

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.03.018

## 基于潜水渗流模型解反演灌区灌溉回渗强度

李彦璠<sup>1</sup>, 李睿<sup>1</sup>, 杨杰<sup>1</sup>, 康博<sup>2</sup>, 何震宇<sup>1</sup>, 陶月赞<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 合肥工业大学 资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:**在沟渠纵横的灌区,灌溉回渗包括田间下渗与沟渠侧渗,依据地下水水位变动分项计算下渗与侧渗困难。文章利用含田间灌溉下渗作用的灌渠附近潜水非稳定流模型,通过 Laplace 变换求出模型解析解。根据模型解建立基于潜水水位动态数据反演田间灌溉下渗强度的算式,并结合 Darcy 定律推导出反演沟渠侧渗强度的算式。以淮北平原某干渠附近潜水水位动态为实例反演上述计算过程。结果表明,在 48 h 的计算期内,沟渠侧渗对潜水位变动的贡献比例,从初期的 4.3% 迅速上升到末期的 62.8%。该研究提出的下渗强度反演算式所需数据比较容易获得,便于实际应用。

**关键词:**灌区;沟渠侧渗;田间下渗;潜水水位;Laplace 变换

**中图分类号:**P641.132 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2026)03-0401-04

### Inversion of irrigation infiltration intensity in irrigation areas based on the solution of phreatic water model

LI Yanjun<sup>1</sup>, LI Rui<sup>1</sup>, YANG Jie<sup>1</sup>, KANG Bo<sup>2</sup>, HE Zhenyu<sup>1</sup>, TAO Yuezan<sup>1</sup>

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** In irrigation areas with vertical and horizontal ditches, irrigation infiltration includes field infiltration and ditch lateral infiltration, and it is difficult to calculate infiltration and lateral infiltration according to the change of groundwater level. In this paper, the unsteady flow model of phreatic water near the irrigation canal with field irrigation infiltration is adopted, and the analytical solution of the model is obtained by Laplace transform. According to the model solution, the formula for inverting the infiltration intensity of field irrigation based on the dynamic data of phreatic water level is established, and the formula for inverting the lateral infiltration intensity of ditches is derived in conjunction with Darcy's law. Taking the phreatic water level dynamics near a main canal in Huaibei Plain as an example, the above calculation process was inverted. The results show that during the calculation period of 48 hours, the contribution ratio of lateral infiltration of ditches to the change of phreatic water level rises rapidly from 4.3% in the initial stage to 62.8% in the final stage. The formula for inverting the infiltration intensity proposed in the paper requires relatively accessible data and is convenient for practical application.

**Key words:** irrigation area; ditch lateral infiltration; field infiltration; phreatic water level; Laplace transform

灌溉回归地下水水文过程分析与入渗量计算是灌区水平衡分析<sup>[1-3]</sup>、区域水资源重复量计算<sup>[4-6]</sup>、区域地下水资源评价<sup>[7]</sup>等研究的基础内

容。灌区是较大范围的农业生产区,农作物生产要依托一定厚度的土壤,即灌区一般普遍发育有一定厚度的、由松散孔隙介质(土壤)组成的潜水

收稿日期:2023-11-30;修回日期:2024-01-16

基金项目:安徽省重点研究与开发计划资助项目(202104g01020010);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JZ2021HGTA0168)

作者简介:李彦璠(1996—),男,广西南宁人,合肥工业大学硕士生;

李睿(1989—),男,安徽金寨人,博士,合肥工业大学讲师,通信作者,E-mail:lr4636@163.com;

陶月赞(1964—),男,安徽合肥人,博士,合肥工业大学教授,博士生导师。

含水层。灌入农田的水在田间发生下渗补给潜水含水层;灌溉沟渠输水、蓄存水期间,实质是构成了潜水含水层的补给边界,沟渠水与潜水含水层之间形成侧向径流,这是灌溉水在沟渠侧渗潜水含水层的途径。因此灌溉回归地下水包括田间下渗和沟渠侧渗<sup>[8-9]</sup>。

灌溉回归地表水评价可依据回归地表水水流的流量测验数据。灌溉回归入渗地下水,由于对入渗流量不能进行直接测验,一般需要依据灌区范围内地下水水位动态监测数据<sup>[10-11]</sup>。现有研究成果的计算方法大体分为以下 2 类:① 根据土壤水分运动模型等所建立的数值模拟方法<sup>[12-14]</sup>;② 根据水量平衡原理,依据灌溉期间地下水位变幅与含水层给水度乘积<sup>[15-17]</sup>,或者依据实验建立的灌溉田间下渗补给强度与相关变量间的关系式<sup>[15,18]</sup>,直接计算出单位面积上灌溉入渗强度。

综上所述,在沟渠纵横的灌区,数值法因模型参数多且需要的基础数据量大,计算误差较大<sup>[8]</sup>,从而导致实际应用困难;而灌溉期间的潜水水位动态,是田间下渗与沟渠侧渗的叠加,但现有直接算法难以反映侧向径流的影响<sup>[19-22]</sup>。本文依据含灌溉田间下渗作用的沟渠附近潜水非稳定渗流模型,利用 Laplace 变换给出模型的解;依据模型的解,建立包括灌溉下渗、沟渠侧渗强度的计算方法。

## 1 基本模型

某顺直沟渠附近渗流场如图 1 所示。水文地质条件可概括为:① 发育于水平隔水底板之上的均质潜水含水层,空间上无限延展;② 完整切割潜水含水层的沟渠,其水位瞬时升幅为  $\Delta H$  后保持不变;③ 潜水初始水位  $h(x,0)$  水平,并与沟渠初始水位一致;④ 潜水流可视为一维流;⑤ 灌溉田间下渗强度  $\varepsilon$  为常数,并在区内处处相等。

当  $h(x,t) - h(x,0) \leq 0.1h_m, h_m = [h(x,t) + h(x,0)]/2$ , 对于实际潜水问题,多数可满足该条件<sup>[11,16]</sup>,上述问题的数学模型为:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = Kh_m \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \varepsilon, \quad 0 < x < +\infty, t > 0 \quad (1)$$

$$h(x,t) |_{t=0} = h(x,0), \quad x > 0 \quad (2)$$

$$h(x,t) |_{x=0} = h(0,0) + \Delta H, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

$$h(x,t) |_{x \rightarrow \infty} = h(x,0) + \frac{\varepsilon}{\mu} t, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

其中: $\mu$ 、 $K$  分别为含水层给水度、渗透系数; $h$  为潜水水位; $\varepsilon$  为灌溉田间下渗强度; $\Delta H$  为沟渠水

位瞬时上升幅度。

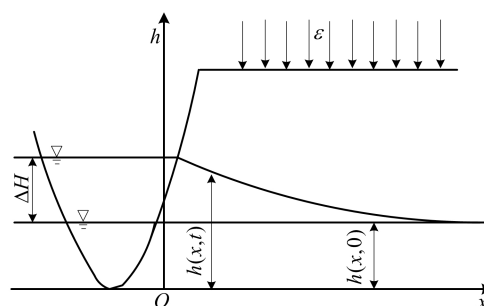


图 1 沟渠附近渗流场

## 2 模型的解析解

令潜水含水层的导压系数  $a = Kh_m/\mu$ ,  $u(x,t) = h(x,t) - h(x,0) - \varepsilon t/\mu$ , 则式(1)~(4)变换为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < +\infty, t > 0 \quad (5)$$

$$u(x,t) |_{t=0} = 0, \quad x > 0 \quad (6)$$

$$u(x,t) |_{x=0} = \Delta H - \frac{\varepsilon}{\mu} t, \quad t \geq 0 \quad (7)$$

$$u(x,t) |_{x \rightarrow \infty} = 0, \quad t \geq 0 \quad (8)$$

对式(5)~(8)求关于  $t$  的 Laplace 变换,可以得出:

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} - \frac{s}{a} \bar{u} = 0 \quad (9)$$

$$\bar{u} |_{t=0} = 0 \quad (10)$$

$$\bar{u} |_{x=0} = \Delta H - \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{s^2} \quad (11)$$

其中: $\bar{u}$  为  $u$  关于  $t$  的 Laplace 变换的象函数; $s$  为 Laplace 算子。

由一元二次常微分方程式(9)的通解,结合定解条件式(10)、式(11),构成的模型的特定解<sup>[11,23]</sup>为:

$$\bar{u}(x,s) = \left( \Delta H \frac{1}{s} - \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{s^2} \right) \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x\right) \quad (12)$$

对式(12)求 Laplace 逆变换( $L^{-1}$ )。其中对式(12)等号右端第 1 项求  $L^{-1}$  时,应用“互补误差函数  $\operatorname{erfc}(u)$ ”的变换  $L[\operatorname{erfc}(u)] = \exp(-\sqrt{s/a} \times x)/s$ ;对式(12)等号右端第 2 项求  $L^{-1}$  时,应用 Laplace 变换的“积分性质”<sup>[23-24]</sup>  $L^{-1}[f(t)/s^2] = \int_0^t L^{-1}[f(t)/s] dt$ , 则有:

$$u(x,t) = L^{-1}[\bar{u}(x,s)] =$$

$$L^{-1}\left[\Delta H \frac{1}{s} - \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{s^2}\right] \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a}} x\right) =$$

$$\Delta H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) dt \quad (13)$$

因  $u(x, t) = h(x, t) - h(x, 0) - \epsilon t / \mu$ , 并且  $\operatorname{erf}(t) = 1 - \operatorname{erfc}(t)$ <sup>[23]</sup>, 由式(13)整理得:

$$h(x, t) = h(x, 0) + \Delta H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{\epsilon}{\mu} \int_0^t \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) dt \quad (14)$$

式(14)即为在田间下渗强度  $\epsilon$  作用下, 沟渠附近潜水非稳定渗流模型的解析解。

### 3 下渗强度反演算式

#### 3.1 田间下渗强度算式

在沟渠水位变动幅度  $\Delta H$ 、含水层参数  $a$  和  $\mu$  已知的条件下, 利用潜水水位  $h(x, t)$  动态监测数据, 可依据式(14)计算出田间灌溉下渗强度  $\epsilon$ 。为避免式(14)积分项的复杂计算过程, 简化式(14), 可求得:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta H \frac{xt^{-3/2}}{2\sqrt{\pi a}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + \frac{\epsilon}{\mu} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (15)$$

用式(15)建立直接反演  $\epsilon$  的算式, 即

$$\epsilon = \mu \left[ \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\Delta H xt^{-3/2}}{2\sqrt{\pi a}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \right] / \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (16)$$

根据  $0 \sim t_j$  时间段的实测水位  $h(x, t_j)$ , 逐项计算出式(16)等号右端项, 即可直接计算出  $\epsilon_j$ 。

#### 3.2 沟渠侧渗强度算式

沟渠与潜水之间的交换强度用单宽交换量即单位沟渠长度上的交换量  $q(t)$  表达。根据 Darcy 定理,  $a = Kh_m / \mu$ , 由式(14)可得:

$$q(t) = -Kh_m \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=0} = Kh_m \left[ \frac{\Delta H}{\sqrt{\pi at}} - \frac{\epsilon}{\mu} \sqrt{\frac{t}{\pi a}} \right] = \sqrt{\frac{a}{\pi t}} (\mu \Delta H - \epsilon t) \quad (17)$$

式(17)是沟渠与一侧潜水水量交换的单宽交换量算式。 $0 \sim t$  时间段内, 沟渠与一侧潜水的单宽交换累积量  $Q(t)$ , 则对式(17)求得:

$$Q(t) = \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left( 2\mu \Delta H - \frac{2}{3} \epsilon t \right) \quad (18)$$

依据潜水水位动态监测数据, 基于式(17)、式(18)可分别计算实时交换强度及  $0 \sim t$  时间段的交换量。沟渠与潜水之间的交换强度  $q(t)$  实质

也是沟渠的侧渗强度。当潜水位高于沟渠水位时,  $q(t)$  为负, 则表示潜水排泄沟渠。

## 4 实例研究

安徽淮北平原中部, 岩性为细砂的潜水含水层厚约 8.0 m, 隔水底板为黏性土层; 研究地段地面海拔 30.7 m, 潜水水位埋深 2.5~3.0 m。有干渠基本深切至隔水底板, 距离干渠 65.0 m 处有一口地下水位自记观测井。2022 年 8 月 1 日, 干渠关闸蓄水灌溉; 关闸前, 潜水位与渠道水位基本持平, 为 27.5 m; 关闸后, 渠道水位迅速上升约 2.0 m, 之后较长时间保持水位不变。

本研究中, 利用野外测验给水度  $\mu = 0.035$ ; 由水位动态监测数据得  $a = 860.0 \text{ m}^2/\text{d}$ <sup>[22]</sup>。实例中:  $x = 65.0 \text{ m}$ ,  $h(x, 0) = 27.5 \text{ m}$ ,  $\mu = 0.035$ 、 $a = 860.0 \text{ m}^2/\text{d}$ ,  $w = x/(2\sqrt{at})$ ; 该时段,  $\Delta H = 2.0 \text{ m}$ ,  $\epsilon = 12.0 \text{ mm/d}$ ; 根据地下水位观测井监测数据和式(16)~(18), 依次计算出下渗强度  $\epsilon(t)$ 、交换强度  $q(t)$  和交换累积量  $Q(t)$ , 计算结果见表 1 所列。

田间下渗强度随时间变化曲线如图 2 所示。沟渠与含水层之间交换量随时间变化过程如图 3 所示。

表 1 潜水水位动态及灌溉回归强度随时间变化

参数	t/h					
	6	12	18	24	36	48
$h(x, t)/\text{m}$	27.57	27.74	27.90	28.03	28.23	28.36
$h(x, t) - h(x, 0)$	0.07	0.24	0.40	0.53	0.73	0.86
$\Delta H \operatorname{erfc}(w)$	0.003	0.050	0.140	0.230	0.400	0.540
$\epsilon(t)/(\text{mm/d})$	1.39	6.36	9.55	11.40	13.19	14.10
$q(t)/[(\text{m}^3/(\text{d} \cdot \text{km}))]$	2.42	1.78	1.51	1.36	1.19	1.10
$Q(t)/(\text{m}^3/\text{km})$	1.17	1.68	2.09	2.45	3.08	3.65

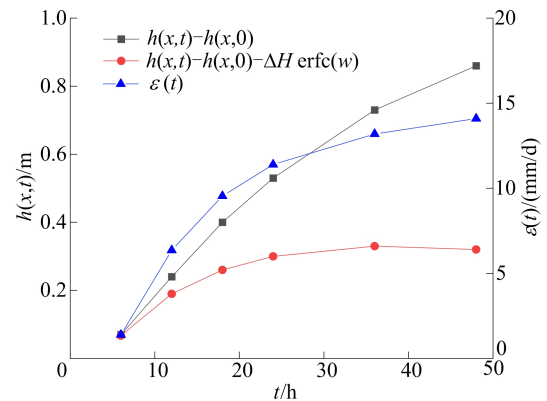


图 2 潜水水位动态及田间下渗强度随时间变化

由表 1、图 2 可知, 在计算期内, 潜水水位变

幅中,沟渠侧渗、田间下渗形成的潜水位变动所占比例是时间的函数,其中沟渠侧渗的比例从初期 6 h 时的 4.3% 到末期 48 h 的 62.8%。

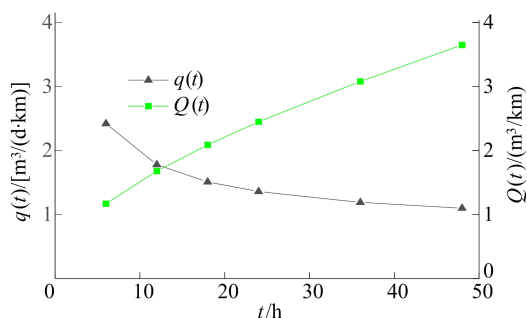


图 3 沟渠与含水层间水交换量随时间的变化

由表 1、图 3 可知,沟渠侧渗在 48 h 的计算期内,沟渠侧渗强度  $q(t)$  随时间延长而逐渐减小,这是由于潜水受侧渗等影响,潜水水位逐渐抬高接近沟渠水位。

## 5 结 论

1) 在沟渠纵横的灌区,灌溉期间的地下水水位是田间下渗和沟渠侧向径流的叠加,因此在依据地下水水位动态开展相关研究时,侧渗与下渗影响都不宜忽略。

2) 在沟渠侧渗、田间下渗作用的影响下,潜水水位随时间延长而逐渐抬高,沟渠侧渗强度  $q(t)$  也随之逐渐减小;当潜水水位高于沟渠水位时,潜水将排泄沟渠, $q(t)$  转为负值。

3) 本文沟渠完全切割含水层,未完全切割含水层的沟渠附近潜渗流不宜简化为一维流;本文建立的算式虽然数理关系清晰、应用也比较方便,但应用时应考虑方法与水文地质条件的相适性。

4) 本文方法适用于松散地层广泛发育的冲洪积平原上的地表水灌区,对依托地下水源的井灌区,因地下水水位受开采影响,本文方法不再适用。

## [参 考 文 献]

[1] 徐乾清,郑连第,史梦熊,等. 中国水利百科全书[M]. 2 版. 北京:中国水利水电出版社,2006:423-447.

[2] 赵新宇,钱武文. 灌溉回归水及其计算方法的研究进展[J]. 节水灌溉,2023(2):45-50.

[3] KENDY E, GERARD-MARCHANT P, TODD WALTER M, et al. A soil-water-balance approach to quantify groundwater recharge from irrigated cropland in the North China Plain[J]. Hydrological Processes, 2003, 17(10):2011-2031.

[4] 李文鹏. 对地表水资源与地下水资源重复量的认识与水资源开发利用理念探讨[J]. 水文地质工程地质, 2023, 50(1): 1-2.

[5] 王文科,李俊亭,王钊,等. 河流与地下水关系的演化及若干科学问题[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2007, 37(2): 231-238.

[6] 任立良,江善虎,袁飞,等. 水文学方法的演进与诠释[J]. 水科学进展, 2011, 22(4):586-592.

[7] 黄永志. 菏泽地区引黄灌溉入渗补给计算方法及对浅层地下水资源量的影响[J]. 水文, 1992(增刊 1):51-55.

[8] 邢子强,刘姗姗,严登华,等. 灌区退(回归)水量影响及预估研究进展[J]. 中国农村水利水电, 2017(8):1-4.

[9] JIMENEZ-MARTINEZ J, SKAGGS T H, VAN GENUCHTEN M T, et al. A root zone modelling approach to estimating groundwater recharge from irrigated areas[J]. Journal of Hydrology, 2009, 367(1/2):138-149.

[10] 李宝庆,杨克定. 灌溉回归问题的试验研究[J]. 水文地质工程地质, 1986, 13(3):8-11.

[11] 张蔚榛. 地下水非稳定流计算和地下水资源评价[M]. 北京:科学出版社,1983:214-296.

[12] 卞建民,李育松,胡显欣,等. 基于 Hydrus-1D 模型的大安灌区旱田灌溉入渗补给研究[J]. 干旱地区农业研究, 2014, 32(2):191-195.

[13] 刘苗苗,杨丽,李斐,等. 基于数值模拟的新疆灌溉水田间入渗系数研究[J]. 中国农村水利水电, 2017(12):17-21.

[14] 胡立堂,王忠静,赵建世,等. 地表水和地下水相互作用及集成模型研究[J]. 水利学报, 2007, 38(1):54-59.

[15] 介飞龙,费良军,李山,等. 干旱区引水灌区灌溉退水计算方法[J]. 农业工程学报, 2021, 37(13):66-73.

[16] 薛禹群,朱学愚. 地下水动力学[M]. 2 版. 北京:地质出版社,1979:5-19.

[17] 靳晓辉,陈敏建,闫龙,等. 不同灌溉方式对降雨入渗深度的影响[J]. 排灌机械工程学报, 2018, 36(11):1168-1174.

[18] 王振龙,刘森,李瑞. 淮北平原有无作物生长条件下潜水蒸发规律试验[J]. 农业工程学报, 2009, 25(6):26-32.

[19] 沈涛. 淮北平原排水大沟蓄水能力分析[J]. 中国农村水利水电, 2013(7):126-128.

[20] 王海宏,龚时宏,王建东,等. 内蒙古河套灌区末级渠系改造模式优化研究[J]. 灌溉排水学报, 2016, 35(1):89-93.

[21] 林飞,任红蕾,韦婷,等. 排水沟附近农田潜水蒸发计算的渗流力学方法[J]. 地球科学进展, 2022, 37(5):484-495.

[22] 平建华,曹剑峰,苏小四,等. 同位素技术在黄河下游河水侧渗影响范围研究中的应用[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2004, 34(3):399-404.

[23] 张元林. 积分变换[M]. 4 版. 北京:高等教育出版社,2003:80-98.

[24] WU D, TAO Y, YANG J, et al. Solution to the unsteady seepage model of phreatic water with linear variation in the channel water level and its application[J]. Water, 2023, 15(15):2834.

(责任编辑 吴 亮)