $A_{i,j}(X_{A,i,j}, Y_{A,i,j}, Z_{A,i,j})$ 在平面 Π_j 上的坐标表示为:

$$\begin{cases} X_{A,i,j} = X_{C,j} + r_{i,j}\delta_x, \\ Y_{A,i,j} = Y_{C,j} + r_{i,j}\delta_y, \\ Z_{A,i,j} = Z_{C,j} + r_{i,j}\delta_z \end{cases} \quad (9)$$

$r_{i,j}$ 的表达式由式(6)和式(8)组合得到:

$$\begin{aligned} r_{i,j} = & -[X_{N,i,j}(X_{C,j} - X_{A',i,j-1}) + \\ & Y_{N,i,j}(Y_{C,j} - Y_{A',i,j-1}) + \\ & Z_{N,i,j}(Z_{C,j} - Z_{A',i,j-1})](X_{N,i,j}\delta_x + \\ & Y_{N,i,j}\delta_y + Z_{N,i,j}\delta_z)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $X_{N,i,j}$, $Y_{N,i,j}$ 和 $Z_{N,i,j}$ 由式(5)给出。单位向量 $\delta_{i,j}$ 的坐标可表示为:

$$\begin{cases} \delta_x = \sin \beta_{i,j}, \\ \delta_y = \cos \beta_{i,j} \cos \theta_j, \\ \delta_z = -\cos \beta_{i,j} \sin \theta_j \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\beta_{i,j}$ 为点的旋转角度。而 $A_{i,j}$ 在径向平面 Π_j 上, 根据条件 ③ 可以得到:

$$\beta_{i,j} = \frac{\beta_{i,j-1} + \beta_{i+1,j-1}}{2} \quad (12)$$

1.2.4 离散点的修改

离散点生成沿着径向面 Π_1, Π_2, \dots 依次进行, 直到某个径向平面上的所有点都在坡顶以上。此时需要对边坡外侧的离散点进行调整, 以形成精确的破坏面, 其策略如图 4 所示。

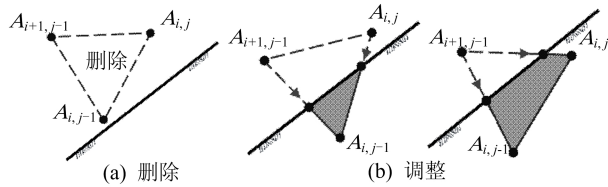


图 4 边坡外侧离散点的删除或调整

1.3 能量计算及求解过程

离散机构生成后进行功率计算是求解边坡可靠性指标的必要步骤。由于外部功率是由土体重

量引起的, 可通过体积离散求得。基本离散棱柱为 $P_{i,j}$ (面 $A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}A_{i,j}$ 到面 $A_{i,j-1}'A_{i+1,j-1}'A_{i,j}'$), 其中 $A_{i,j-1}'A_{i+1,j-1}'A_{i,j}'$ 是平面 YOZ 上面 $A_{i,j-1}A_{i+1,j-1}A_{i,j}$ 的投影, 如图 5 所示。

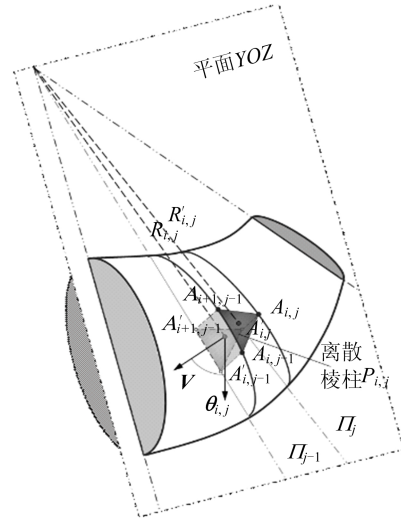


图 5 离散机构能量计算

因此, 三维机构的外部功率可以表示为:

$$W_\gamma = \gamma \sum_{i,j} (R_{i,j} V_{i,j} \cos \theta_{i,j}) \quad (13)$$

能量耗散 D 是由土体的塑性应变和桩土抗力引起的。土体塑性引起的能量耗散率 D_γ 可通过累加的 $F_{i,j}$ 的基本速率来计算得到:

$$D_\gamma = \omega \sum_{i,j} (c_{i,j} R_{i,j}' S_{i,j} \cos \varphi_{i,j}) \quad (14)$$

其中: $S_{i,j}$ 为面 $F_{i,j}$ 的面积; $c_{i,j}$ 和 $\varphi_{i,j}$ 分别为 $F_{i,j}$ 中心的黏聚力和内摩擦角; $R_{i,j}'$ 为面 $F_{i,j}$ 的重心半径; ω 为斜坡滑动的角速度, 通常取为 1。

抗滑桩引起的能量耗散与桩土抗力分布直接相关, 本文假设桩土抗力呈三角形分布, 如图 6 所示。

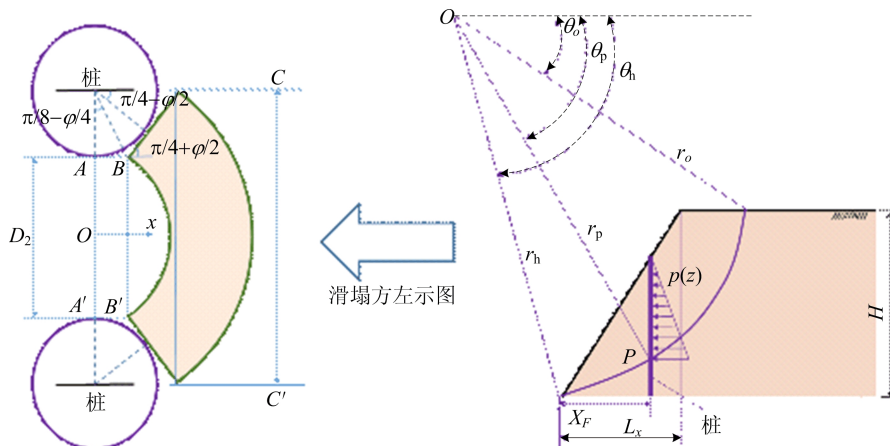


图 6 桩周围土体塑性变形及桩身抗力分布

侧向力可以通过文献[16]给出的分析公式来估算,其计算公式如下:

$$p(z) = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{N_{\varphi(z)}^{1/2} \tan \varphi(z) + N_{\varphi(z)}^{-1}} \left\{ \frac{1}{N_{\varphi(z)} \tan \varphi(z)} \exp\left[\frac{D_1 - D_2}{D_1} N_{\varphi(z)} \tan \varphi(z) \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi(z)}{4}\right)\right] \times \right. \\ \left. [-2N_{\varphi(z)}^{1/2} \tan \varphi(z) + N_{\varphi(z)} - 1] + \frac{2 \tan \varphi(z) + 2N_{\varphi(z)}^{1/2} + N_{\varphi(z)}^{-1/2}}{N_{\varphi(z)}^{1/2} \tan \varphi(z) + N_{\varphi(z)} - 1} \right\} c(z) D_1 - \\ c(z) \left(D_1 \frac{2 \tan \varphi(z) + 2N_{\varphi(z)}^{1/2} + N_{\varphi(z)}^{-1/2}}{N_{\varphi(z)}^{1/2} \tan \varphi(z) + N_{\varphi(z)} - 1} - 2D_2 N_{\varphi(z)}^{-1/2} \right) + \\ \frac{\gamma z}{N_{\varphi(z)}} \left\{ D_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{N_{\varphi(z)}^{1/2} \tan \varphi(z) - 1} \exp\left[\frac{D_1 - D_2}{D_1} N_{\varphi(z)} \tan \varphi(z) \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\varphi(z)}{4}\right)\right] - D_2 \right\} \quad (15)$$

其中: z 为桩到地表的深度; $p(z)$ 为桩上深度 z 的侧向力大小; $c(z)$ 和 $\varphi(z)$ 为深度 z 的平均黏聚力和内摩擦角; D_1 为桩的圆心到圆心的距离; D_2 为桩边界的水平距离间距, $(D_1 - D_2)$ 为桩的直径; $N_{\varphi(z)} = [\tan(\pi/4 + \varphi(z)/2)]^2$ 。

由抗滑桩引起的能量耗散率可以表示为:

$$D_p = 2\omega \int_0^h \frac{p(z)}{D_1} x(z) l(z) dz \quad (16)$$

其中: $x(z)$ 为桩位深度 z 处破坏块体宽度的1/2; X_F 为桩位与坡脚之间的水平距离; $l(z)$ 为旋转轴 OO' 到深度为 z 处桩上点的垂直距离; X_F 可表示为 $X_F = r_p \cos \theta_p - r_h \cos \theta_h$,其中 $r_p = \overline{OP}$ 、 θ_p 、 r_h 和 θ_h 见图6; P 为抗滑桩与滑动面在平面 YOZ 上的交点。

$x(z)$ 和 $l(z)$ 的函数可以表示为:

$$x(z) = \alpha \sqrt{R_c^2 - (\sqrt{l^2} + (r_p \cos \theta_p)^2 - r_{mc}^2)} \quad (17)$$

$$l(z) = r_h \sin \theta_h - X_F \tan \beta + z \quad (18)$$

其中: $R_c = \frac{(r_c - r_c')}{2}$; $r_{mc} = \frac{(r_c + r_c')}{2}$; $r_c = \overline{OE}$; $r_c' = \overline{OG}$; α 等于椭圆的长轴与短轴之比(图2)。

安全系数的计算采用强度折减法,对于等效Mohr-Coulomb强度参数, F_s 可表示为:

$$F_s = \frac{c}{c_d} = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_d} \quad (19)$$

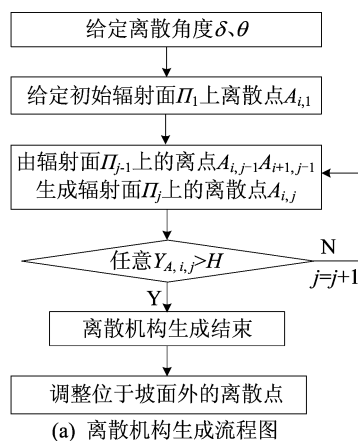
其中, c_d 和 φ_d 为使得边坡处于极限平衡状态的临界剪切强度参数。

安全系数的计算可以转化为双层循环优化。外环采用二分法来缩小临界值的范围,直到安全系数的临界值(F_1 和 F_2)的上、下限之差小于预期值。内循环采用穷举法来判断 $F_t = (F_1 + F_2)/2$ 是否为安全系数的上界解。

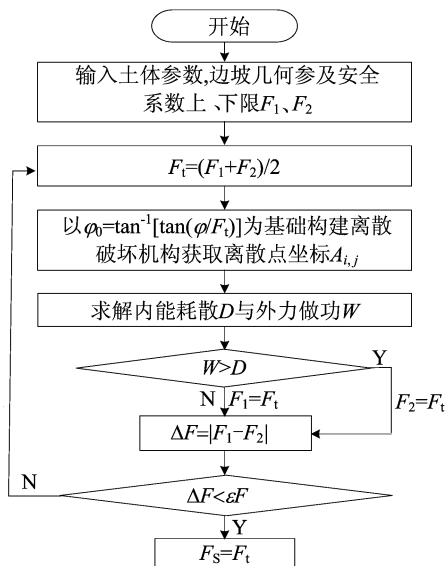
上述优化过程的优化变量为 $\{\theta_A, \theta_D, \overline{OD}' / \overline{OD}, L/Q\}$,其几何约束条件为:

$$\begin{cases} -\pi/2 < \theta_D < \pi/2, \\ \theta_D < \theta_A < \pi/2, \\ 0 < \overline{OD}' / \overline{OD} < 1, \\ 1 < L/Q < 2 \end{cases} \quad (20)$$

本机构的生成及安全系数的计算流程分别如图7所示。



(a) 离散机构生成流程图



(b) 安全系数 F_s 的计算流程图

图7 离散机构的生成及安全系数的计算流程图

1.4 本文结果与文献结果比较

本文对离散机构的有效性进行验证。文献[5]使用传统的对数螺旋机构,计算均质加桩边坡在不同的 B/H 情况下的安全系数。本文结果与文献[5]结果进行对比,结果见表1、表2所列。具体参数为: $c=23.94$ kPa, $\varphi=10^\circ$, $\gamma=19.63$ kN·m³, $\beta=$

45°, H=10 m, D₁/d_p=2.5, X_F=8 m。

表 1 本文与文献[5]在不同 X_F/L_X 下 F_S 的对比

B/H	方法	X _F /L _X					
		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
2	文献[5]	1.27	1.40	1.57	1.77	1.84	1.51
	本文	1.30	1.40	1.69	1.78	1.88	1.63
5	文献[5]	1.16	1.29	1.46	1.66	1.74	1.50
	本文	1.21	1.30	1.49	1.74	1.88	1.59

表 2 本文与文献[5]在不同 D₁/d_p 下 F_S 的对比

B/H	方法	D ₁ /d _p					
		1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
2	文献[5]	1.89	1.67	1.56	1.49	1.46	1.43
	本文	1.89	1.66	1.57	1.50	1.47	1.44
5	文献[5]	1.80	1.57	1.45	1.38	1.34	1.32
	本文	1.74	1.52	1.47	1.37	1.36	1.33

由表 1 可知,两者最大误差不超过 7.5%;由表 2 可知,最大误差小于 3.6%。结果表明,本文所提出的三维离散化机构可以有效分析均质三维加桩边坡的稳定性。

2 强度空间变异性建模和验证

本节建立考虑空间变异性的土体强度场模型,并在土体强度空间变化的情况下验证了所提出的三维机构。

2.1 土体空间变异性与模拟

利用随机场理论模拟土体强度的空间变异性。文献[17]假设土体黏聚力和内摩擦角均为对数正态分布,自相关函数为常见的指数型函数,随机场方程为:

$$C((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)) = \exp\left(-\frac{|x_1 - x_2|}{l_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{l_y} - \frac{|z_1 - z_2|}{l_z}\right) \quad (21)$$

其中:(x₁, y₁, z₁)和(x₂, y₂, z₂)为三维随机场域中 2 个任意点的坐标;l_x、l_y、l_z 分别为 x、y、z 方向上的自相关长度。

离散化是随机场模拟中的必要过程。文献[18]使用 Karhunen-Loève (K-L) 进行随机场离散。对于对数正态随机场 \hat{R} , 其 K-L 展开式可表示为:

$$\hat{R}(x, y, z, \theta) \approx \exp[\mu_{\ln} + \sigma_{\ln} \sum_{i=1}^S \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x, y, z) \times \xi_i(\theta)] = \exp[\mu_{\ln} + \sigma_{\ln} G(x, y, z, \theta)] \quad (22)$$

其中:λ_i、φ_i 分别为自相关函数的第 i 个特征值和

特征函数^[20];S 为扩展项的个数;ξ_i(θ)为随机场的第 i 个随机向量元素;μ_{ln}、σ_{ln}为随机场的归一化均值和标准差。

$$\sigma_{\ln} = \sqrt{\ln[1 + (\sigma/\mu)^2]} \quad (23)$$

$$\mu_{\ln} = \ln \mu - 0.5\sigma_{\ln}^2 \quad (24)$$

其中,μ、σ 分别为随机场的标准化均值和标准化方差。

由于 c 与 φ 之间的相关性,随机场的 K-L 展开式可以写为:

$$\hat{R}_c(x, y, z, \theta) = \exp[\mu_c^{\ln} + \sigma_c^{\ln} G_c(x, y, z, \theta)] \quad (25)$$

$$\hat{R}_\varphi(x, y, z, \theta) = \exp\{\mu_\varphi^{\ln} + \sigma_\varphi^{\ln} [G_\varphi(x, y, z, \theta) \rho_{c,\varphi}^{\ln} + G_c(x, y, z, \theta) \sqrt{1 - (\rho_{c,\varphi}^{\ln})^2}]\} \quad (26)$$

其中: \hat{R}_c 、 \hat{R}_φ 分别为 c 和 φ 的对数随机场;μ_c^{ln}、σ_c^{ln} 分别为对数黏聚力的平均值和标准差;μ_φ^{ln}、σ_φ^{ln} 分别为对数内摩擦角的平均值和标准差;ln c 与 ln φ 之间的互相关系数为 ρ_{c,φ}^{ln}。ρ_{c,φ}^{ln} 计算公式^[20]如下:

$$\rho_{c,\varphi}^{\ln} = \frac{\ln(1 + \rho_{c,\varphi} \text{Cov}(c)\text{Cov}(\varphi))}{\sqrt{\ln[1 + \text{Cov}^2(c)]\ln[1 + \text{Cov}^2(\varphi)]}} \quad (27)$$

其中:Cov(c)、Cov(φ)分别为 c 和 φ 的变异系数;ρ_{c,φ}为 c 与 φ 的互相关系数。

2.2 随机场模型中机理的验证

为验证本机构在空间变异性条件下的正确性,与 FLAC3D 结果进行比较。数值尺寸如图 8 所示,β=45°,H=10 m 和 B/H=2,模型底面固定,正面、背面和侧面的水平方向固定。抗滑桩采用理想化单元模拟,桩-土界面采用界面单元模拟,桩-土参数值见表 3 所列。

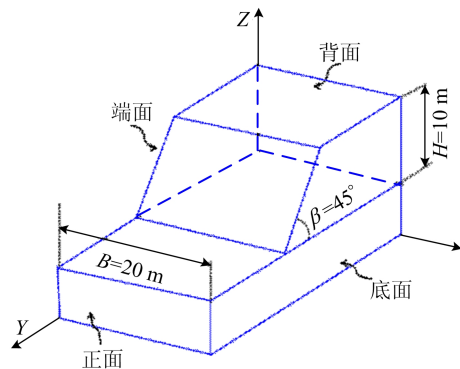


图 8 FLAC3D 模型尺寸

为方便起见,本验证只考虑 c 和 φ 随机场的一次抽样结果,且离散机构与 FLAC3D 均采用相同

的变量进行 K-L 展开,以确保验证结果受到随机场概率特性的干扰。FLAC3D 中算例和随机场强度仿真结果如图 9 所示。FLAC3D 和考虑空间变异性的离散机构给出的 F_s 对比结果见表 4 所列。

表 3 边坡实例强度和桩参数

种类	参数	数值
土体	黏聚力/kPa	10
	内摩擦角/(°)	20
	黏聚力变化系数/%	20
	内摩擦角变化系数/%	10
	自相关长度/m	2
	重度/(kN/m ³)	17
	体积弹性模量/MPa	90
	剪切弹性模量/MPa	40
	泊松比	0.25
	重度/(kN/m ³)	25
抗滑桩	杨氏模量/GPa	28
	泊松比	0.25
桩-土界面	法向刚度/(MPa/m)	100
	剪切刚度/(MPa/m)	100
	黏聚力/kPa	10
	内摩擦角/(°)	20

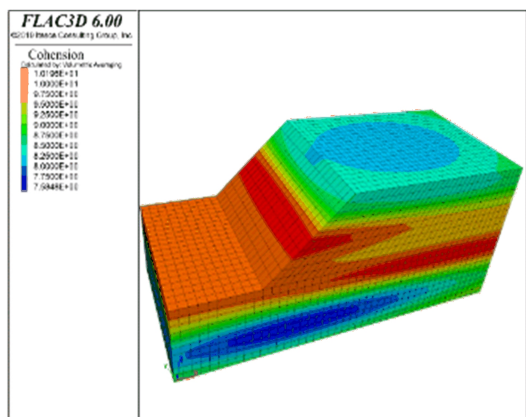
有效考虑土体参数的空间变异性对 F_s 的影响。

表 4 FLAC3D 和考虑空间变异性的离散机构给出的 F_s 对比

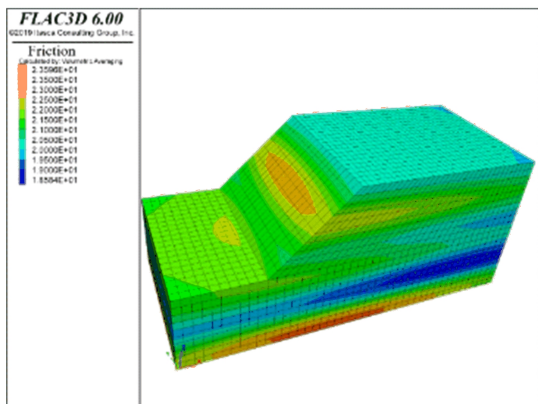
D_1/d_p	方法	X_F/L_X					
		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
2	FLAC3D	1.150	1.277	1.512	1.699	1.566	1.332
	本文	1.106	1.223	1.442	1.662	1.662	1.325
4	FLAC3D	1.145	1.160	1.285	1.340	1.371	1.270
	本文	1.106	1.135	1.223	1.311	1.325	1.223

FLAC3D 中边坡位移和桩加固边坡位移和安全系数如图 10 所示。图 9 展示了 $X_F/L_X = 0.8, D_1/d_p = 4$ 时的边坡位移图,可以看出,边坡破坏区域向两侧延伸,与图 10 中假设的破坏模式一致。抗滑桩周围土体位移较小,说明抗滑桩加固效果较好。

此外,与 FLAC3D 相比,离散机构可显著减少计算时间。在 Intel(R)酷睿(TM) i5-10400 @ 2.90 GHz 上,FLAC3D 计算实现的 F_s 所需的时间约为 35 min,而本机构计算耗时仅为 3 min。



(a) 黏聚力



(b) 内摩擦角

图 9 FLAC3D 中随机场强度仿真结果

由表 4 可知,2 种方法的 F_s 平均差值约为 3.4%,最大差值不超过 5.8%。三维离散化机构可

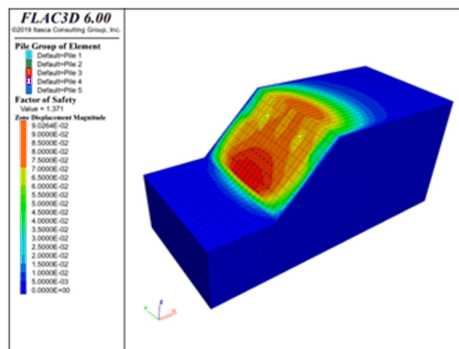


图 10 FLAC3D 中边坡位移和桩加固边坡位移和安全系数

3 讨 论

本文通过比较 RF 方法与传统随机变量(random variables, RV)方法得到的结果,探究土强度空间变异性对加桩三维边坡可靠性的影响,结果如图 11、图 12 所示。

从图 11、图 12 可以看出, RV 方法得到的失效概率大于 RF 方法的失效概率,甚至可能会高出 1 个数量级。这表明不考虑土体强度的空间变化情况下,加桩边坡的失效概率被高估了。当 $Cov(\varphi) = 10\%$ 时, RV 方法的失效概率比 RF 方法高 10 倍;而当 $Cov(\varphi) = 20\%$ 时, RV 方法与 RF 方法的失效概率差异显著减小。因此, RF 方法是可靠度研究时的首选,这种方法可以更真实地描述土体的不确定性,有效防止了 RV 方法带

来的可靠度高估。

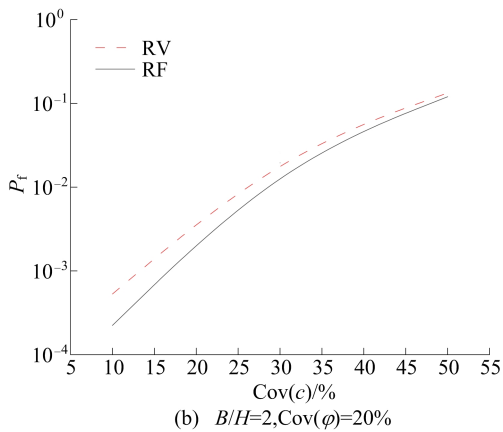
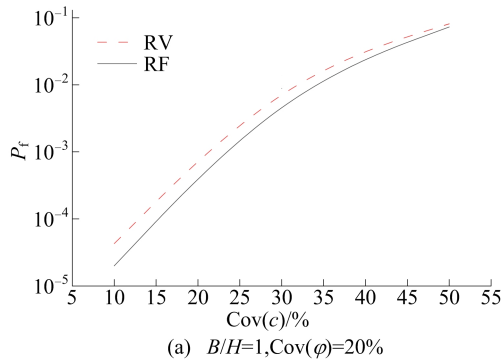


图 11 Cov(c)对失效概率的影响

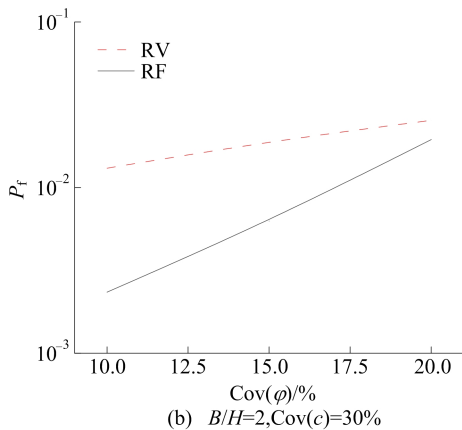
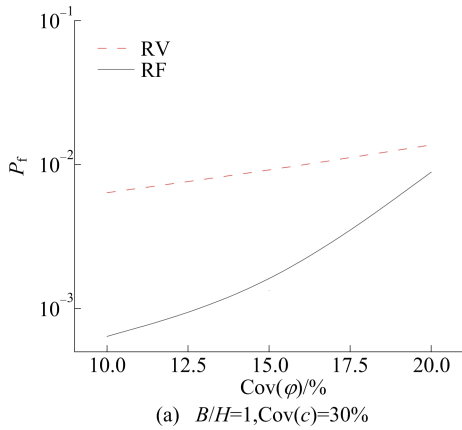


图 12 Cov(phi)对失效概率的影响

4 结 论

1) 本文提出的三维离散化机构克服了传统极限分析机构不能考虑土体参数空间变异性的缺点。通过与前人的研究和 FLAC3D 模拟结果比较,证明了该机构的有效性。离散机构的计算时间仅为数值模拟的 1/10,其与稀疏多项式混沌展开和 MCS 的结合可以为三维加桩边坡的失效概率分析提供了一个高效的计算框架。

2) RF 方法充分考虑了土体强度的空间变异性,与 RV 方法相比,RF 方法得到的边坡失效概率显著降低。RV 与 RF 方法差异受土体自相关长度和变异系数的影响。由于空间变异性是土体的固有特性,采用 RF 方法进行可靠度分析更加合理,而 RV 方法可能导致可靠性设计结果过于保守,造成不必要的工程开支。

[参 考 文 献]

- [1] 孙志彬,潘秋景,杨小礼,等. 非均质边坡上限分析的离散机构及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(7): 1680-1688.
- [2] HOU C Q, ZHANG T T, SUN Z B, et al. Seismic analysis of nonhomogeneous slopes with cracks using a discretization kinematic approach[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(9): 04019104.
- [3] YANG X L, CHEN H. Seismic analysis of 3D active earth pressure for unsaturated backfill[J]. Transportation Geotechnics, 2021, 30: 100593.
- [4] HOU C T, YANG X L. 3D stability analysis of tunnel face with influence of unsaturated transient flow[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, 123: 104414.
- [5] GAO Y, YE M, ZHANG F. Three-dimensional analysis of slopes reinforced with piles[J]. Journal of Central South University, 2015, 22(6): 2322-2327.
- [6] FIRINCI O G L U B S, ERCANO G L U M. Insights and perspectives into the limit equilibrium method from 2D and 3D analyses[J]. Engineering Geology, 2021, 281: 105968.
- [7] KUMAR S, CHOUDHARY S S, BURMAN A. Recent advances in 3D slope stability analysis: a detailed review[J]. Modeling Earth Systems and Environment, 2023, 9(2): 1-18.
- [8] 李见飞,苏杨,孙志彬,等. 基于 Newmark 滑块原理的抗滑桩加固三维土体的地震位移分析方法[J]. 岩土力学, 2020, 41(8): 2785-2795.
- [9] 侯超群,邓欣,孙志彬,等. 非线性准则下三维加筋边坡稳定性的上限分析[J]. 中国公路学报, 2018, 31(2): 124-132.
- [10] LI Y, YANG X. Seismic displacement of 3D slope reinforced by piles with nonlinear failure criterion[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(6): 04019042.

(下转第 497 页)

- [10] 梁波,兰芳,郑健龙. 沥青的老化机理与疲劳性能关系的研究进展[J]. 材料导报, 2021, 35(9): 9083-9096.
- [11] LV S T, TAN L, PENG X H, et al. Fatigue resistance design of rubberized asphalt mixture pavement under three-dimensional stress state[J]. Construction and Building Materials, 2021, 307: 125138.
- [12] 杜健欢, 艾长发, 黄超, 等. 界面水对沥青复合小梁疲劳性能的影响[J]. 公路交通科技, 2019, 36(3): 49-54.
- [13] ZHAO Q, LU X, JING S, et al. The fatigue mechanism of asphalt mixture with an interlayer under the combined effect of multiple factors[J]. Construction and Building Materials, 2023, 384: 131428.
- [14] 冯云霞, 罗钰鸿, 牛开民, 等. 盐及环境耦合作用下沥青和混合料性能劣化规律及机理研究进展[J]. 材料导报, 2023, 37(13): 107-116.
- [15] 叶向前. 基于离散元方法的薄层罩面沥青混合料力学特性研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2021.
- [16] 易富, 葛丽娜, 赵琪琪. 基于颗粒离散元的沥青混合料尺寸效应及影响因素[J]. 公路交通科技, 2020, 37(5): 1-10.
- [17] LIU G, ZHU C, HAN D, et al. Asphalt mixture force chains morphological characteristics and bearing capacities investigation using discrete element method[J]. International Journal of Pavement Engineering, 2023, 24(1): 2168660.
- [18] 吴文亮, 斯李, 卢家志. 基于虚拟单轴贯入试验研究集料对沥青混合料抗剪性能的影响[J]. 公路交通科技, 2021, 38(2): 1-8.
- [19] 陈戈雨. 基于离散元法的再生沥青混合料疲劳特性研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2022.
- [20] DING X, RATH P, OLIVER G, et al. Fracture modeling of rubber-modified binder based on discrete element method[J]. Journal of Cleaner Production, 2022, 380: 135017.
- [21] 郑冬. 基于集料形貌特性的多孔沥青混合料空隙演变机理研究[D]. 南京: 东南大学, 2021.
- [22] YUAN G, LI X, HAO P, et al. Application of flat-joint contact model for uniaxial compression simulation of large stone porous asphalt mixes[J]. Construction and Building Materials, 238, 2020, 117695.
- [23] 郭泽宇. 基于三维离散元考虑损伤的沥青混合料剪切疲劳寿命研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2020.
- [24] 中华人民共和国交通运输部. 公路工程沥青及沥青混合料试验规程: JTG E20—2011[S]. 北京: 人民交通出版社, 2017: 1-358.
- [25] 崔亚楠, 张强, 张翔. 沥青混合料复合小梁宏观与细观疲劳特性分析[J]. 建筑材料学报, 2023, 26(1): 85-90.
- [26] 张垚. 基于 PFC3D 的沥青混合料虚拟试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2015.

(责任编辑 吴亮)

(上接第 489 页)

- [11] WANG L, SUN D, YAO Y, et al. Kinematic limit analysis of three-dimensional unsaturated soil slopes reinforced with a row of piles[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 120: 103428.
- [12] 姬建, 王乐沛, 廖文旺, 等. 基于 WUS 概率密度权重法的边坡稳定系统可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(8): 1492-1501.
- [13] 孙志豪, 谭晓慧, 孙志彬, 等. 基于上限分析的空间变异土质边坡可靠度[J]. 岩土力学, 2021, 42(12): 3397-3406.
- [14] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Rotational failure mechanisms for the face stability analysis of tunnels driven by a pressurized shield[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2011, 35(12): 1363-1388.
- [15] MICHALOWSKI R L. Limit analysis and stability charts for 3D slope failures[J]. Journal of Geotechnical and Environmental Engineering, 2010, 136(4): 583-593.
- [16] ITO T, MATSUI T, HONG W P. Design method for stabilizing piles against landslide: one row of piles[J]. Soils and Foundations, 1981, 21(1): 21-37.
- [17] GUO X, DIAS D, PAN Q. Probabilistic stability analysis of an embankment dam considering soil spatial variability[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 113: 103093.
- [18] 谭晓慧, 董小乐, 费锁柱, 等. 基于 KL 展开的可靠度分析方法及其应用[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(5): 808-816.
- [19] AHMED A, SOUBRA A H. Application of the subset simulation approach to spatially varying soils[J]. Risk and reliability in geotechnical engineering, 2018: 591-625.
- [20] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Risk assessment in geotechnical engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2008: 461.

(责任编辑 吴亮)