

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.04.019

基于等效刚度的钢桁梁拱桥简化计算方法研究

钟剑¹, 蔡耀鑫¹, 王静峰¹, 程涛²

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省公路桥梁工程有限公司, 安徽 合肥 230031)

摘要: 钢桁梁拱桥作为一种适用于城轨合建的高次超静定结构, 在概念设计阶段用传统力学方法难以求解。为解决该问题, 文章通过对结构进行力学简化, 提出一种钢桁架梁等效抗弯刚度计算方法, 再根据膜张力假定计算简化梁拱组合体系的挠度、吊杆力, 解决了梁端转角的计算问题。结果表明: 理论解与有限元解吻合较好, 采用等效抗弯刚度法计算钢桁架梁的内力、挠度是可行的; 按照等效抗弯刚度求解简化梁拱组合体系的挠度、吊杆力和转角可以满足概念设计估算精度要求, 能够为设计者提供理论依据。

关键词: 桥梁工程; 钢桁梁拱桥; 城轨合建桥梁; 等效抗弯刚度; 简化计算; 梁端转角

中图分类号: U441.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2026)04-0571-06

Research on simplified calculation method of steel truss beam arch bridge based on equivalent stiffness

ZHONG Jian¹, CAI Yaoxin¹, WANG Jingfeng¹, CHENG Tao²

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Road and Bridge Engineering Co., Ltd., Hefei 230031, China)

Abstract: As a kind of high-order statically indeterminate structure suitable for integrated construction of urban road and rail transit, steel truss beam arch bridge is difficult to be solved by traditional mechanical methods in the conceptual design stage. In order to solve this problem, a calculation method of equivalent flexural stiffness of steel truss beams is proposed by simplifying the mechanics of the structure, and then the deflection and boom force of the composite beam and arch system are simplified according to the film tension assumption, and the calculation of beam end angle is solved. The results show that the theoretical solution is in good agreement with the finite element solution, and it is feasible to calculate the internal force and deflection of steel truss beams by using the equivalent flexural stiffness method. Solving the deflection, boom force and angle of the simplified beam-arch combination system according to the equivalent flexural stiffness can meet the accuracy requirements of conceptual design estimation, and can provide theoretical basis for designers.

Key words: bridge engineering; steel truss beam arch bridge; bridge combined with urban road and rail transit; equivalent flexural stiffness; simplified calculation; beam end angle

梁拱组合桥梁由于具有结构受力合理、跨越能力强等特点, 广泛应用于桥梁建设中, 而在交通资源日益紧缺的背景下, 为能够同时满足汽车、轻

轨以及人群的通行, 设计师们提出了一种采用大跨径钢桁架梁拱组合桥梁实现城市道路与轨道交通两用的新思路。

收稿日期: 2023-12-02; 修回日期: 2024-01-05

基金项目: 安徽省自然科学基金资助项目(2208085ME151); 安徽省住房和城乡建设厅立项资助项目(W2022JSKF0648)

作者简介: 钟剑(1988—), 男, 安徽滁州人, 博士, 合肥工业大学副教授, 博士生导师, 通信作者, E-mail: jzhong@hfut.edu.cn;

王静峰(1976—), 男, 安徽合肥人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师;

程涛(1983—), 男, 安徽桐城人, 博士, 安徽省公路桥梁工程有限公司正高级工程师。

近年来,众多学者对梁拱组合体系桥梁进行了相关研究,文献[1]推导简支梁拱组合体系在均布荷载作用下挠度计算实用公式,揭示了简支梁拱组合体系协作机理;文献[2]采用力学方法得到下承式三跨连续梁拱组合桥梁的实用计算公式,研究结构参数对拱肋荷载分担比的影响;文献[3]利用结构力学方法求出了下承式三跨连续梁拱组合桥梁的拱梁荷载分配比,研究设计参数对组合体系结构受力特征的影响规律。然而,对于大跨径钢桁架梁拱组合桥梁而言,梁拱刚度计算是其中的关键问题,用传统力学[4-5]求解非常复杂,设计者只能凭借经验进行参数设计,并不适合概念设计阶段的估算。同时,过往学者重点关注的是结构挠度,规范[6]对于城轨合建桥梁的梁端转角也作出了严格规定。

为能够解决钢桁架梁拱组合桥梁挠度、转角和吊杆力的计算问题,本文以双层钢桁架梁拱组合结构为研究对象,重点关注梁拱组合结构的竖向刚度,通过对结构进行力学简化,提出一种钢桁架梁等效抗弯刚度计算方法,并推导得到了均布荷载作用下的钢桁架梁拱组合体系挠度、吊杆力和转角计算公式,这有利于设计者理解钢桁架梁拱组合体系受力特性,并在概念设计阶段确定出较为合理的结构参数。

1 研究对象与基本假定

对于一般桥梁而言,重力荷载在全部设计荷载中的占比很大,可近似为均布荷载,而对于汽车荷载和列车荷载,均布荷载也都是其基本的荷载形式,因此均布荷载可以作为恒载、活载的荷载基本形式之一[7]。以双层钢桁架梁拱组合桥梁为例,确定均布荷载作用下主梁跨中挠度、拱顶挠度、吊杆力和梁端转角的计算方法,结构受力示意如图 1 所示。

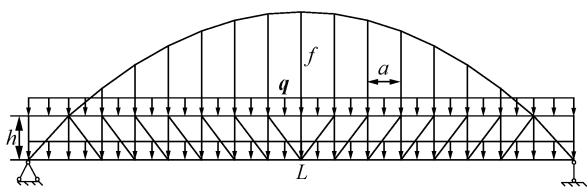


图 1 双层钢桁架梁拱组合体系受力示意

结构由钢桁架梁承受双层均布荷载,并通过吊杆将部分荷载传递至拱肋。本文先通过计算钢桁架梁的等效抗弯刚度,再将钢桁架梁转化为等截面梁,最后按照简支梁拱组合桥梁进行计算。

推导钢桁架梁拱组合体系计算公式的基本假定如下:① 结构处于弹性工作阶段;② 吊杆力均相等且按膜张力[8]作用;③ 钢桁架梁各构件之间以轴力相互作用;④ 弦杆、腹杆、拱肋、吊杆均为等截面构件,吊杆间距相等。

2 求解过程

假设均布荷载 q 分别作用在钢桁架梁的双层桥面上,钢桁架梁的上、下弦杆、边竖杆、边斜杆均为钢箱型杆件,中竖杆和中斜杆均为工字型杆件,材料弹性模量为 E ,钢桁架梁跨径为 L ,节间距离为 a ,桁架高度为 h ,上、下弦杆截面面积为 A_{sg} ,边竖杆截面面积为 A_{bsg} ,边斜杆截面面积为 A_{bsg} ,中竖杆和中斜杆的截面面积为 A_{fg} ,由此可以得到钢桁架梁的节段数为 n ,上、下弦杆的杆件长度为 a ,边竖杆、中竖杆的杆件长度为 h ,边斜杆和中斜杆的杆件长度为 c ,其中: $n=L/a$; $c=\sqrt{a^2+h^2}$ 。

由于均布荷载作用在钢桁架梁上时,各杆件之间主要通过轴力相互作用,弯矩的影响不大,考虑将钢桁架梁的各个刚接点转化为铰接点,并将均布荷载 q 转化为等效节点荷载 F_N ,其中 $F_N=qL/(n+1)$,再通过节点法,求出各杆件的轴力,相关公式为:

$$F_{bsg} = -F_N \quad (1)$$

$$F_{zsg} = \begin{cases} F_N, & i = 1; \\ -[qL - (2i + 1)F_N], & 2 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1; \\ -F_N, & i = \frac{n}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$F_{ssg} = \begin{cases} 0, & i = 1; \\ -[iqL - i(i + 1)F_N] \frac{a}{h}, & 2 \leq i \leq \frac{n}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{xxg} = \begin{cases} (qL - 2F_N) \frac{a}{h}, & i = 1; \\ [(i - 1)qL - i(i - 1)F_N] \frac{a}{h}, & 2 \leq i \leq \frac{n}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{bsg} = -(qL - 2F_N) \frac{c}{h} \quad (5)$$

$$F_{zsg} = qL - 2(i + 1)F_N, \quad 1 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1 \quad (6)$$

其中: i 为杆件编号; F_{bsg} 为边竖杆轴力; F_{zsg} 为中竖杆轴力; F_{ssg} 为上弦杆轴力; F_{xxg} 为下弦杆轴力;

F_{bxg} 为边斜杆轴力; F_{zsg} 为中斜杆轴力。由于结构对称, 剩余杆件的轴力根据对称性原理即可得到。

在钢桁架梁跨中施加单位力, 同样可以求出各杆件的轴力, 由于篇幅有限, 不再具体列举。

根据结构力学知识, 可以求出各杆件在结构挠度中的分量为:

$$\delta_{\text{bsg}} = 0 \quad (7)$$

$$\delta_{\text{zsg}} = \left\{ \left(\frac{n}{2} - 2 \right) qL - \left[\frac{(n+4)(n-4)}{4} - 1 \right] F_N \right\} \frac{h}{EA_{\text{fg}}} \quad (8)$$

$$\delta_{\text{sxs}} = \left\{ \left[\frac{n(n+1)(n+2)}{24} - 1 \right] qL - \left[\frac{n(n+1)(n+2)}{24} + \frac{n^2(n+2)^2}{64} - 2 \right] F_N \right\} \frac{a^3}{h^2 EA_{\text{xg}}} \quad (9)$$

$$\delta_{\text{xxg}} = \left\{ \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{24} + 1 \right] qL - \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{24} + \frac{n^2(n-2)^2}{64} + 2 \right] F_N \right\} \frac{a^3}{h^2 EA_{\text{xg}}} \quad (10)$$

$$\delta_{\text{bxg}} = (qL - 2F_N) \frac{c^3}{h^2 EA_{\text{bxg}}} \quad (11)$$

$$\delta_{\text{zxs}} = \left[\left(\frac{n}{2} - 1 \right) qL - \frac{(n+4)(n-2)}{4} F_N \right] \frac{c^3}{h^2 EA_{\text{fg}}} \quad (12)$$

其中: δ_{bsg} 为边竖杆挠度分量; δ_{zsg} 为中竖杆挠度分量; δ_{sxs} 为上弦杆挠度分量; δ_{xxg} 为下弦杆挠度分量; δ_{bxg} 为边斜杆挠度分量; δ_{zxs} 为中斜杆挠度分量。

由于结构处于弹性阶段, 可以根据叠加原理得到钢桁架梁跨中挠度公式为:

$$\delta = \left[(n-1) \frac{c^3}{h^2 EA_{\text{bx}}} + \frac{(n-2)^2}{4} \frac{c^3}{h^2 EA_{\text{fg}}} + \frac{n^2(5n^2+4)}{96} \frac{a^3}{h^2 EA_{\text{xg}}} + \frac{n^2-6n+12}{4} \frac{h}{EA_{\text{fg}}} \right] \frac{qL}{n+1} \quad (13)$$

由挠度理论^[9-10]可知, 均布荷载 $2q$ 作用下钢桁架梁的等效抗弯刚度为:

$$EI_{\text{eq}} = \frac{10qL^4}{384\delta} \quad (14)$$

等效抗弯刚度属于结构特性, 与外荷载大小无关。本文得到的等效抗弯刚度表达式中虽然包含了外荷载, 但在计算过程和结构挠度计算公式中的外荷载可以相互抵消。

在得到钢桁架梁等效抗弯刚度后, 进一步将

结构简化为简支梁拱组合体系, 上、下均布荷载 q 合并为 $2q$, 在均布荷载 $2q$ 作用下, 梁拱结构体系变形协调关系如图 2 所示。图 2 中: 实线为结构体系变形前的形状; 虚线为结构体系受力变形后的形状。变形前、后的位移协调关系式为:

$$f_1 + \delta_2 = f + \delta_1 \quad (15)$$

其中: f 为体系变形前的矢高; f_1 为体系变形后的矢高; δ_1 和 δ_2 分别为主梁跨中、拱顶产生挠度。简化体系中的矢高已包含了桁架高度。

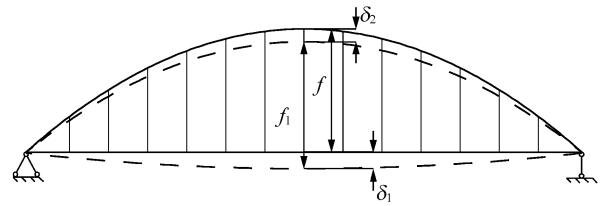


图 2 变形协调关系

令跨中吊杆的伸长量 $\delta_3 = f_1 - f$, 则式(5)变形整理后得到的变形协调方程为:

$$\delta_1 = \delta_2 + \delta_3 \quad (16)$$

根据式(16)可以看出主梁的挠度 δ_1 反映了梁拱组合体系的整体变形性能, 因此可以将体系挠度的求解等价为主梁跨中挠度求解, 并将吊杆力用等效集中力 T_i 表示, 吊杆再按照膜张力作用假定, 将吊杆力等效为均布荷载 t , t 将作为外荷载和 $2q$ 一起作用在结构上, 如图 3 所示。

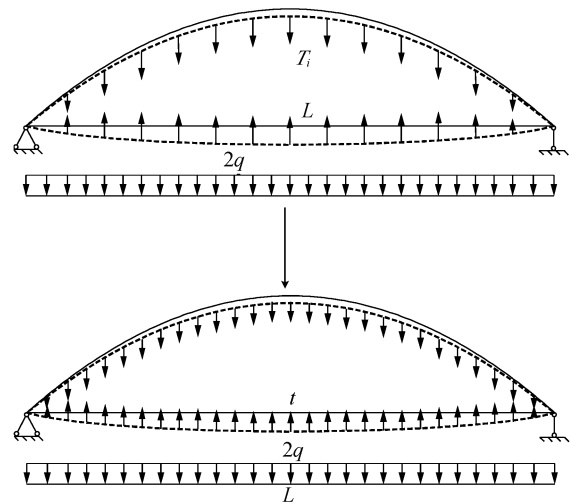


图 3 膜张力假定

由此钢桁架梁拱组合结构的高次超静定问题已经简化为三次超静定问题, 梁拱组合结构也分为梁拱闭合体与吊杆 2 个部分构件, 可以通过建立力法方程求解, 必有某 t 值使图 3 结构等效, 按

图 3 的计算模式可以求得 δ_1 、 δ_2 和 δ_3 , 代入式(16) 可以计算得到 t , 进而可以求得主梁跨中和拱顶 挠度。对于有列车荷载作用的桥梁, 为了满足列 车过桥的走行性以及梁端轨道结构正常使用, 规 范对于梁端转角限值也作出了相应要求, 按照本 文的简化计算方法亦可求出梁端转角。

选取梁拱组合体系基本结构如图 4 所示, \mathbf{X}_1 、 \mathbf{X}_2 、 \mathbf{X}_3 分别为主梁跨中截面放开后的多余约 束力中的水平力、剪力和弯矩。

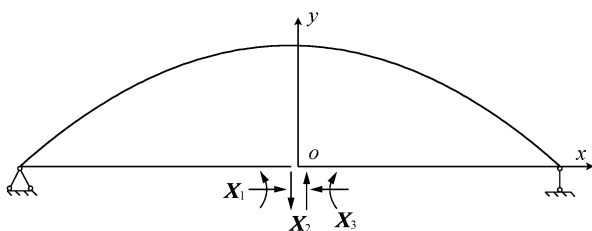


图 4 梁拱组合体系基本结构

结构和荷载对称, 跨中剪力 \mathbf{X}_2 为反对称的, 因此 $\mathbf{X}_2=0$ 。故力法方程可以简化为:

$$\begin{cases} \delta_{11}\mathbf{X}_1 + \delta_{13}\mathbf{X}_3 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{31}\mathbf{X}_1 + \delta_{33}\mathbf{X}_3 + \Delta_{3p} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

根据结构力学知识可求式(17)中各项系数和自由项如下:

$$\begin{cases} \delta_{11} = \frac{8f^2L(1+k_a)}{15EI_a}, \\ \delta_{31} = \delta_{13} = \frac{2fL}{3EI_a}, \\ \delta_{33} = L\left(\frac{1}{EI_a} + \frac{1}{EI_b}\right), \\ \Delta_{1p} = \frac{(-5q+t)fL^3}{60EI_a}, \\ \Delta_{3p} = \frac{L^3[EI_b(-3q+t) + EI_a(-q+t)]}{24EI_aEI_b} \end{cases} \quad (18)$$

$$k_a = \frac{15EI_a}{8f^2} \left(\frac{1}{EA_a} + \frac{1}{EA_b} \right) \quad (19)$$

其中: k_a 为考虑拱肋、钢桁架梁轴向变形后的放 大系数; EI_a 、 EI_b 为拱肋的抗弯刚度、钢桁架梁等 效截面抗弯刚度; EA_a 、 EA_b 为拱肋的抗拉压轴向 刚度、钢桁架的等效抗拉压轴向刚度。

将各项系数和自由项代入式(17)中即可求出 多余约束力。因篇幅有限, 不再列举。

求出多余约束力后, 根据力法求解静定结构 的位移, 可以得到主梁跨中挠度 δ_1 、拱顶挠度 δ_2 、 吊杆伸长量 δ_3 、梁端转角 δ_c 分别为:

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{q-t}{q}\delta_b^1 + \frac{t}{q}\delta_b^2, \\ \delta_2 = \frac{q-t}{q}\delta_a^1 + \frac{t}{q}\delta_a^2, \\ \delta_3 = \frac{tf}{ea_s}, \\ \delta_c = \frac{q-t}{q}\delta_c^1 + \frac{t}{q}\delta_c^2 \end{cases} \quad (19)$$

得到最终结果表达式为:

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{2qL^4}{384EI_b} \frac{\lambda_{b1}k_{ba} + \lambda_{b2}k_{ba}^2 + \lambda_{b3}k_{ba}^3}{\mu_1 + \mu_2k_{ba} + \mu_3k_{ba}^2 + \mu_4k_{ba}^3}, \\ \delta_2 = \frac{2qL^4}{384EI_b} \frac{\lambda_{a1}k_{ba} + \lambda_{a2}k_{ba}^2 + \lambda_{a3}k_{ba}^3}{\mu_1 + \mu_2k_{ba} + \mu_3k_{ba}^2 + \mu_4k_{ba}^3}, \\ \delta_3 = \frac{qL^4}{384EI_b} \frac{\lambda_{c1}k_{ba} + \lambda_{c2}k_{ba}^2 + \lambda_{c3}k_{ba}^3}{\mu_1 + \mu_2k_{ba} + \mu_3k_{ba}^2 + \mu_4k_{ba}^3} \end{cases} \quad (21)$$

$$t = [q(1+k_a)(1+k_{ba})k_{sa}]/\{k_{sa}[(1+k_a) + (1+2k_a)k_{ba} + k_a k_{ba}^2]L^4 + 64k_f[(6+6k_a)k_{ba} + (1+6k_a)k_{ba}^2]\} \quad (22)$$

其中: $k_{ba}=EI_b/EI_a$, 为钢桁架梁拱抗弯刚度比; $k_{sa}=EI_s/EI_a$, 为吊杆拱肋抗弯刚度比; $EI_s=ea_sL^3$, 为吊杆等代抗弯刚度; $k_f=f/L$, 为矢跨比。

$$\begin{cases} \mu_1 = 6(1+k_a)^2k_{sa}, \\ \mu_2 = (7+18k_a)(1+k_a)k_{sa} + 2\ 304(1+k_a)^2k_f, \\ \mu_3 = (1+14k_a+18k_a^2)k_{sa} + 768(1+k_a)(1+6k_a)k_f, \\ \mu_4 = (1+6k_a)k_a k_{sa} + 64(1+6k_a)^2k_f \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \lambda_{a1} = 30(1+k_a)k_a k_{sa}, \\ \lambda_{a2} = 5(7+12k_a)k_a k_{sa} + 384(1+k_a)(-1+24k_a)k_f, \\ \lambda_{a3} = 5(1+6k_a)k_a k_{sa} + 64(1+6k_a)(-1+24k_a)k_f \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \lambda_{b1} = 30(1+k_a)k_a k_{sa} + 2\ 304(1+k_a)^2k_f, \\ \lambda_{b2} = 5(7+12k_a)k_a k_{sa} + 2\ 304(1+k_a)(1+6k_a)k_f, \\ \lambda_{b3} = 5(1+6k_a)k_a k_{sa} + 320(1+6k_a)^2k_f \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \lambda_{c1} = 234(1+k_a)k_a k_{sa}, \\ \lambda_{c2} = (273k_a + 504k_a^2)k_{sa} + 8\ 064(1+12k_a)(1+k_a)k_f, \\ \lambda_{c3} = (39+270k_a)k_a k_{sa} + 1\ 344(1+6k_a)(1+12k_a)k_f \end{cases} \quad (26)$$

3 算 例

现以某双层钢桁架梁拱组合桥梁为例, 由于 该梁拱组合桥为平行式结构, 为便于简化计算, 本

文的求解将空间结构转化成平面结构求解,有限元模型和理论模型如图 5 所示。

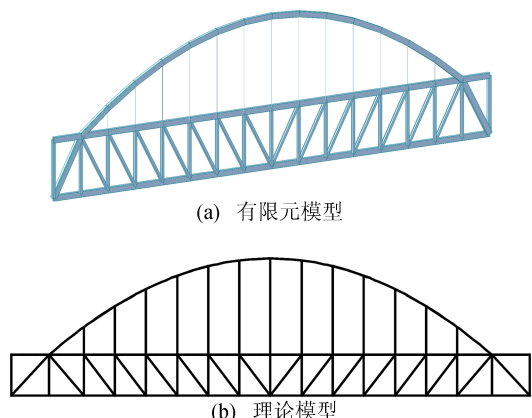


图 5 双层钢桁架梁拱组合桥

梁跨径 $L=150\text{ m}$, 矢高 $f=28.444\text{ m}$, 吊杆间距 $a=9.375\text{ m}$, 拱轴线为二次抛物线, 主梁为钢桁架梁, 主梁、拱肋均采用钢结构, 弹性模量为 $2.06\times 10^5\text{ MPa}$; 吊杆采用平行高强钢丝拉索, 弹性模量为 $2.05\times 10^5\text{ MPa}$, 关键构件截面如图 6 所示, 拱肋、钢桁架各构件、吊杆的截面参数见表 1 所列。

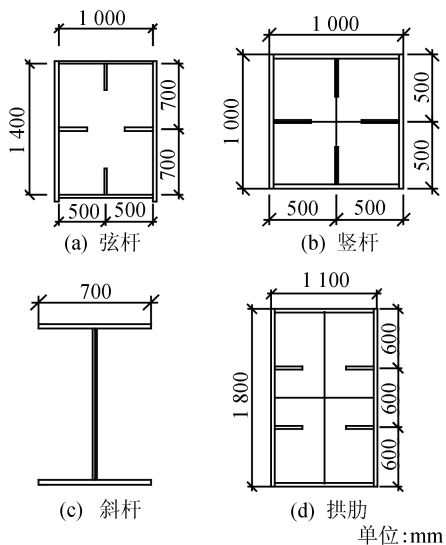


图 6 关键构件截面

表 1 算例截面几何特性

截面参数	拱肋	弦杆	边竖杆	边斜杆	其余腹杆	吊杆
A/m^2	0.230	0.230	0.151	0.330	0.066	0.005
I/m^4	0.090	0.090	0.021	0.123	0.011	

为使计算结果具有可靠性, 本文通过改变桁架高度, 采用 2 种方法分别计算钢桁架梁在均布荷载作用下的挠度。建立简支梁有限元模型, 通

过 Midas Civil 软件中的截面管理器, 调节刚度使得简支梁在相同荷载作用下与钢桁架梁有限元模型具有相同的跨中挠度值, 再反算得到等效抗弯关系矩有限元解, 并与理论解进行比较。钢桁架梁挠度和等效抗弯惯性矩计算结果如图 7 所示。

本文选取的均布荷载值为 10 kN/m , 根据式(20)和式(21)可知, 均布荷载值的选取可以根据具体情况在合理范围内进行自定义, 对结果的误差不会产生影响。

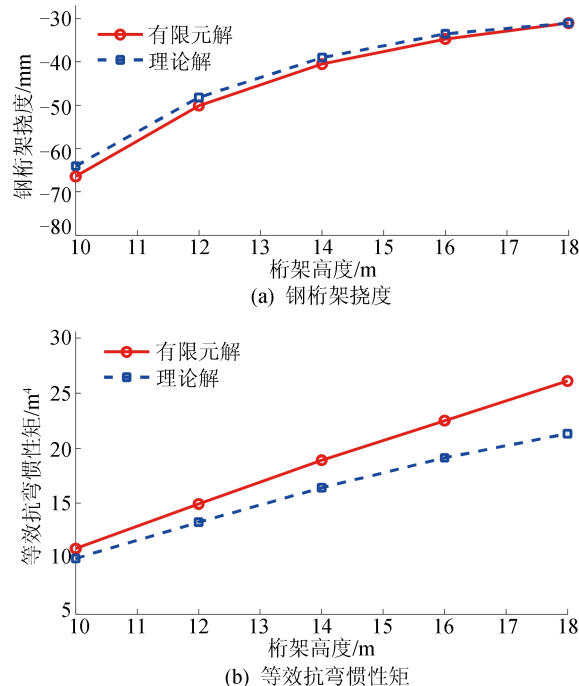
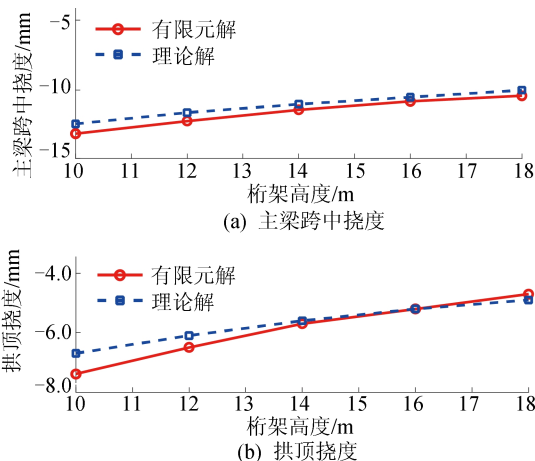


图 7 钢桁架梁等效刚度计算结果对比

由图 7 可知, 采用等效节点法可以简便有效地计算钢桁架梁跨中挠度。

再对简化梁拱组合体系相关参数计算结果进行验证, 采用 2 种方法分别计算挠度、吊杆力和转角, 计算结果如图 8 所示。



(a) 主梁跨中挠度

(b) 拱顶挠度

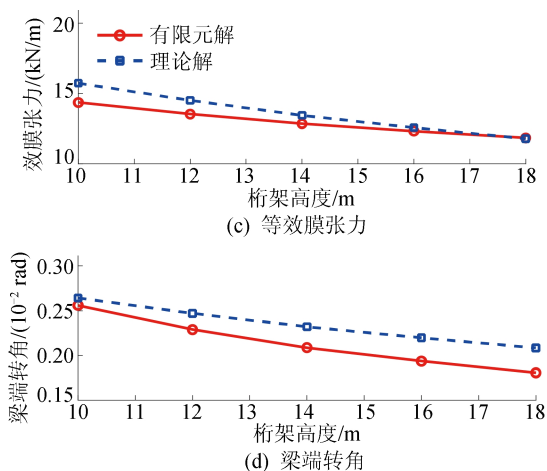


图 8 钢桁架梁拱组合结构相关参数计算结果对比

由图 8 可知,采用简化计算方法可以得到较准确的结果。

误差原因分析如下:①按照等效节点法计算钢桁架梁跨中挠度,并依此转化为等截面梁,未考虑弯矩的影响,实际钢桁架梁各截面的抗弯刚度也不一致,因此得到的等效抗弯刚度会有一些的误差;②根据均布荷载作用下的挠度计算公式换算抗弯刚度,公式本身也会产生一定的误差;③本文未考虑边吊杆的影响,假定吊杆力大小均相等,实际过程中边吊杆的力要小于其余吊杆。

综上所述,本文的简化计算方法能简便有效地计算主梁跨中挠度、拱顶挠度、吊杆力和梁端转角,可满足概念设计阶段的估算要求,有助于设计者理解双层钢桁架梁拱组合体系的力学特性。

4 结 论

1) 采用等效节点法求解钢桁架梁在均布荷载作用下的跨中挠度,得到的理论解满足估算精度要求。根据该理论公式,可以快速得到各杆件的内力,改变跨径、节间距离等参数也可以快速计算出结构跨中挠度。

2) 根据挠度理论将钢桁架梁转化为等截面梁,再按照简支梁拱组合桥梁计算钢桁架梁拱组合体系的挠度、吊杆力和转角可以得到较为准确的结果,能够满足概念设计阶段的估算精度要求。

3) 简化钢桁架梁拱组合计算公式通过梁拱刚度比、吊杆拱肋等效刚度比、矢跨比、轴向变形系数等参数来揭示各构件之间相互作用机理,后续将通过改变相关参数进行优化设计。

[参 考 文 献]

- [1] 易云焜. 梁拱组合体系设计理论关键问题研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.
- [2] 蔡金标, 陈海浪, 胡蒙. 下承式 3 跨连续梁拱组合桥梁实用计算方法[J]. 公路交通科技, 2011, 28(1): 62-67.
- [3] 程宇飞, 黄焕子, 胡逸琛, 等. 梁拱组合体系桥梁荷载分配分析研究[J]. 公路, 2021, 66(3): 158-162.
- [4] SINHA G, SHEIKH A H, MUKHOPADHYAY M. A new finite element model for the analysis of arbitrary stiffened shells[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1992, 12(3/4): 241-271.
- [5] 杨雨厚, 刘来君, 孙维刚, 等. 等截面抛物线无铰拱挠度影响线实用解析解[J]. 计算力学学报, 2017, 34(4): 480-486.
- [6] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 城市道路与轨道交通合建桥梁设计规范: CJJ 242—2016[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016: 20-24.
- [7] 周德. 高速铁路下承式钢箱系杆拱钢-混凝土组合桥结构体系及受力性能研究[D]. 长沙: 中南大学, 2010.
- [8] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002: 100-127.
- [9] 贺栓海. 拱桥挠度理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 1996: 37-42.
- [10] 梁昌望, 高冰松, 瞿尔仁. 拱的挠度理论分析[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 1998, 21(5): 52-56.

(责任编辑 吴 亮)