

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.04.017

藤 Copula 函数与 MC 方法 在桥梁地震易损性分析中的联合应用

谈思云, 何沛祥

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:考虑到地震作用下桥梁各个构件间的相互影响, 构件间相关性的模拟对系统易损性的分析尤为重要。针对传统蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)方法计算桥梁系统地震易损性的不足及藤 Copula 函数可将高维 Copula 分解为若干二元 Copula 以简化计算的优点, 引入藤 Copula 函数替代 MC 方法中构件间联合概率分布函数。文章基于某异形桥塔斜拉桥工程实例, 考虑了结构不确定性参数, 采用拉丁超立方技术对其分层抽样建立了桥梁-地震动样本; 通过增量动力分析(incremental dynamic analysis, IDA)建立构件概率地震需求模型, 得到了样本值的均值与回归残差; 使用藤 Copula 函数拟合回归残差之间的相关关系, 并采用 MC 抽样技术结合抗震模型即可对桥梁整体进行易损性评估。结果表明, 引入藤 Copula 函数的 MC 方法能准确模拟构件间的相关关系, 验证了所构建模型的可行性和优越性。

关键词:蒙特卡洛(MC); 地震易损性; 藤 Copula 函数; 系统易损性

中图分类号:U442.55 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2026)04-0557-09

Joint application of Vine Copula function and Monte Carlo method in seismic vulnerability analysis of bridges

TAN Siyun, HE Peixiang

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Considering the interaction of various components of the bridge under the action of earthquake, the simulation of the correlation between components is particularly important for the analysis of system vulnerability. In response to the shortcomings of the traditional Monte Carlo(MC) method in calculating the seismic vulnerability of bridge systems, and the advantages of the Vine Copula function in decomposing high-dimensional Copula function into several binary Copulas to simplify the calculation, the Vine Copula function is introduced to replace the joint probability distribution function between components in the MC method. Based on an engineering example of a cable-stayed bridge with special-shaped pylon considering structural uncertainty parameters, the bridge-ground motion samples are established by stratified sampling with Latin hypercube technology. A probabilistic seismic demand model (PSDM) for components is established through incremental dynamic analysis (IDA), and the mean and regression residuals of the sample values are obtained. The correlation between the regression residuals is fitted using the Vine Copula function, and the vulnerability assessment of the bridge is performed by using MC sampling technology combined with seismic modeling. The analysis results show that the MC method incorporating the Vine Copula function can accurately

收稿日期:2023-07-24;修回日期:2023-09-05

基金项目:安徽省自然科学基金杰出青年基金资助项目(2208085J20)

作者简介:谈思云(2001—),女,安徽合肥人,合肥工业大学硕士生;

何沛祥(1965—),男,安徽合肥人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师,通信作者, E-mail:hpxwt@hfut.edu.cn.

simulate the correlation between components, thereby verifying the feasibility and superiority of the constructed model.

Key words: Monte Carlo(MC); seismic vulnerability; Vine Copula function; system vulnerability

地震易损性研究方法分为理论分析法以及经验分析法^[1]。我国并未收集足够的地震信息以及结构的损伤数据,因此多采用理论分析法对结构有限元模型进行增量动力分析(incremental dynamic analysis, IDA),从而获得地震易损性曲线^[2]。桥梁是一个由许多复杂构件组成的结构,地震作用下,构件之间会相互影响,仅由单个构件的破坏状态代替整个系统的破坏状态是不合理的。且已有研究表明,用构件代替系统进行易损性分析会降低系统的失效概率,因此对桥梁的系统易损性进行研究是很有必要的。

传统宽窄界限法^[3-4]假设构件间完全独立或两两相关,在获得构件易损性的基础上可得到这些构件间全部并联或串联时的失效概率。然而,实际情况下桥梁组成构件间的关系较为复杂,不能用完全独立或完全相关来描述,且一阶界限法与二阶界限法最终只能得到一个易损区间,不能得到精确的易损性曲线。因此,文献^[5]提出一种以构件概率地震需求模型(probabilistic seismic demand model, PSDM)为基础建立构件相关系数矩阵并结合蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)抽样技术的系统易损性曲线建立方法;文献^[6]利用均匀设计得到结构-地震样本对,通过协方差矩阵建立体系联合概率密度函数(joint probability density function, JPFD)模型,利用 MC 抽样法得到桥梁整体易损性曲线。但同样地采用 MC 方法计算系统易损性时都需假设构件需求间需要服从正态分布,而这些假设都局限了对构件间相关关系的模拟。

近年来, Copula 函数逐渐在系统易损性的研究中被应用广泛,因其不限制边缘分布函数的形式,可用来准确建立构件联合概率分布函数。文献^[7]基于 Copula 函数的样本生成方法,生成给定地震动强度下考虑构件之间相关性的各个响应值的样本模拟值,结合各个构件的抗震能力模型并基于串联体系的假设,求解在各个地震强度水平下的系统的失效概率;文献^[8]通过 Copula 函数对桥墩及支座的系统易损性进行分析,推导得到了桥梁的系统易损性曲线。但以上研究多基于二元构件,随着维度增加,使用高维 Copula 函数让所有构件均服从一种分布形式,模型参数

的估计会变得困难且缺乏准确性。

由此,学者们引入了藤 Copula 函数对高维多元变量进行处理。文献^[9]引入了 D-Vine 结构建立构件联合概率密度函数,再利用概率地震需求回归分析得到系统易损性。但其在建立 D-Vine 结构时,对每种可能都进行了试算,随着维度增加,试算成本呈几何倍数增长。

当前在我国斜拉桥被广泛应用,因此本文以某异形桥塔斜拉桥为例,在考虑结构不确定性的前提下,对结构模型进行动力时程分析,得到了支座、桥塔等构件的概率地震需求模型均值与回归残差,用 D-Vine 结构对各构件的回归残差进行拟合,基于最短哈密顿路径确定 D-Vine 结构的首层,并使用 AIC(Akaike information criterion)准则对各 Pair-Copula 进行优选,对得到的最优 D-Vine 结构进行 MC 抽样,结合构件损伤指标可计算得到系统易损性曲线,从而得到一种藤 Copula 函数与 MC 方法相结合的新思路用于计算系统易损性。

1 Copula 理论介绍

1.1 Pair-Copula 函数

设二维随机变量 $X=(X_1, X_2)$ 的边缘分布分别为 $F_1(x_1), F_2(x_2)$ 。根据 Sklar 定理^[10], 二维随机变量的联合分布与边缘分布存在以下关系:

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)) \quad (1)$$

其中, $C(\cdot)$ 为 $F(\cdot)$ 的 Copula 函数。联合概率密度函数与边缘概率密度函数, 则有:

$$f(x_1, x_2) = c(F_1(x_1), F_2(x_2))f_1(x_1)f_2(x_2) \quad (2)$$

其中, $c(\cdot)$ 为 Copula 函数的概率密度函数。

1.2 藤 Copula 函数

在变量维度为 $n(n>2)$ 时, 传统 Copula 函数只能将这些变量的边缘分布用同一种 Copula 函数形式强行连接以获得多元 JPFD, 而藤 Copula 函数可以将多维随机变量的 JPFD 分解为一系列 Pair Copula 函数和边缘密度函数的乘积。规则藤蔓 R-Vine 是藤的一种特殊形式^[11], 其中的 C-Vine 和 D-Vine 被广泛应用, 二者在使用时没有优劣之分, 但适用范围有所不同。C-Vine 适合分析在诸多元素中有一个因素较其他更为重要的

情况, D-Vine 则更适合各种因素重要性相同的状况。

在桥梁结构中,任意构件的破坏都会对桥梁结构造成损伤,对系统易损性的分析产生影响,故本文选择 D-Vine 来描述各个构件易损性之间的相关关系,5 维 D-Vine 结构如图 1 所示。

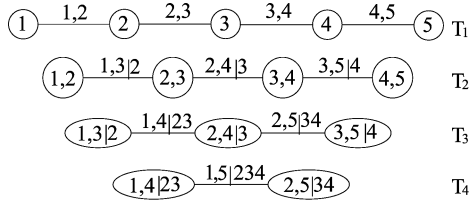


图 1 5 维 D-Vine 结构图

5 维 D-Vine 结构的联合概率密度一般表达式为:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= f_1(x_1) f_2(x_2) \times \\
 & f_3(x_3) f_4(x_4) f_5(x_5) \times \\
 & c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) c_{23}(F_2(x_2), F_3(x_3)) \times \\
 & c_{34}(F_3(x_3), F_4(x_4)) c_{45}(F_4(x_4), F_5(x_5)) \times \\
 & c_{13|2}(F(x_1 | x_2), F(x_3 | x_2)) \times \\
 & c_{24|3}(F(x_2 | x_3), F(x_4 | x_3)) \times \\
 & c_{35|4}(F(x_3 | x_4), F(x_5 | x_4)) \times \\
 & c_{15|234}(F(x_1 | x_2, x_3, x_4), F(x_5 | x_2, x_3, x_4))
 \end{aligned} \tag{3}$$

以此类推, n 维 D-vine 结构的概率密度函数可表示为:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \times \\
 c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) &= \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \times \\
 \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i, i+j | i+1, \dots, i+j-1}(F(x_i | x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}), \\
 & F(x_{i+j} | x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}))
 \end{aligned} \tag{4}$$

其中, $c_{\cdot | \cdot}(\cdot | \cdot)$ 表示条件 Copula 概率密度函数,其条件概率分布函数计算式为:

$$\begin{aligned}
 F(x | v) &= \\
 \frac{\partial C_{xv_j | v_{-j}}(F(x | v_{-j}), F(v_j | v_{-j}))}{\partial} F(v_j | v_{-j})
 \end{aligned} \tag{5}$$

其中: y_j 为向量 \mathbf{y} 中第 j 个元素; y_{-j} 为从向量 \mathbf{y} 中去除第 j 个元素 y_j 。

从图 1 可以看出:当第 1 层树的排列形式确定时,后续树结构也随之确定,然而随着维度增加,第 1 层树的组合数呈几何倍数增加。文献

[12]提出最短哈密顿路径方法对第 1 层树结构的排列方式进行处理。此方法首先将所有变量排列为一个哈密顿圈,再将任意两变量之间用一条直线连接起来,找到每个变量只出现一次的最长变量的序列,且组成序列的边长之和最小,即可得到哈密顿最短路径。6 维哈密顿圈示意图如图 2 所示。

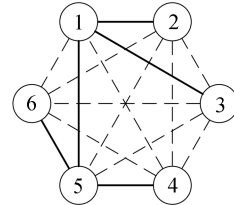


图 2 哈密顿路径图

涉及边长为每条边的权重,本文采用 Kendall 秩相关系数来计算,计算公式参考文献[13]。通常这些问题被认为是最小化问题而不是最大化问题,因此将各边权重重新定义为 $\omega_{ij}' = 1 - \omega_{ij}$ 。求解公式为:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{X}} \sum_{i=1}^{d+1} \sum_{j=1}^{d+1} \omega_{ij}' x_{ij} \\
 \text{subject to } \sum_{i=1}^{d+1} x_{ij} &= 1, \quad i = 1, \dots, d+1; \\
 \sum_{j=1}^{d+1} x_{ij} &= 1, \quad j = 1, \dots, d+1; \\
 x_{ij} &\in \{0, 1\}
 \end{aligned} \tag{6}$$

其中, \mathbf{X} 为由权重系数组成的矩阵,3 个约束条件则保证了每个变量都会出现且只出现一次。根据式(6)求解出最短哈密顿路径矩阵 $\mathbf{X} = (x_{ij})_{i,j=1,\dots,d+1}$ 的最优解即可确定第 1 层树的排列方式,继而可确定出整个 D-Vine 结构。

1.3 Pair-Copula 函数优选方法

Pair-Copula 函数的参数常用最大似然估计法来求解,似然函数为:

$$\begin{aligned}
 L(\theta) &= \\
 \prod_{i=1}^n c(F_1(x_{1,i}), F_2(x_{2,i}); \theta) f_1(x_{1,i}) f_2(x_{2,i})
 \end{aligned} \tag{7}$$

对等式(7)两边同取对数,则有:

$$\begin{aligned}
 \ln L(\theta) &= \sum_{i=1}^n [\ln c(F_1(x_{1,i}), F_2(x_{2,i}); \theta) + \\
 & \ln f_1(x_{1,i}) + \ln f_2(x_{2,i})]
 \end{aligned} \tag{8}$$

对式(8)取最大值,可求得参数为:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax} \ln L(\theta) \tag{9}$$

目前优选 Pair-Copula 函数普遍的方法是

AIC 准则或 BIC(Bayesian information criterion) 准则,若待选 Pair-Copula 函数中某个的 AIC 值或 BIC 值最小,则认为该函数为最优解。两者的计算公式^[14]为:

$$I_{AIC} = -2\ln L + 2k,$$

$$I_{BIC} = -2\ln L + k\ln N \quad (10)$$

其中: $\ln L$ 为 Pair-Copula 函数的极大似然估计值; k 为函数中参数个数。

2 引入藤 Copula 的 MC 分析系统易损性

2.1 构件易损性

构件易损性的分析是系统易损性分析的基础。地震易损性概率是在地震动强度(intensity measure, IM)确定的条件下,地震需求 D 大于抗震能力 C 的概率,相关公式^[15]为:

$$P_i = P[D \geq C | I_{IM}] \quad (11)$$

其中, P_i 为构件在某特定损伤状态下的超越概率。

在计算构件易损性时,需要构建各个构件的概率地震需求模型(probabilistic seismic demand model, PSDM),假设当地震动强度为 IM 时的地震工程需求参数(engineering demand parameter, EDP)与 IM 均服从对数正态分布,则 PSDM 的基本函数形式为:

$$P_i = P[D \geq C | I_{IM}] = \Phi\left(\frac{\ln P_{EDP} - \ln C}{\sqrt{\beta_C^2 + \beta_{EDP}^2}}\right) \quad (12)$$

其中, β_C 和 β_{EDP} 分别为抗震能力和地震需求标准差。当采用指数关系描述 EDP 和 IM 时,计算式^[16]为:

$$\ln P_{EDP,i} = \ln a_i + b_i \ln I_{IM} + e_i \quad (13)$$

$$\ln A_i = \ln a_i + b_i \ln I_{IM} \quad (14)$$

其中: $\ln A_i$ 为均值部分; a_i 和 b_i 为所求的回归系数; e_i 为回归残差。

2.2 引入藤 Copula 函数的 MC 方法

根据文献[5]的研究,传统 MC 方法一般步骤为:

1) 选取适量地震波输入结构模型中以获得相关构件的最大响应。

2) 用随机向量 $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ 表示获得的地震响应,并假设响应符合对数正态分布,则可通过 IDA 法获得各个构件的 PSDM。

3) 假设各个构件之间的联合分布函数也符合对数正态分布,根据前面获得的各个构件的均值向量 $V = (V_1, V_2, \dots, V_n)$ 和相关系数矩阵元素 p_{ij} 可构建构件间的多元联合分布函数。

$$p_{ij} = \frac{\text{Cov}(\ln U_i, \ln U_j)}{\sqrt{D(\ln U_i)D(\ln U_j)}} \quad (15)$$

4) 对得到的多元联合分布函数 MC 抽样 N 次,将得到的响应值与构件损伤指标对比得到失效点个数 n , n/N 为桥梁系统的失效概率。

从上述 MC 法步骤中可以看出,MC 法需要对各个构件之间的联合概率分布形式进行假定,然而并不是所有的联合概率分布都能很好地符合正态分布的形式,由于 Copula 函数不需要预设各个构件之间的联合概率分布形式且能灵活处理二元或多元系统的联合失效概率,因此本文采用 Copula 函数替代 MC 法中构件之间的联合分布函数并对系统易损性进行求解计算。

2.3 样本值生成基本流程

藤 Copula 函数与 MC 方法相结合的关键在于生成给定 IM 水平下,考虑构件相关性的各个构件 EDP 的样本模拟值,相关生成流程图如图 3 所示。

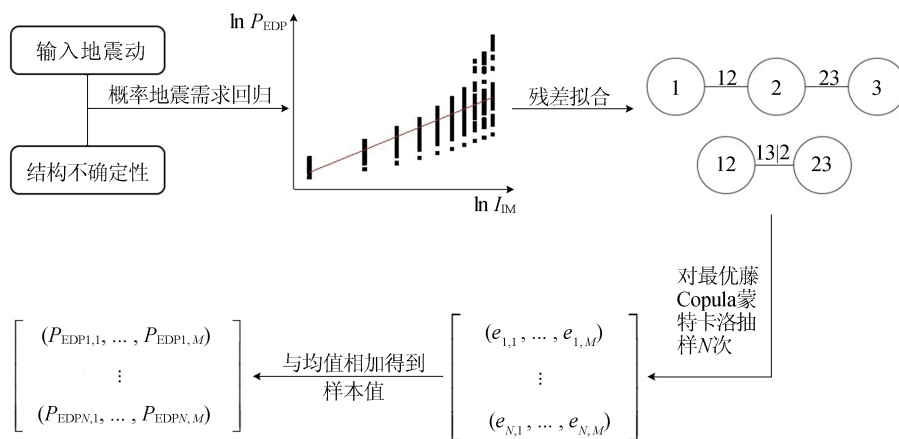


图 3 样本值生成流程图

该样本值生成的基本流程如下:① 根据概率地震需求回归得到各个构件在相应 IM 下的 EDP 均值 $\ln A_i$ 及 e_i 值;② 使用藤 Copula 模拟 e_i 之间的相关关系,得到最优藤 Copula 后基于 MC 抽样方法生成 e_i 的模拟点;③ 将 e_i 模拟点与 PSDM 得到的均值相加得到样本模拟值。通过以上步骤得到 N 个样本模拟值,将这 N 个值与构件抗震能力对比得到失效点数目 n ,则 n/N 即为桥梁系统的失效概率。

3 方法验证

3.1 工程实例

本文研究中主桥跨径为(80+130) m,主桥全长 210 m,为独塔双索面墩梁固结体系。主梁由混凝土梁和钢箱梁组成,钢混结合面位于主梁主跨侧距索塔 9.6 m 处,钢混结合段长 5.5 m,主跨其余部分为钢箱梁。边跨预应力混凝土主梁中心处梁高 2.5 m,顶面宽 37.5 m,边箱底面宽 6.6 m,钢箱梁的截面外轮廓尺寸与混凝土箱梁基本相同。主塔采用顺桥向斜置的拱形塔,整个拱塔高 79.8 m,拱塔轴线在顺桥向与铅垂面的夹角为 15° 。斜拉索采用空间双索面扇形布置,全桥共 22 对,抗拉标准强度为 1 860 MPa。整桥共设有 4 个支座,均为纵桥向单向活动支座。过渡墩墩身直径 1.8 m,竖向主筋直径 28 mm,箍筋直径 10 mm。设计地震动峰值加速度为 $0.1g$,场地为中硬土的 II 类场地,斜拉桥布置示意图如图 4 所示。

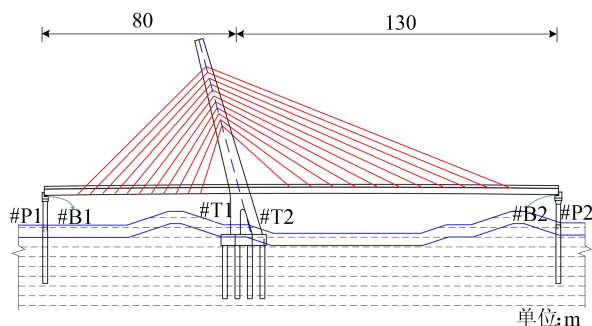


图4 斜拉桥示意图

本文采用 OpenSees 软件建立斜拉桥全桥模型。桥墩及主塔采用非线性纤维梁柱单元模拟其可能发生的塑性破坏,并将桥墩以及桥塔纤维截面分为保护层混凝土、核心混凝土和钢筋。混凝土部分用 Concrete02 材料模拟,采用 Mander 模型作为其材料本构;钢筋用 Steel02 材料模拟;支

座用零长单元模拟,通过 Hardening 材料模拟其纵横向的弹塑性。

主梁在地震过程中基本属于弹性状态,故采用线弹性梁柱单元模拟。斜拉索用 Truss 单元模拟,使用 Steel02 以施加初应力的方式模拟拉索的非线性。桥塔及过渡墩底均采用固结形式进行约束,不考虑桩土相互作用。

3.2 地震回归需求模型

在进行非线性动力时程分析时,根据工程实际,本文从 PEER 中选取了 20 条远场地震波,选择的地震波断层距均大于 30 km,震级在 5.5~8.0 间。对这 20 条地震波的 PGA 在 $0\sim 1.0g$ 之间调幅,以 $0.1g$ 的间隔调幅 10 次,生成 200 组地震动分析样本。同时,根据文献[16]结果,即随机参数对于有桥台桥梁地震需求重要性分析结果,选取对桥梁地震需求影响较大的 10 个参数作为随机参数,具体见表 1 所列。

表1 斜拉桥不确定性参数

模型参数	分布类型	均值	Cov 值
f_{c1}	正态	35.9 MPa	0.21
ϵ_{c1}	正态	0.004	0.20
f_{c2}	正态	32.3 MPa	0.20
ϵ_{c2}	正态	0.004	0.20
f_{cc}	正态	26.8 MPa	0.14
ϵ_{cc}	正态	0.002	0.20
E_s	正态	2×10^5 MPa	0.02
f_y	对数正态	400 MPa	0.07
支座摩擦系数	对数正态	0.02	0.10
阻尼比	对数正态	0.05	0.10

表 1 中: f_{c1} 为主塔约束混凝土抗压强度; ϵ_{c1} 为主塔约束混凝土极限应变; f_{c2} 为过渡墩约束混凝土抗压强度; ϵ_{c2} 为过渡墩约束混凝土极限应变; f_{cc} 为非约束混凝土抗压强度; ϵ_{cc} 为保护层混凝土峰值压应力对应的应变; f_y 为普通钢筋屈服应力; E_s 为普通钢筋弹性模量。

为综合考虑不确定性参数对桥梁地震分析的影响,基于结构中不确定参数的概率分布,采用拉丁超立方技术进行分层抽样,建立 200 个桥梁样本,再将其与 IDA 生成的地震动组合得到 200 组地震动-桥梁样本对。

以 PGA 为地震动强度指标,以支座位移、塔底曲率及墩底曲率为相应构件的地震响应指标进行回归分析,得到构件的 PSDM 回归参数见表 2 所列,B1-T1-P1 的概率地震需求模型

图如图 5 所示。

表 2 构件的 PSDM 回归参数

参数	$\ln a$	b	$\beta_{EDP IM}$	R^2
$\ln P_{EDP1}$	-1.513	0.863	0.349	0.747
$\ln P_{EDP2}$	-1.591	0.732	0.293	0.752
$\ln P_{EDP3}$	-5.111	1.023	0.435	0.729
$\ln P_{EDP4}$	-5.408	0.883	0.344	0.762
$\ln P_{EDP5}$	-4.794	1.087	0.414	0.770
$\ln P_{EDP6}$	-4.679	1.199	0.453	0.773

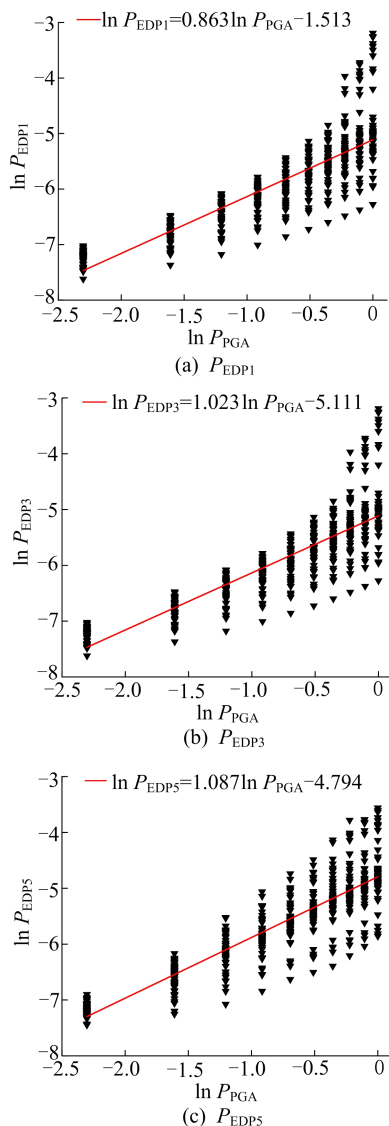


图 5 概率地震需求图

根据得到的回归参数,对回归残差 e_1 到 e_6 进行正态性检验,以 e_1, e_3, e_5 为例得到回归残差正态性检验结果如图 6 所示。

由图 6 可知,残差数据基本沿着 45° 线分布,回归残差基本符合正态分布,满足假设。

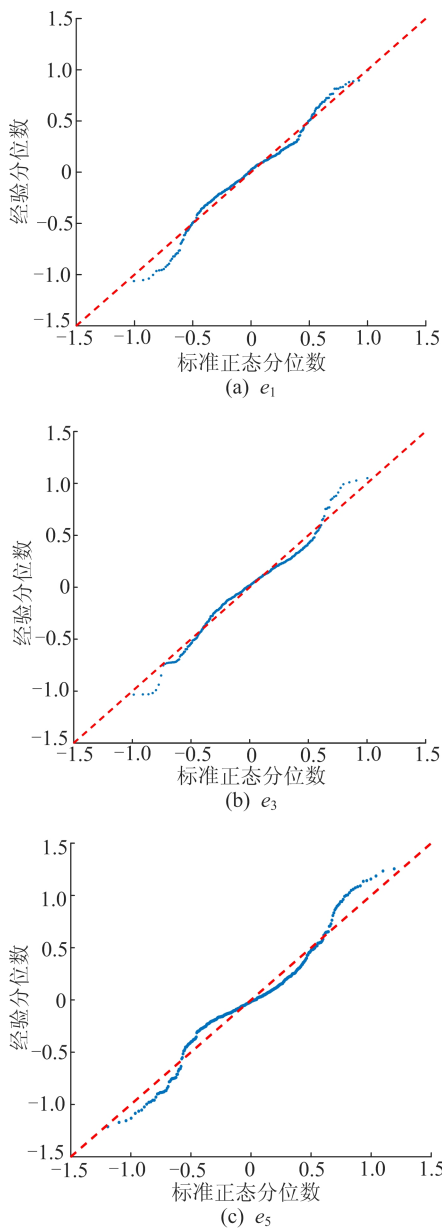


图 6 回归残差正态性检验结果

3.3 斜拉桥整体系统易损性

3.3.1 损伤指标的确定

各构件的损伤指标见表 3 所列。

表 3 斜拉桥损伤指标

损伤指标	轻微损伤	中等损伤	严重损伤	完全破坏
支座/m	0.045	0.060	0.120	0.150
主塔频率	0.59E-3	0.75E-3	1.39E-3	5.49E-3
过渡墩频率	1.24E-3	1.69E-3	4.50E-3	1.27E-2

在震害易损性分析中,根据构件损伤程度不同,可将各个构件的损伤极限值划分为轻微、中等、严重、完全 4 个状态。对于支座,本文采用支座位移作为划分损伤状态的依据,可根据支座类

型由规范确定。因为桥塔底部以及过渡墩属于压弯构件,所以采取应用广泛的截面弯曲曲率作为损伤指标,通过 Xtract 软件对纤维截面进行弯矩曲率分析获得。

3.3.2 系统易损性的建立

本文选择 D-Vine 结构作为描述各个构件易损性之间相关关系的模型,并使用最短哈密顿路径方法确定第 1 层树的排列方式。通过计算各构件地震需求样本的 Kendall 秩相关系数 ω_{ij} ,可得两两节点间每条边的权重 ω_{ij}' ,结果见表 4 所列。

表 4 哈密顿路径边长的权重

构件	B1	B2	T1	T2	P1	P2
B1	0	0.238 5	0.451 1	0.442 8	0.324 6	0.338 3
B2	0.238 5	0	0.516 0	0.503 3	0.374 5	0.400 4
T1	0.451 1	0.516 0	0	0.111 1	0.294 6	0.409 7
T2	0.442 8	0.503 3	0.111 1	0	0.322 0	0.447 0
P1	0.324 6	0.374 5	0.294 6	0.322 0	0	0.222 6
P2	0.338 3	0.400 4	0.409 7	0.447 0	0.222 6	0

由表 4 中的权重叠加得到的最短哈密顿路径长度为: $\min_X \sum_{i=1}^{d+1} \sum_{j=1}^{d+1} \omega_{ij}' x_{ij} = 1.294 72$, 具体路径为 T1—T2—P1—P2—B2—B1。第 1 层树的排列方式确定完毕后,现将 B1 对应为 1, B2 对应为 2, T1 对应为 3, T2 对应为 4, P1 对应为 5, P2 对应为 6, 则第 1 层树排列顺序为 3—4—5—6—2—1, 确定 D-Vine 结构的后续步骤为:

1) 按式(10)、式(11)对第 1 层树的所有待选 Copula 函数进行优选,得到哈密顿路径每条边的最优 Pair-Copula 函数及对应参数 $c_{34}(F_3(x_3), F_4(x_4); \theta_{34})$ 、 $c_{45}(F_4(x_4), F_5(x_5); \theta_{45})$ 、 $c_{66}(F_5(x_5),$

$F_6(x_6); \theta_{56})$ 、 $c_{62}(F_6(x_6), F_2(x_2); \theta_{62})$ 、 $c_{21}(F_2(x_2), F_1(x_1); \theta_{21})$ 。

2) 结合优选得到的 Pair-Copula 函数与边缘概率密度函数 $f_i(x_i)$ 即可计算出条件概率 $f(x_3 | x_4), f(x_5 | x_4), f(x_4 | x_5), f(x_6 | x_5), f(x_5 | x_6), f(x_2 | x_6), f(x_6 | x_2), f(x_1 | x_2)$ 。

3) 计算步骤 2) 条件概率间的 Kendall 秩相关系数并结合 $F(x_i | x_j)$ 可对第 2 层树的二元 Pair-Copula 函数进行估计,同样使用 AIC 准则对二元 Pair-Copula 进行优选。

4) 重复步骤 2)、步骤 3),直至估计得到本文 6 维 D-Vine 结构的最后一个二元 Pair-Copula 函数,即可得到最终 D-Vine 结构。

在上述步骤 3) 中得到每条边上的二元 Pair-Copula 函数的 AIC 值及优选函数的参数见表 5 所列。得到最优 D-Vine 结构后,根据样本值生成基本流程并结合结构抗震模型即可得到结构整体在 4 种损伤状态下的系统易损性曲线。构件的易损性曲线可以根据式(12)求出,各个构件易损性之间的对比可以直观地看出桥梁的最易损构件。为了便于比较,本文将获得的构件易损性曲线与引入藤 Copula 函数的 MC 方法(以下简称本文方法)的系统易损性曲线在同一张图中展示,4 个等级下的易损性曲线如图 7 所示。

由图 7 可知:4 种损伤状态下,通过本文方法建立的系统易损性程度均高于各个构件的易损性程度,说明整个桥梁系统的损伤概率大于任一构件的损伤概率;按构件类型划分,4 个状态下,支座 B2 的易损性均高于其他构件,说明 B2 支座是最易损构件,过渡墩最不易损。

表 5 Pair-Copula 函数参数及其对应 AIC 值

Pair-Copula	Gaussian	t	Clayton	Gumbel	Frank	Optimized	θ
34	-933.7	-1 405.6	-1 200.0	-1 365.7	-1 472.1	Frank	28.56
45	-723.2	-807.1	-748.5	-840.8	-732.0	Gumbel	3.47
56	-1 243.8	-1 287.9	-1 005.6	-1 224.3	-1 174.8	t	0.96 (4.50)
62	-592.5	-626.0	-515.0	-621.4	-576.9	t	0.85 (7.15)
21	-1 009.9	-1 106.0	-855.6	-1 044.0	-1 058.2	t	0.95 (4.73)
35 4	-68.4	-63.2	-93.4	-54.9	-101.0	Frank	2.74
46 5	-16.0	-18.1	-35.5	-11.6	-13.4	Clayton	0.23
52 6	-46.5	-31.7	-21.2	-73.6	-60.5	Gumbel	1.21
61 2	-195.7	-165.3	-164.6	-154.1	-117.6	Gaussian	0.58
36 45	0.1	-6.1	-79.7	-1.0	-12.5	Clayton	0.24
42 56	2.0	3.1	0.2	2.0	0.4	Clayton	0.05
51 62	-2.1	-1.6	-13.7	-6.2	-1.4	Clayton	0.12
32 456	-81.9	-90.5	-28.1	-90.1	-56.8	t	-0.40 (25.06)
41 562	-8.1	-9.4	-26.4	-19.7	-4.3	Clayton	0.23
31 4562	0.9	0.4	-33.1	-16.2	-5.6	Clayton	0.16

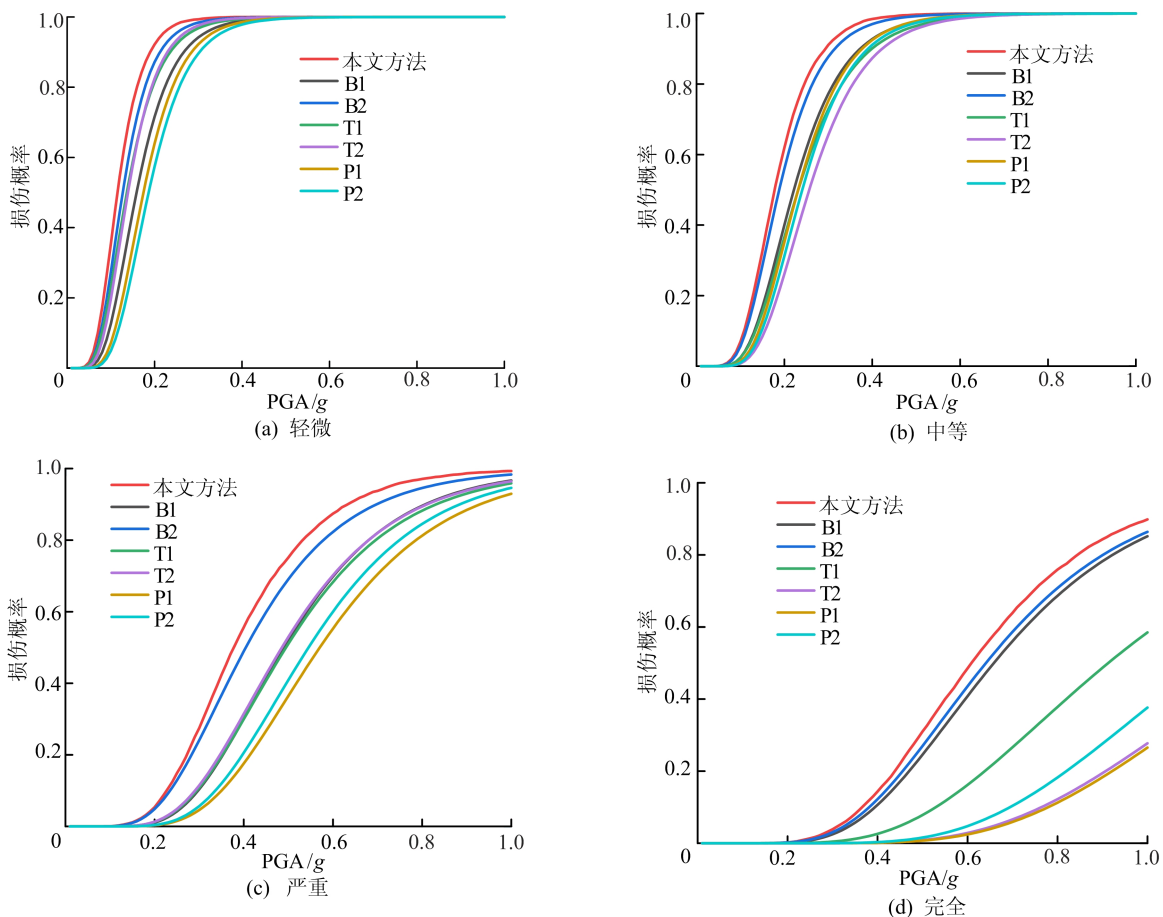


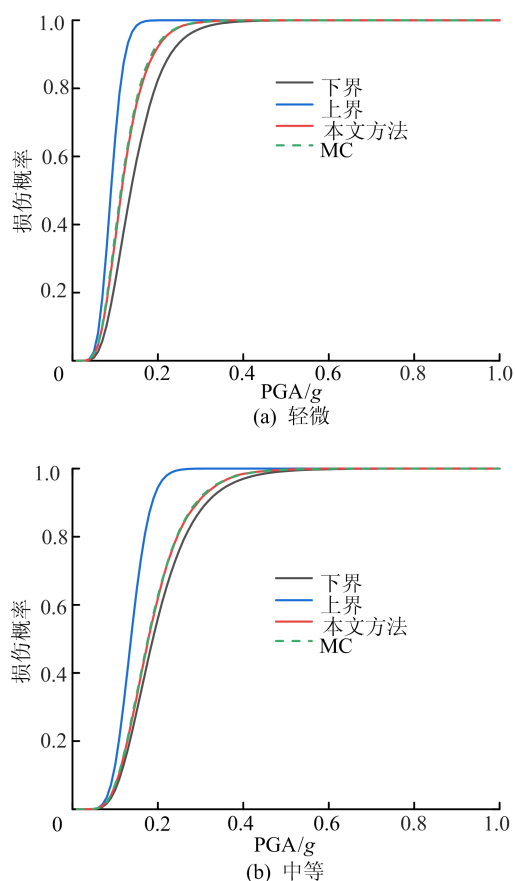
图 7 构件易损性和引入藤 Copula 函数的 MC 方法系统易损性曲线

桥塔塔肢 T1 的易损性随着损伤程度的加深而增长,同时 T2 的易损性在不断下降,说明竖直塔肢 T1 是主要受力构件,较 T2 更易损。说明同类构件不同位置的易损性均不相同,因此使用本文方法考虑各个构件间的相关性是必要的。同时,将其与 MC 方法得到的系统易损性对比,并用一阶界限法来评价上、下界评估模型准确性。根据文献[17],系统的一阶界限法可靠度上、下界为:

$$\max_{i=1}^n (P[F_{comp,i}]) \leq P[F_{sys}] \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P[F_{comp,i}]) \quad (15)$$

其中: $P[F_{comp,i}]$ 为第 i 个构件的失效概率; $P[F_{sys}]$ 为系统失效概率。

从图 8 可以看出:4 种损伤状态下,由本文方法和 MC 方法作出的系统易损性曲线均处于上、下界间,且更贴近下界,说明构件间的相关性更强;两曲线十分接近,再度证明了用藤 Copula 函数替代 MC 方法中的联合概率分布函数是十分合理的。且由于本方法不需要假设构件之间联合概率分布函数的分布形式,适用范围更广。



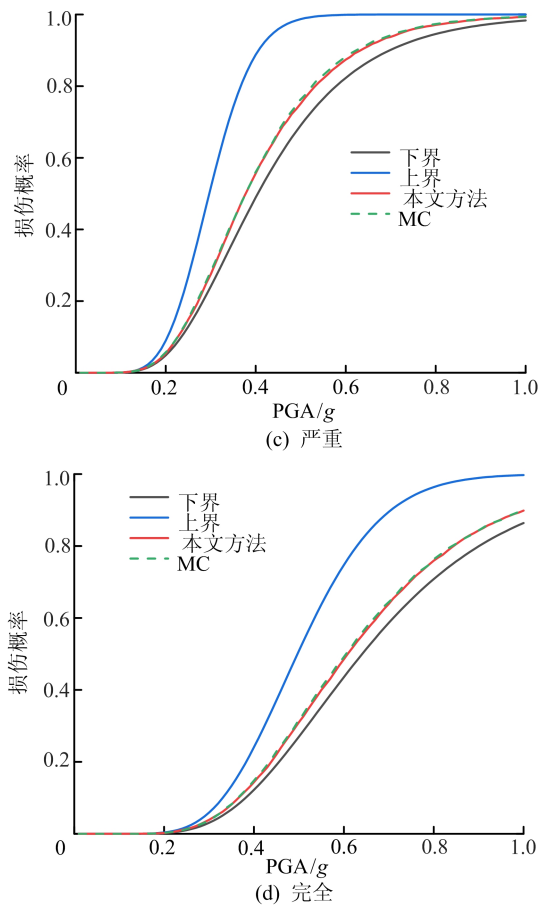


图 8 桥梁系统易损性曲线对比图

4 结 论

1) 本文通过藤 Copula 函数将斜拉桥系统内的多个构件组合为一个整体,并基于 AIC 准则对 Pair-Copula 函数进行优选,准确模拟了构件间的相关性,可对斜拉桥的系统易损性进行精确估计。

2) 引入藤 Copula 函数的 MC 方法得到的易损性曲线与 MC 方法接近但略低于后者,说明本文所提方法要略微保守。2 种方法所得系统易损性程度均高于系统内任一构件的易损性程度,受桥塔倾斜影响,支座及竖直下塔柱的易损程度最高,过渡墩中远离桥塔的一端较近桥塔端更易损。

3) 本文所提方法不需假设构件间联合概率分布形式,弥补了 MC 方法的缺陷,所得概率更加精确,且对不同的工程结构同样适用。在实际应用中,面对系统内存在大量构件的情况,仍能准确快速地对其系统易损性进行评估。

[参 考 文 献]

[1] MUNTASIR B A H M, SHAHRIA A M. Seismic fragility

assessment of highway bridges; a state-of-the-art review [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2015, 11(6): 804-832.

- [2] 李立峰,吴文朋,黄佳梅,等. 地震作用下中等跨径 RC 连续梁桥系统易损性研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(10): 152-160.
- [3] CHOI E, DESROCHES R, NIELSON B. Seismic fragility of typical bridges in moderate seismic zones[J]. Engineering Structures, 2004, 26(2): 187-199.
- [4] CORNELL C A. Bounds on the reliability of structural systems[J]. Journal of the Structural Division, 1967, 93(1): 171-200.
- [5] NIELSON B G, DESROCHES R. Seismic fragility methodology for highway bridges using a component level approach [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2007, 36(6): 823-839.
- [6] 钟剑,庞于涛,曹飒飒,等. 基于构件的 RC 连续梁桥地震体系易损性分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2015, 43(2): 193-198.
- [7] 周通. 铅芯橡胶隔震支座单元开发与应用研究[D]. 南京: 东南大学, 2018.
- [8] 宋帅. 考虑构件相关性的桥梁系统地震易损性分析方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2017.
- [9] ZHOU T, LI A Q. Seismic fragility assessment of highway bridges using D-vine copulas[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2019, 17(2): 927-955.
- [10] SKLAR A. Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges[J]. Publications de l'Institut de Statistique de l'Universitede Paris, 1959, 8: 229-231.
- [11] 林柯. 藤 Copula 建模理论研究[D]. 天津: 天津财经大学, 2017.
- [12] BRECHMANN E. Truncated and simplified regular vines and their applications [D]. Munchen: Technische Universität Munchen, 2010.
- [13] LEHMANN E L. Some concepts of dependence[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1966, 37(5): 1137-1153.
- [14] 宋帅,钱永久,吴刚. 基于 Copula 函数的桥梁系统地震易损性方法研究[J]. 工程力学, 2016, 33(11): 193-200, 207.
- [15] 陈力波. 汶川地区公路桥梁地震易损性分析研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
- [16] CORNELL C A, JALAYER F, HAMBURGER R O, et al. Probabilistic basis for 2000 SAC federal emergency management agency steel moment frame guidelines[J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(4): 526-533.
- [17] HEDAYATI D F, ALAM M S. Effect of different steel-reinforced elastomeric isolators on the seismic fragility of a highway bridge[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2017, 24(2): e1866.

(责任编辑 吴 亮)