

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2026.02.018

# 基于斯托克斯平面近似函数与 GPU并行的海洋重力梯度模型计算

卜靖宇<sup>1</sup>, 叶周润<sup>1</sup>, 梁星辉<sup>2</sup>, 刘金钊<sup>3</sup>, 柳林涛<sup>2</sup>, 王嘉琛<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 中国科学院精密测量科学与技术创新研究院 大地测量与地球动力学国家重点实验室, 湖北 武汉 430077; 3. 中国地震局第一监测中心, 天津 300180)

**摘要:**相对于其他重力场元素, 扰动重力梯度能更多地反映变化的不规则地球产生的高频信息。在计算扰动重力梯度时, 由于斯托克斯积分较为复杂导致被积函数复杂难以直接用牛顿-莱布尼茨公式计算, 且计算的数据量过于庞大导致计算耗时过长。为有效解决该问题, 文章使用高斯数值积分解决被积函数复杂的问题, 同时利用统一计算设备架构(compute unified device architecture, CUDA)在计算过程中实现了在图形处理器(graphics processing unit, GPU)端的并行计算, 根据拉普拉斯方程可以检验计算结果的准确性, 并且选取了某海域  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  范围海平面的重力异常数据进行计算。结果表明, 使用高斯数值积分以及 CUDA 并行计算的方法, 提供准确计算结果的同时也提高了计算效率。

**关键词:**扰动重力梯度; 重力异常; CUDA 并行计算; 图形处理器(GPU); 高斯数值积分

**中图分类号:** P223 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2026)02-0253-07

## Computation of marine gravity gradient models based on Stokes' planar approximation function and GPU parallel computing

BU Jingyu<sup>1</sup>, YE Zhourun<sup>1</sup>, LIANG Xinghui<sup>2</sup>, LIU Jinzhao<sup>3</sup>, LIU Lintao<sup>2</sup>, WANG Jiachen<sup>1</sup>

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Innovation Academy for Precision Measurement Science and Technology, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China; 3. The First Monitoring and Application Center, China Earthquake Administration, Tianjin 300180, China)

**Abstract:** Compared to other gravitational field elements, the disturbing gravity gradients can reflect more high-frequency information produced by changing irregular Earth. When calculating the disturbing gravity gradient, due to the complexity of the Stokes integral, the integrand is complex, making it difficult to directly apply Newton-Leibniz formula, and the excessive data makes the computation too time-consuming. In order to effectively solve this problem, this paper uses the Gaussian numerical integration method to calculate the disturbing gravity gradient, and uses the compute unified device architecture(CUDA) to realize parallel computing on the graphics processing unit(GPU) side during the calculation process. According to the Laplace's equation, the accuracy of the calculation results can be verified. This paper selects the gravity anomaly data of sea level within  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  of a certain sea area for calculation, and the results show that the Gaussian numerical integration and CUDA parallel computing method can provide accurate calculation results and improve the computational efficiency.

**Key words:** disturbing gravity gradient; gravity anomaly; compute unified device architecture(CUDA) parallel computing; graphics processing unit(GPU); Gaussian numerical integration

收稿日期: 2023-09-25; 修回日期: 2023-12-05

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2024YFB3908104); 国家自然科学基金资助项目(42430101; 42574005)

作者简介: 卜靖宇(2000—), 男, 湖南岳阳人, 合肥工业大学硕士生;

叶周润(1984—), 男, 安徽桐城人, 博士, 合肥工业大学副教授, 硕士生导师, 通信作者, E-mail: yezhourun329@hotmail.com.

## 0 引言

扰动位是空间中某一点的地球重力位与正常重力位的差,扰动重力梯度是其二阶导数,能够反映出地球产生的高频信息,可以应用于地球物理学<sup>[1]</sup>、海洋科学<sup>[2]</sup>、地质勘探<sup>[3]</sup>、测绘科学<sup>[4]</sup>等领域,有着重要的研究价值。由于国外对高精度重力梯度仪的研究更早,且对国内进行该技术的封锁,现阶段国内难以用仪器直接测量扰动重力梯度。目前常用的方法是使用重力异常的观测值求出扰动位,再对其求二阶导数得到扰动重力梯度。

在计算扰动重力梯度时,存在以下问题:

① 被积函数难以求原函数、无法直接用牛顿-莱布尼茨公式计算;② 计算时数据量大、计算耗时过多等。对于计算困难的问题,文献[5]将计算公式中重复的量提取出来作为全局系数,将公式简化进行计算;文献[6]对被积函数采用泰勒级数展开等方法进行计算;文献[7]从地球重力场基本理论出发,推导重力垂直梯度计算的数值积分公式,解算了西太平洋海域重力垂直梯度;文献[8]依据 Taylor 展开讨论引力梯度的归算方法,并针对 EGM2008 模型进行模拟计算。对于数据量过大、计算速度慢的问题,文献[9]使用交换积分次序的方法提高速度;文献[10]引入非正常化的球谐函数,推导广义球谐函数定积分,实现了扰动重力梯度的快速计算。

以上研究都是从原理出发,对公式、计算方法进行改进。随着计算机学科的发展,数值积分得到了更加广泛的应用,且统一计算设备架构(compute unified device architecture, CUDA)并行计算技术及平台的出现,使得上述问题可以通过对程序算法进行改进而解决。在此基础上,本文从计算方法出发,使用高斯数值积分对扰动重力梯度进行计算,并通过 CUDA 并行计算以提高计算速度。最后,使用拉普拉斯方程检验算法结果的准确性,根据并行计算加速比,分析 CUDA 并行计算的加速效果。

## 1 基本原理

### 1.1 扰动重力梯度

根据物理大地测量学的定义,扰动重力位为地球重力位与正常重力位之差。对扰动位求二阶导数,可以得到扰动重力梯度:

$$\nabla \nabla T = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $T$  为扰动重力位。式(1)为对称张量,即  $T_{xy} = T_{yx}, T_{xz} = T_{zx}, T_{yz} = T_{zy}$ 。矩阵中的各元素为扰动重力梯度在各个方向上的分量。对扰动位函数求二阶导,在交换求导次序时,导数值不变,故共有 6 个不同分量,这 6 个分量构成扰动重力梯度全张量。其中矩阵主对角线分量满足拉普拉斯方程:  $T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = 0$ , 因此矩阵中有 5 个独立的分量。

若已知大地水准面上的重力异常观测值  $g$ , 则可以通过斯托克斯积分求得地球外部的扰动位  $T$ , 对扰动位  $T$  求二阶导数, 公式为:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{R}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(r, \psi) d\sigma \quad (2)$$

由于扰动重力梯度主要是一个局部信号,若局部大地水准面足够光滑,通常可以用平面来代替大地水准面。斯托克斯函数<sup>[11]</sup>可以用平面近似中的局部笛卡尔坐标来表示,即

$$S(r, \psi) \approx S(x_1, x_2, x_3, x_1', x_2') = \frac{2R}{l} \quad (3)$$

其中,  $l = \sqrt{(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + x_3^2}$ 。

用平面来代替大地水准面时,积分变量的变换有  $d\sigma = d\theta' d\lambda' = \frac{dx_1' dx_2'}{R^2}$ , 因此斯托克斯积分公式的平面近似是:

$$T(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{4\pi R} \times \iint_{\sigma} \Delta g(x_1', x_2') S(x_1, x_2, x_3, x_1', x_2') dx_1' dx_2' \quad (4)$$

对其求二阶导,即

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{1}{2\pi R} \iint_{\sigma} \Delta g(x_1', x_2') \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \left( \frac{1}{l} \right) dx_1' dx_2' \quad (5)$$

由此可求对角线和非对角线的梯度分量分别为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} &= \frac{1}{2\pi R} \iint_{\sigma} \Delta g(x_1', x_2') \frac{3(x_j - x_j')^2 - l^5}{l^5} dx_1' dx_2' \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_k} &= \frac{1}{2\pi R} \iint_{\sigma} \Delta g(x_1', x_2') \times \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{3(x_j - x_j')(x_k - x_k')}{j^5} dx_1' dx_2' \quad (7)$$

式(6)表示对同一方向求二阶导数,为全张量中的主分量元素,满足拉普拉斯方程。式(7)表示对 2 个不同的方向求导,交换求导次序,结果不变,即  $T_{xy} = T_{yx}, T_{xz} = T_{zx}, T_{yz} = T_{zy}$ 。

## 1.2 高斯数值积分

计算扰动重力梯度时,由于被积函数难以直接求出原函数,本文使用高斯数值积分的方法进行求积。

高斯数值积分是一种有效的高精度数值积分计算方法,可以应用于电力工业<sup>[12]</sup>、大地测量学<sup>[13]</sup>、物理学<sup>[14]</sup>等领域。依据微积分基本定理,对于一个积分,只要找到被积函数的原函数,便可以用牛顿-莱布尼茨公式求出。但在实际计算时,这种求积方法往往有困难,因为大量的被积函数(例如扰动重力梯度的计算等)、原函数难以用初等函数表达,所以无法用牛顿-莱布尼茨公式计算。这时使用高斯数值积分,可以有效地获取高精度的积分结果。

由数值分析理论得知,在区间 $(-1, 1)$ 上求积分时,可以适当选取某些节点  $x_k$ ,然后用  $f(x_k)$  的加权平均值得到平均高度的近似值,这样构造出的求积公式为:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k) \quad (8)$$

其中: $x_k$  为求积节点; $A_k$  为求积系数,也称伴随节点  $x_k$  的权。权  $A_k$  仅与节点  $x_k$  的选取有关,而不依赖被积函数  $f(x)$  具体形式,且避开了牛顿-莱布尼茨公式求原函数的困难。

高斯数值积分是指选择正交型多项式(如勒让德多项式)作为逼近函数。当节点数取  $n+1$  时,高斯数值积分的代数精度为  $2n+1$ ,此时节点和系数都是固定的。对于这些固定的节点和系数,在计算时可以直接通过查表得到求积公式,例如当节点数取 5 时,即  $n=4$ ,代数精度为  $2n+1=9$ ,各个节点的取值以及权重见表 1 所列。

此时对积分区间( $x$  取值范围为 $(-1, 1)$ ),  $y$  取值范围为 $(-1, 1)$ 的方形区域中的被积函数求二重积分,公式为:

$$\iint_{\sigma} f(x, y) dx dy = \sum_{j=0}^4 \sum_{k=0}^4 A_j A_k f(x_j, x_k) \quad (9)$$

其中: $A_j$  和  $A_k$  为表 1 中的权重; $x_j$  和  $x_k$  为表 1

中的节点数值。

将勒让德多项式的零点作为高斯型点的数值积分方法,又称为高斯-勒让德求积。使用这种方法,避免了对复杂函数的原函数求取。直接使用节点处的函数值以及各个节点的系数,可以准确地求出扰动重力梯度的结果。

表 1 5 节点高斯积分的节点数值与权重

节点数值	权重
-0.906 18	0.236 93
-0.538 47	0.478 63
0	0.568 89
0.538 47	0.478 63
0.906 18	0.236 93

## 1.3 CUDA 并行计算

在计算扰动重力梯度时,由于计算量过于庞大,需要消耗大量的时间成本。随着并行计算技术及其平台的发展,CUDA 并行计算在大数据量的计算中被广泛应用。利用 CUDA 实现图形处理器(graphics processing unit, GPU)端的并行计算,可以有效地解决上述问题。

CUDA 是由 NVIDIA 推出的通用并行计算架构。随着 CUDA 编程模型的出现, GPU 可以快速应用于通用的数值并行计算中。NVIDIA 公司对 CUDA 的编程语言进行了扩展,提供了 CUDA Fortran 和 CUDA C/C++ 相关开发语言,并且配置了编译器 nvcc。

CUDA 提供了优秀的框架,将串行、单线程的问题求解方式切换到大规模线程同时执行的求解方式,从而提高了数据的处理效率。CUDA 具有成本低廉、功耗低、便携性好、代码修改灵活等优点,因此,结合 GPU 面向通用计算领域的优势与测量数据处理面临的处理速度问题,研究基于 CUDA 并行计算的测量数据处理算法具有重要意义。

通过利用 CUDA 进行并行计算,开发者可以将计算密集型任务划分为多个线程,在 GPU 上并行执行,充分利用 GPU 的计算资源和并行处理能力。CUDA 提供了丰富的编程接口和工具,使得并行计算的开发变得更加方便和高效。同时, CUDA 还支持在多个 GPU 之间进行协同计算,以进一步提高计算性能和扩展性。

CUDA 程序的运行模式为:① 开辟主机端存储器(主存)空间并进行初始化;② 开辟设备端存储器(显存)空间;③ 将已初始化的主机端存储器

的数据复制并传递到设备端存储器上的开辟空间内;④ GPU 进行并行计算;⑤ 将 GPU 上已处理完成的数据拷贝回主机端;⑥ 主机端进行数据处理。

相较于传统的串行计算,并行计算可以同时执行多个任务,将任务分配给多个处理单元或计算节点进行并行处理,从而大大提高计算速度。特别是对于大规模问题和复杂计算任务,使用并行计算可以显著减少计算时间。通过并行计算,可以充分利用多个处理单元或计算节点的计算资源,使得整个系统的计算效率得到提升。相比串行计算,可以同时处理更多的数据或任务,从而加快整体计算效率。

## 2 算法设计

本文算法使用的编译环境为 Visual studio 2019-Visual C++,CUDA 的版本为 11.6。

为检验高斯数值积分的结果准确性,本文选取了某海域  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  的重力异常数据,利用该数据进行扰动重力梯度的计算。在计算如式(8)、式(9)的二重积分时,使用高斯数值积分进行计算,并分析生成的全张量图与重力异常图的拟合程度;通过分析扰动重力梯度主分量之和与 0 的差值,即利用拉普拉斯方程  $T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = 0$ ,可以检验计算结果的准确性和精度。

为检验 CUDA 并行计算的加速效果,在编写程序时使用 `cuda_runtime.h` 中的函数计算程序的运行时间,以获取串行计算时间与并行计算时间的加速比。

设计程序时,要考虑并行计算所使用的线程数以及一个线程中任务运算量之间的关系,若使用的线程数过少,则会导致单个任务的运算量过高,难以发挥并行计算的优势,浪费了并行计算的线程资源;若使用的线程数过多,则单个任务的运算量过少,GPU 核心的计算能力没有得到充分利用,并且会浪费过多的算力资源在线程的控制与调配上。

在并行计算中,开辟的线程块越少,每个线程块中的线程数越多,可以减少线程间的通信和同步开销。线程间的通信和同步会引入额外的开销,包括线程间的数据传输和等待时间。如果开辟的线程块较少,每个线程块中的线程数较多,那么可以减少线程间的通信和同步次数,从而提高并行计算的效率。因此,为了尽可能地利用每个线程块,可以尽量增加每个线程块中的线程数,以提高并行计算的加速比。

由于扰动重力梯度的平面近似公式只适用于小范围区域计算,本文选取的数据是  $116.5^{\circ}E \sim 119.5^{\circ}E, 19^{\circ}N \sim 21^{\circ}N$  范围内的重力异常数据,数据来源于 [https://topex.ucsd.edu/WWW\\_html/mar\\_grav.html](https://topex.ucsd.edu/WWW_html/mar_grav.html) 网站<sup>[15-16]</sup>。该数据将 3 经度划分为 181 份、2 纬度划分为 129 份,该  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  的范围被划分为  $181 \times 129$  个格网。

在检验并行计算的加速比时,以  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  为例。 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  的区域被划分成了  $61 \times 70$  个网格,在计算时,需根据这 4 270 点的坐标及重力异常数据,求出每个点上的扰动重力梯度。设计并行计算程序时,选择开辟的线程块个数为  $4\ 270 \times 4\ 270$ 。因为需要使开辟的线程块尽可能少,每个线程块中的线程数尽可能多,所以需要的线程个数为  $4\ 270 \times 4\ 270$  时,线程块个数应为  $4\ 270 \times 4\ 270 / 256 = 71\ 222.265$ ,即 71 223,每一个线程块上开辟的线程个数为 256。

## 3 实验分析

本文对东经  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  范围内的扰动重力梯度进行计算,使用 2 种计算方法,计算选取的海拔高度为 160 m。

第 1 种方法是矩形逼近法,将每一个格网的  $x$  与  $y$  方向分为 2、3、4、5、6、7、8 个等间距大小的区域。当一个方向上分  $n$  个区域时,整个面的区域就分成了  $n^2$  块,在每个区域的中心点上计算函数的值,将每个区域中心点的函数值乘以区域的面积,再将所有区域的求积值相加,得到最终的二重积分近似值。

第 2 种方法是使用高斯数值积分进行计算,在每一个格网上分别使用 2、3、4、5、6、7、8 个高斯节点数进行二重积分的计算。当节点数取  $n$  时,格网将被分为  $n^2$  个区域。由于高斯数值积分使用的节点数越多,积分结果越接近真实值,本文以 20 节点数的积分值为标准值,计算 2 种方法得到的结果与标准值之间差值的均方根(以主分量  $T_{xx}$  为例),用于检验精度。计算得到的结果见表 2 所列。

当计算点与积分点重合时,该区域内的函数值变化幅度很大,低节点的高斯数值积分难以准确地计算出积分值,故表 1 的计算结果均为重合点之外区域的积分值,而重合点范围内的积分值则使用更高节点的高斯数值积分进行计算,用以生成扰动重力梯度的全张量图。

由表 2 可知,使用 2 种方法计算出来的扰动

重力梯度主分量  $T_{xx}$  值,在分块区域数或高斯节点数越多时,二者均在向标准值收敛。当高斯节点数取 2 时,精度较低,与标准值差值的均方根为  $2.9365 \times 10^{-9}/s^2$  ( $10^{-9}/s^2 = 1 \text{ E}$ ),此时的精度与矩形逼近法 3 个区域的结果近似。当高斯节点数取 3 时,精度大幅提升,数量级为  $10^{-4}$  左右,比矩形逼近法 8 个区域的精度更高。

表 2  $T_{xx}$  精度检验

区域数 (节点数)	结果均方根/( $10^{-9}/s^2$ )	
	矩形逼近法	高斯数值积分
2	5.409 2	2.936 5
3	2.719 7	0.125 7
4	1.617 7	0.054 4
5	1.065 2	0.005 6
6	0.751 9	0.001 4
7	0.558 1	$3.728 0 \times 10^{-4}$
8	0.430 2	$1.592 6 \times 10^{-4}$

根据拉普拉斯方程可以检核计算结果,通过主分量之和的结果相对于 0 的偏差评判计算结果是否准确。以高斯数值积分取 20 个节点的标准值为例进行分析,结果见表 3 所列。

从表 3 可以看出,扰动重力梯度的主分量之和的最大值、最小值、平均值和均方根 4 个量总体

上均在 0 附近波动,使用高斯数值积分进行扰动重力梯度的计算,具有较高的准确性。

表 3 主分量之和检核结果

单位: $10^{-9}/s^2$

最大值	最小值	平均值	均方根
$6.935 \times 10^{-12}$	$-5.116 \times 10^{-12}$	$2.228 \times 10^{-13}$	$1.120 \times 10^{-12}$

使用 Generic Mapping Tools 将重力异常数据及计算得到的扰动重力梯度数据绘制成图,重力异常数据生成图如图 1 所示,扰动重力梯度全张量图如图 2 所示。

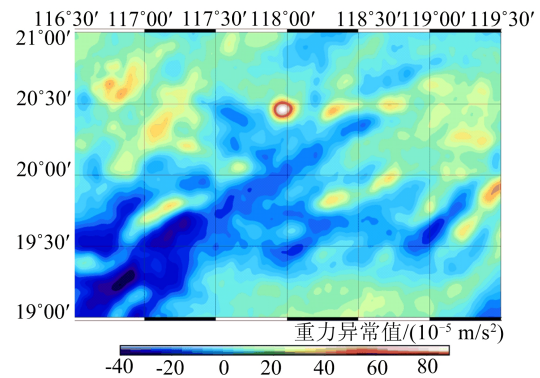
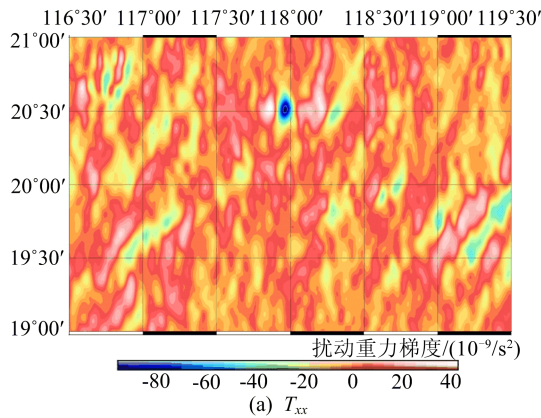
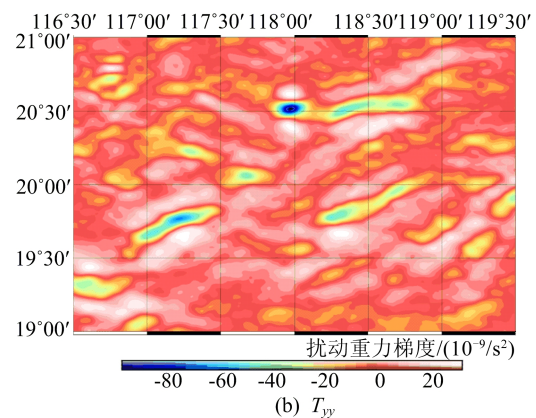


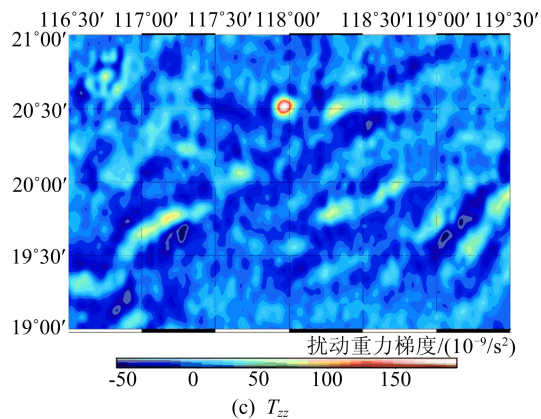
图 1 重力异常数据



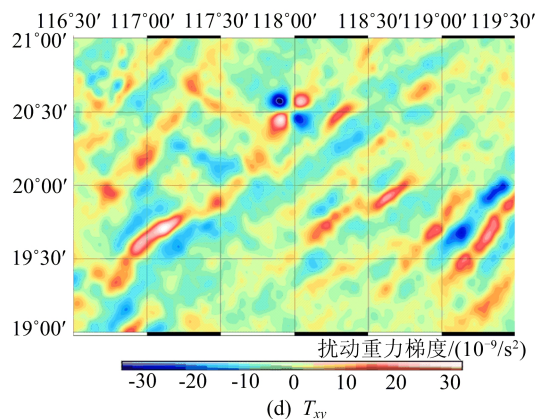
(a)  $T_{xx}$



(b)  $T_{yy}$



(c)  $T_{zz}$



(d)  $T_{xy}$

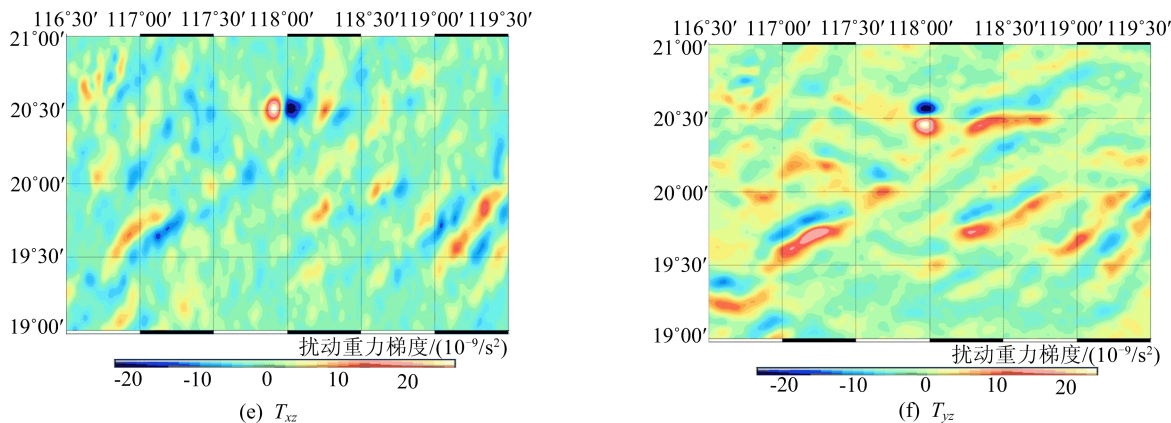


图 2 扰动重力梯度全张量图

由图 1 可知,该  $3^{\circ} \times 2^{\circ}$  区域内重力异常值在  $-40 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2 \sim 90 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  之间( $10^{-5} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ mGal}$ ),其中( $20.5^{\circ}\text{N}, 118^{\circ}\text{E}$ )的点重力异常值最大,为  $88 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  左右。

全张量图能够反映扰动重力梯度的局部特征,并且  $T_{xx}$  图和重力异常数据图有着良好的拟合度。在  $T_{xx}$  图中,扰动重力梯度为  $-55 \times 10^{-9} / \text{s}^2 \sim 195 \times 10^{-9} / \text{s}^2$ ,在重力异常达到最大值的经纬度范围内,扰动重力梯度也达到了最大值。

由主分量检核值、全张量图的结果以及高斯节点数逐渐取多时的收敛性可以看出,使用高斯数值积分进行扰动重力梯度的计算,具有较高的准确性与可靠性。

为了检核并行计算的加速效果,这里引入并行加速比作为参考量,其公式为:

$$S_p = T_1 / T_p \quad (17)$$

其中: $S_p$  为加速比; $T_1$  为单处理器下的运行时间; $T_p$  为在有  $p$  个处理器并行系统中的运行时间。

在使用高斯数值积分计算扰动重力梯度的过程中,分别使用传统的串行算法以及并行算法,使用 `cuda_runtime.h` 中的函数获取计算时间,并通过式(17)计算加速比,以高斯节点数 1、2、5、8 为例。这里特别引入高斯节点数取 1 时的计算结果,当节点数为 1 时,每个线程仅有  $1 \times 1$  次计算量,用以检验计算量过少时,开辟较多的线程数对并行加速比的影响,得到的结果见表 4 所列。

由表 4 可知,高斯节点数取 1、2、5、8 时,加速比分别为 9.60、18.33、23.51、30.20。这是由于高斯节点数较少时,每一个线程计算的任务量过少,GPU 核心的计算能力没有得到充分利用,且浪费了过多的算力资源在线程的控制与调配上。因为本文算法开辟的线程数足够多,为  $4\,270 \times$

$4\,270$  个,所以使用的高斯节点数越多,调配线程的算力资源在整个计算过程中占的比例越小,每一个线程的算力越能够得到充分利用,并行加速比越高。当取 8 节点数时,加速比最高能够达到 30.20,节省了 96.7% 的运算时间。由此可见,CUDA 并行计算可以良好地解决扰动重力梯度计算量大、耗时过多的问题。

表 4 并行计算加速比

高斯节点数	串行算法时间/s	并行计算时间/s	加速比
1	11.780	1.227	9.60
2	45.382	2.476	18.33
5	281.253	11.961	23.51
8	1\,025.803	33.971	30.20

## 4 结 论

本文使用高斯数值积分对扰动重力梯度进行了计算,并且实现了其在 GPU 端的并行计算。通过主分量检核值、全张量图的结果及梯度值结果呈现的收敛性检验了计算结果的准确性,得出结论如下。

1) 使用高斯数值积分对扰动重力梯度进行计算,随着高斯数值积分节点数的增加,计算结果逐渐向某一标准值收敛,且主分量之和与 0 的最大差值在  $10^{-12}$  左右,具有较高的准确性。

2) 对扰动重力梯度的计算使用 GPU 端的 CUDA 并行计算,加速比最高能够达到 30.20,耗时缩短了 96.7%,并行加速比为 4.638,大幅减少了计算时间。

通过本文的算法,在被积函数难以求原函数、无法使用牛顿-莱布尼茨公式的情况下,使用高斯数值积分解决了该问题,并且通过 CUDA 并行计算解决了计算扰动重力梯度时数据量大、计算耗时过多的问题。这 2 种方法在各个领域都有着广泛

的应用,无论是在地球物理学、海洋科学、测绘科学还是其他领域,都可以借助高斯数值积分和 CUDA 并行计算来解决这样的问题。这 2 种方法为相关领域的研究和应用提供了有力的支持和指导。

### [参 考 文 献]

- [1] 秦朋波,黄大年. 重力和重力梯度数据联合聚焦反演方法[J]. 地球物理学报,2016,59(6):2203-2224.
- [2] 孙岚,李厚朴,边少锋,等. 基于重力梯度的潜艇探测方法研究[J]. 海洋测绘,2010,30(2):24-27,45.
- [3] 唐仁敏,张健. 利用重力梯度反演南海西南海盆深部构造[J]. 地质力学学报,2006,12(1):49-54.
- [4] 钱东,刘黎明,李艳,等. 导航用重力梯度基准图构建方法的比较研究[J]. 测绘学报,2011,40(6):736-744.
- [5] 谭勘立,王庆宾,冯进凯,等. 异构并行算法快速构建全球扰动重力梯度全量图[J]. 吉林大学学报(地球科学版),2022,52(1):238-246.
- [6] 黄佳喜,张胜军,李厚朴. 基于 Stokes 公式的扰动重力梯度张量无奇异计算模型[J]. 海洋测绘,2020,40(1):19-23.
- [7] 鲍李峰,陆洋西. 太平洋海域卫星测高重力垂直梯度分布[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2005,30(9):817-820.
- [8] 于锦海,万晓云. 引力梯度归算的模拟计算[J]. 地球物理学报,2011,54(5):1182-1186.
- [9] 曲政豪,李姗姗,马越原,等. 利用 EGM2008 模型快速构建扰动重力梯度基准图[J]. 海洋测绘,2017,37(1):17-21.
- [10] 吴星,张传定,叶修松,等. 卫星重力梯度数据的模拟研究[J]. 测绘科学技术学报,2008,25(6):391-395.
- [11] ZHU L. Gradient modeling with gravity and DEM[D]. Columbus: The Ohio State University,2007.
- [12] 许贤泽,郑成林,姚彤彤,等. 基于高斯积分的音圈电机受力解算方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2015,43(11):58-62,103.
- [13] 黄涛涛,翟国君,管铮. 高斯积分在地球重力场数值计算中的应用[J]. 武汉测绘科技大学学报,1993,18(3):22-29.
- [14] 傅克祥,高斯. 积分离散法及其在电磁问题中的应用[J]. 扬州师院学报(自然科学版),1992,12(2):41-49.
- [15] YU D, HWANG C. Calibrating error variance and scaling global covariance function of geoid gradients for optimal determinations of gravity anomaly and gravity gradient from altimetry[J]. Journal of Geodesy,2022,96(9):61.
- [16] SANDWELL D T, MULLER R D, SMITH W H F, et al. New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure[J]. Science,2014,346(6205):65-67.
- [3] JIN G Q, CHEN Y L, TANG H W, et al. Interplay of hyporheic exchange and fine particle deposition in a riverbed[J]. Advances in Water Resources,2019,128:145-157.
- [4] 李如忠,何芮,徐圣伟,等. 基于原位调控的排水沟渠深潭氮磷滞留实证研究[J]. 环境科学学报,2023,43(5):100-107.
- [5] JENNIFER S, TUNG W, MILA C, et al. Performance of vegetated swales for nitrogen and phosphorus removal in urban stormwater management[J]. Water,2021,13(10):14-21.
- [6] 吴国平,高孟宁,唐骏,等. 自然生物膜对面源污水中氮磷去除的研究进展[J]. 生态与农村环境学报,2019,35(7):817-825.
- [7] SUN P, GAO M, SUN R, et al. Periphytic biofilms accumulate manganese, intercepting its emigration from paddy soil[J]. Journal of Hazardous Materials,2021,411(10):125-172.
- [8] LU H, WAN J, LI J, et al. Periphytic biofilm: a buffer for phosphorus precipitation and release between sediments and water[J]. Chemosphere,2016,144:2058-2064.
- [9] LU H, FENG Y, WU Y, et al. Phototrophic periphyton techniques combine phosphorous removal and recovery for sustainable salt-soil zone[J]. Science of the Total Environment,2016,568:838-844.
- [10] LI H, ZHANG J, LI J, et al. Land use composition, configuration and nutrient; key drivers of benthic metabolism in streams[J]. Catena,2024,237:197-205.
- [11] GARCIXAV J, GATES P, GIMENEZ L, et al. High nutrient retention in chronically nutrient-rich lowland streams[J]. Freshwater Science,2017,36(1):26-40.
- [12] PEARCE N J T, PARSONS C T, POMFRET S M, et al. Periphyton phosphorus uptake in response to dynamic concentrations in streams: assimilation and changes to intracellular speciation[J]. Environment Science & Technology,2023,45(18):522-533.
- [13] 陆文苑,孙朋飞,徐滢滢,等. 中国主要稻区周丛生物群落组成结构及其磷捕获能力[J]. 土壤学报,2023,60(6):1749-1763.
- [14] 孙沉沉,马兰,吴永红,等. 吡啶乙酸对周丛生物去除水体中氮磷的影响及机理[J]. 中国农业科技导报,2022,24(3):204-209.
- [15] 罗华溢,金泽凡,唐次来,等. 稻田水系统单元的功能及其协同作用促进农业面源污染减排[J]. 水生态学杂志,2024,23(2):13-19.
- [16] CHEN Z, WU Y H, ZHUANG S, et al. Periphytic biofilms-mediated microbial interactions and their impact on the nitrogen cycle in rice paddies[J]. Eco-Environment & Health,2022,12(2):14-17.
- [17] 王金花,吴永红,冯彦房,等. 高浓度氮磷对自然生物膜群落功能和结构的影响[J]. 生态环境学报,2013,22(7):1236-1244.
- [18] SOLOVCHENKO A E, ISMAGULOVA T T, LUKY-ANOV A A, et al. Luxury phosphorus uptake in microalgae[J]. Journal of Applied Phycology,2019,31(5):26-34.

(责任编辑 吴亮)

(责任编辑 吴亮)