

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2025.09.015

磁场作用下水表面张力膜的形变模型

吕楠¹, 陈明昊², 周东一³, 潘刚¹

(1. 合肥工业大学 物理学院, 安徽 宣城 242000; 2. 合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 宣城 242000; 3. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 宣城 242000)

摘要:水作为一种抗磁性流体,在外界磁场作用下会产生表面凹陷。文章利用表面与界面学及流体力学相关方程耦合求解,对水在磁场作用下表面张力膜的形变问题进行力学模型构建;提出“环凹陷模型”,并利用“打靶法”通过 MATLAB 软件求解该模型的数值解,同时利用 COMSOL 软件对最终结果进行仿真模拟;最后利用改进的全反射测量法对水面形变数值进行测量并验证。结果表明,文章所构建的理论模型与求解算法结果相吻合,证明了该模型的正确性。

关键词:抗磁性;流体;表面与界面;打靶法;微小曲率

中图分类号:O441.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2025)09-1250-09

Deformation model of water surface tensioned film under magnetic field

LYU Nan¹, CHEN Minghao², ZHOU Dongyi³, PAN Gang¹

(1. School of Physics, Hefei University of Technology, Xuancheng 242000, China; 2. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Xuancheng 242000, China; 3. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Xuancheng 242000, China)

Abstract: As a diamagnetic fluid, water will appear surface depression under the external magnetic field. In this paper, the equation related to surface and interface was coupled with hydromechanical equation to construct the mechanical model for the deformation of surface tensioned film of water under magnetic field. The shooting method was utilized to calculate the numerical solution for the ring sag model proposed in this paper through MATLAB, and the result was simulated by COMSOL. The improved total reflection measurement method was utilized to measure the value of surface deformation. The experimental value is in agreement with the result of the theoretical model, which proves the correctness of the model.

Key words: diamagnetism; fluid; surface and interface; shooting method; tiny curvature

水作为一种抗磁性流体,在受到外界磁场作用时会产生排斥态改变,表现为水面产生凹陷形变^[1],从表面与界面学的角度分析,这是磁场对气-液表面的表面张力膜作用所引起的。该膜表面是凝聚相与气体之间的分界面,具有一定厚度,称之为表面张力膜。按照 Gibbs 处理方法,将表面张力膜视为一数学界面,该界面处的流体在密

度分布、力学分析等方面具有与内部流体不尽相同的性质和分析计算方法^[2]。

目前已经有许多关于表面张力膜受力分析的研究,但研究结果多为“单凹陷模型”,如图 1 所示;本研究通过改进现有的“单凹陷模型”相关结论,并利用欧拉微元方程与杨-拉普拉斯方程联立求解,重新推导相关方程,得到更加符合实验现象

收稿日期:2023-06-08;修回日期:2023-09-05

基金项目:安徽省科技重大专项资助项目(202203a05020009);移动通信国家重点实验室资助项目(2023D05);安徽省省级教育教学改革研究资助项目(2022jyxm1248)和大学生创新创业训练计划资助项目(S202210359327)

作者简介:吕楠(1993—),女,山东德州人,合肥工业大学实验师;

潘刚(1982—),男,安徽马鞍山人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师,通信作者,E-mail:dagang4030@126.com.

的“环凹陷模型”,如图 2 所示。为了验证“环凹陷模型”的正确性,进一步改进全反射测量法,使其形变测量精度得到提高,且可以连续勾勒出流体表面的形变情况,从而实现对流体表面微小形变的测量。本研究提出的改进型全反射测量法操作难度低,可重复性强,实验结果具有较高说服力;采用该测量法对流体表面进行测量,所得结果与模型计算结果高度吻合,有力验证了模型的正确性及实验的可靠性。



图 1 单凹陷模型示意图



图 2 环凹陷模型示意图

1 表面张力膜力学模型构建与分析

假定界面处液体静止,表面张力膜底部仅受静水压力作用,无其他作用力。根据杨-拉普拉斯方程,可以得到液面两侧压强差与液面曲率半径的关系,即

$$P_s = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \gamma \quad (1)$$

其中: P_s 为液面两侧压强差; R_1 、 R_2 分别为凹陷处两个正交方向的曲率半径; γ 为表面张力系数。

微观层面上,水分子中的电子持续绕原子核运动,同时电子自身具有自旋。这些运动都等效于一个个小的环形电流,即分子电流,并具有一定的磁矩。无外磁场时,分子的热运动使分子电流取向随机,导致任一宏观小体积内均无净磁性显现;当施加外磁场后,这些磁矩将沿外磁场方向排列,从而显现宏观磁性^[3]。该宏观磁场方向与外磁场相反,并等效于一个宏观磁化电流,如图 3 所示。

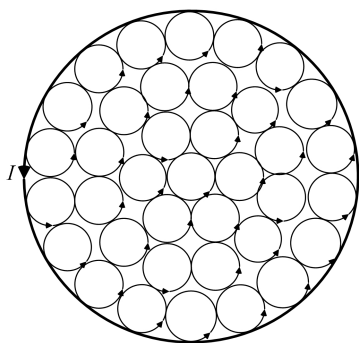


图 3 分子电流与磁化电流

已知物质体积磁化率 χ 与磁矩大小 M 和磁场大小 H 存在关系 $\chi = M/H$ 。 $\mathbf{M} = I\mathbf{S}\mathbf{e}$, S 为环形电流元面积, \mathbf{e} 为单位方向矢量。则微元体产生的磁化电流为:

$$dI = \frac{\chi}{\mu_0} B_x dx \quad (2)$$

其中: χ 为液体的磁化率; μ_0 为真空磁导率; B_x 为磁场磁感应强度在 x 轴的分量大小; dx 为所计算的微元体在 x 轴方向上的长度。

利用欧拉微分模型对液体受力进行分析^[4]。取一流体微元,以 x 方向为例,模型如图 4 所示。

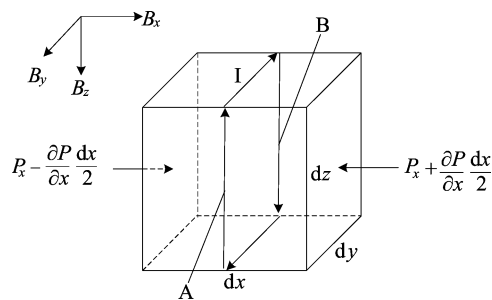


图 4 流体微元模型

图 4 中: P_x 为流体微元处压强 P 在 x 轴方向上的分量; $\frac{\partial P}{\partial x}$ 为压强 P 在 x 轴方向上的偏导数。在磁场 B_x 的作用下,流体微元的 $dydz$ 平面会产生如图 4 所示的磁化电流。由于磁感应强度的分量 B_x 、 B_y 、 B_z 并非均匀分布,磁场在各方向均存在变化。以图 4 中的 A、B 面为例,其磁感应强度在 y 轴方向上的投影分量大小分别为:

$$\begin{cases} B_{y,A} = B_y + \frac{\partial B}{\partial y} \frac{dy}{2}, \\ B_{y,B} = B_y - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{dy}{2} \end{cases} \quad (3)$$

其中: B_y 为在流体微元中心处的磁感应强度在 y 轴方向上的分量; $B_{y,A}$ 与 $B_{y,B}$ 分别为 A、B 面的磁感应强度在 y 轴方向上的分量; $\frac{\partial B}{\partial y}$ 为磁感应强度 B 在 y 轴方向上的偏导数。

由于流体微元的磁化电流与磁感应强度分配不均匀, A、B 面磁场力的合力并未抵消,将式(2)、式(3)代入安培定律计算,可得 A、B 两表面磁场力在 x 轴方向上的合力为:

$$dF_{x,y} = \frac{\chi}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial y} B_x dx dy dz \quad (4)$$

其中: dx 、 dy 、 dz 分别为所计算的流体微元在 x 、 y 、 z 轴方向上的尺寸。由于 A、B 两表面垂直于

xOy 面,用 $F_{x,y}$ 表示两面所受合力,由式(4)可知,其合力方向沿 x 轴正方向;同理可得流体微元垂直于 xOz 面的两平面产生的磁场力沿 x 轴方向的合力 $F_{x,z}$ 。则流体微元在 x 轴方向上所受到的磁场力 dF_B 为:

$$dF_B = dF_{x,y} + dF_{x,z} = \chi \left(\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial z} \right) B_x dx dy dz \quad (5)$$

利用压强可以计算出流体在 $dydz$ 平面上所受到的力为:

$$dF_p = \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dS = \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz \quad (6)$$

假设流体表面张力膜静止,联立式(5)与式(6),同理分析 y, z 轴方向的受力情况,即可得到如下关系式:

$$\begin{cases} \chi \left(\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial z} \right) B_x = \frac{\partial P}{\partial x}, \\ \chi \left(\frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial z} \right) B_y = \frac{\partial P}{\partial y}, \\ \chi \left(\frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) B_z - \rho g = \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad (7)$$

其中: B_x, B_y, B_z 分别为磁感应强度沿 x, y, z 轴方向上的分量; $\frac{\partial B}{\partial x}, \frac{\partial B}{\partial y}, \frac{\partial B}{\partial z}$ 为磁感应强度分别在 x, y, z 轴方向上的偏导数; $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}$ 为流体压强分别在 x, y, z 轴方向上的偏导数; χ 为流体磁化率; μ_0 为真空磁导率; ρ 为流体密度; g 为重力加速度。

对式(7)的两侧分别积分,设等号左侧积分后的结果为 W ,则有:

$$W = \int \chi \left(\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial z} \right) B_x dx + \int \chi \left(\frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial z} \right) B_y dy + \int \left[\chi \left(\frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) B_z - \rho g \right] dz \quad (8)$$

需要指出的是,磁场作为有旋无源场,通常无法定义标量势函数,而需要采用矢势描述。但在本文后续计算中,鉴于回转体模型的特殊构型以及形变尺度远小于磁场梯度的特性,式(8)在此特定情形下依然适用。

对式(7)等号右侧进行积分,得到:

$$P = \int \frac{\partial P}{\partial x} dx + \int \frac{\partial P}{\partial y} dy + \int \frac{\partial P}{\partial z} dz \quad (9)$$

将式(1)中的 P 代入式(9),即为该模型的约束条件,最终得到理论模型的构建方程,即

$$W = P \quad (10)$$

上述方程可以通过 MATLAB 求解出数值解,再利用 COMSOL 对求出的数值解进行仿真模拟,并与实验结果比较,即可验证模型的准确性。

2 求解算法及计算结果分析

采用“打靶法”在 MATLAB 中求解理论模型的方程数值解,并将其导入 COMSOL 进行模拟分析。

2.1 边界条件及初值

本文采用常用的柱形磁铁构建模型。利用其圆柱体的回转对称性,将三维问题简化为更易处理的二维问题,并在笛卡尔坐标系中表征磁铁周围空间的磁场分布^[5],即

$$\begin{cases} B_x = \frac{B_r}{4\pi} \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(z-z_0)\cos\theta}{K} d\theta dz_0, \\ B_y = \frac{B_r}{4\pi} \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(z-z_0)\sin\theta}{K} d\theta dz_0, \\ B_z = \frac{B_r}{4\pi} \left[\int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(x-r_0\cos\theta)\cos\theta}{K} d\theta dz_0 - \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(y-r_0\sin\theta)\sin\theta}{K} d\theta dz_0 \right] \end{cases} \quad (11)$$

其中: $K = [(x-r_0\cos\theta)^2 + (y-r_0\sin\theta)^2 + (z-z_0)^2]^{3/2}$; B_r 为剩余磁感应强度; r_0 为圆柱形磁铁的半径; h 为高度。通过式(11)可计算出在空间中任一点 $P(x, y, z)$ 处磁感应强度分别沿 x, y, z 轴方向上的分量 B_x, B_y, B_z 。在初步的仿真模型中,取 $r_0 = 10$ mm, $h = 10$ mm, $B_r = 0.42$ T。

柱形磁铁附近全空间区域的磁感应强度仿真结果如图 5 所示,可以看出,距磁铁 2 mm 的水面处磁场强度约为 0.4~0.6 T。图 5 中,灰色区域表示在该位置设置的流体域。

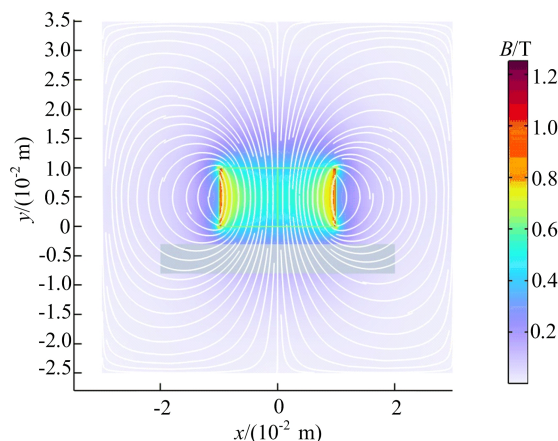


图 5 磁场仿真模型

2.2 求解算法

本文采用“打靶法”^[6]求解模型在特定初值条件以及边界条件的数值解。

打靶法的本质是将边值问题转化为初值问题来进行求解。在磁铁中轴平面内选取点 $A(x_A, z_A)$ 和点 $B(x_B, z_B)$, 并计算步长, 由步长可确定点 C 的横坐标 x_C , C 点的纵坐标 z_C 为待求未知量。将相关参数代入式(9)中求解 W , 则可得到以 z_C 为唯一自变量的 W 的函数, 即 $W(z_C)$ 。

另外, 利用点 A, B, C 可以求得 3 点所确定的唯一圆的曲率。鉴于圆柱形磁铁为回转体, 其对流体的影响具有回转对称性, 故流体表面形变也应为回转体。

该回转体表面的 2 个主曲率 k_1, k_2 的计算公式^[7]如下:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{1}{\alpha}, \\ k_2 = \frac{\cos \phi}{b + a \cos \phi} \end{cases} \quad (12)$$

其中: a 为该点处已知的一个方向的主曲率半径; b 为该点曲率圆心距离回转中心的距离; ϕ 为该点在曲率圆上的相位角。

将式(12)求解出的 2 个主曲率代入式(9), 可以得到一个以 z_C 为唯一自变量的函数 $P(z_C)$ 。令 $W(z_C) = P(z_C)$, 则可求得 z_C 的值。

同理, 将点 B, C 作为已知点, 计算下一个循环步长点 D 的纵坐标 z_D , 以此类推, 直至计算完所有点, 得出结果。

2.3 求解结果

利用 MATLAB 通过“打靶法”对式(10)求解析解。初值条件设置为: 柱形磁铁剩余磁感应强度 $B_r = 0.42 \text{ T}$; 柱形磁铁高度 $h = 10 \text{ mm}$, 半径 $r_0 = 10 \text{ mm}$; 流体表面至磁铁下表面距离 $d = 2 \text{ mm}$; 水体积磁化率 $\chi = -9.04 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$, 表面张力系数 $\gamma = 71.96 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ 。

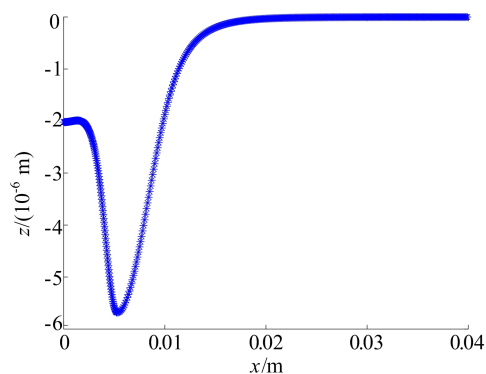
设置最大步长和最小步长后, 分别从 $x = 4r_0$ 和 $x = 0$ 处进行双向求解。

采用双向求解(两次反方向同时计算)旨在消除单向求解中低阻尼超调现象对结果的影响。基于该算法可以精确计算出二维平面内单侧水面的形变情况, 如图 6 所示。

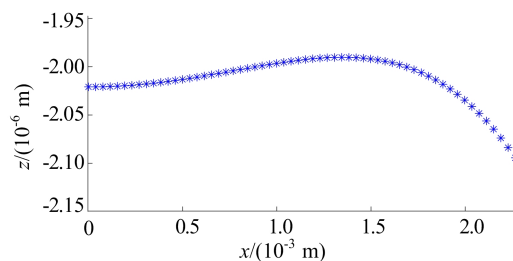
图 6 中, $x = 0 \text{ m}$ 为磁铁中心正下方。

上述求解结果虽然准确, 但计算耗时较长, 对计算资源要求较高, 且不利于通过参数扫描系统分析各因素对结果的影响。因此, 本研究通过扩

大步长和加入阻尼系数简化上述算法, 尽管精度会有所降低, 但这些偏差对整体结果的影响甚微, 可忽略不计。



(a) 水面凹陷二维平面上曲线



(b) $x=0$ 附近局部放大图

图 6 MATLAB 求解所得的水面凹陷结果

对上述初值条件应用简化后的算法进行三维求解, 得到的水面形变结果如图 7 所示。从图 7 可以看出, 水面形变情况为环形, 即“环凹陷模型”, 最大形变的数量级为 10^{-6} 。

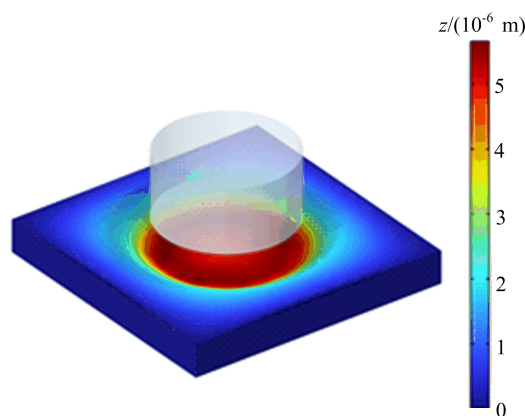


图 7 COMSOL 求解的三维仿真模型

2.4 参数影响分析

采用宽径比为 1 : 2、剩余磁感应强度为 1.2 T 的磁铁模型研究磁场大小和分布、流体磁化率、流体表面张力系数等参数对流体形变的影响, 并利用 COMSOL 仿真软件分析各参数的影

响结果。

通过改变磁铁至水面的距离来改变表面处的磁场分布。将磁铁至水面的距离分别调整为 3 mm 和 1 mm 进行仿真, 2 组仿真结果如图 8 所示。

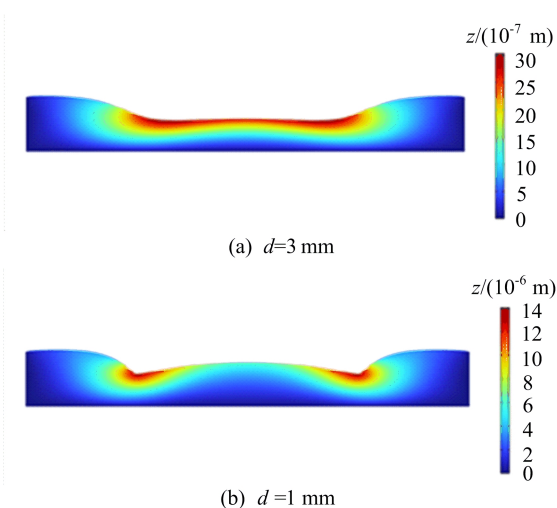


图 8 磁铁至水面距离不同时水面形变模拟图

从图 8 可以看出, 2 种距离产生的水面形变均呈现圆环状凹陷。磁铁距水面 3 mm 时, 水面形变较小, 变化趋势较为平缓; 磁铁距水面 1 mm 时形变较大, 最大处甚至达到 10^{-5} 数量级, 且变化趋势剧烈, 在边缘处出现了较尖锐的形变。2 种距离下磁铁中心正下方的形变大小基本不变, 均处在 $3 \times 10^{-6} \sim 5 \times 10^{-6}$ m。对应式(8)的计算结果, 在磁铁中心正下方, 不论距离多远, 其 W 值始终为 0。

仿真中改变磁铁与水面的距离符合实际实验情况, 但同时也会改变磁场强度和方向, 实验中难以分离这 2 个因素的影响。因此, 下文通过仿真分别分析各参数变量的影响。

2.4.1 磁铁宽径比的影响

通过改变磁铁宽径比来改变磁场分布, 进而改变磁场方向。根据研究的需要及仿真结果的差异性, 将磁铁宽径比分别调整为 2:5、1:1 和 5:2, 通过仿真计算得到 3 种情况下的水面凹陷情况, 如图 9 所示。

从图 9 可以看出: 3 种宽径比的磁铁产生的水面凹陷均呈现圆环状; 宽径比大(5:2)的磁铁中心磁感应强度垂直分量较大, 水平分量较小, 因此中心凹陷较浅; 随着磁铁宽径比减小, 磁铁中心磁感应强度垂直分量逐渐减小, 水平分量逐渐增大, 中心凹陷逐渐加深, 使整个凹陷更偏向圆弧形。

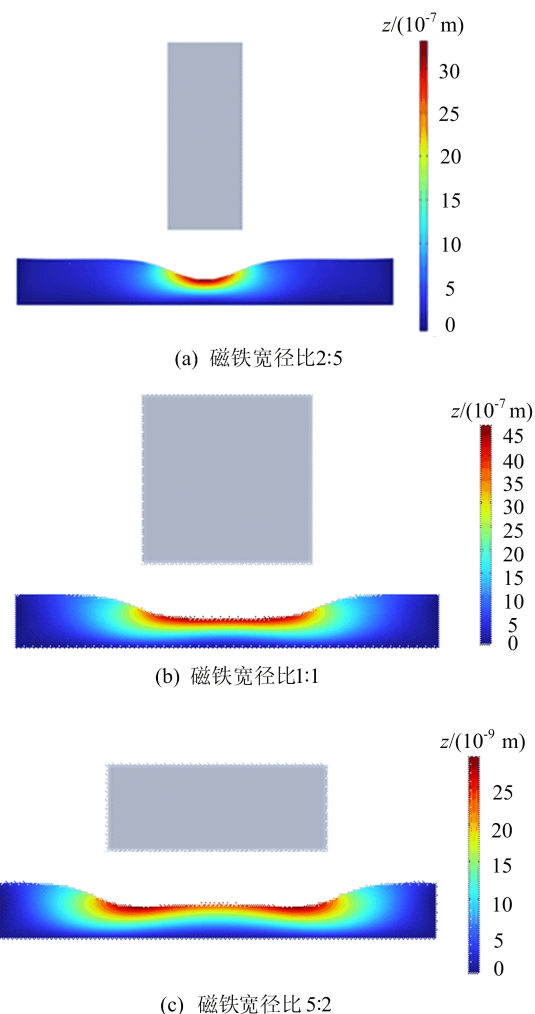


图 9 3 种磁铁宽径比下水面形变模拟图

2.4.2 磁感应强度的影响

将磁铁剩余磁感应强度由 1.2 T 改变至 1.5 T, 保持磁铁与水面距离 3 mm, 所得仿真结果如图 10 所示。

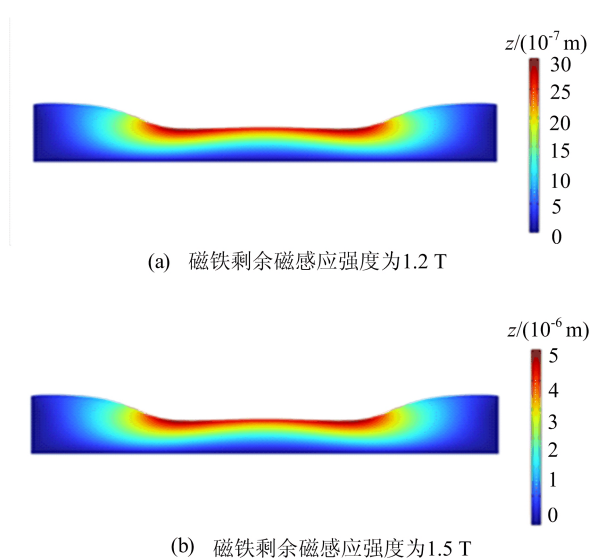


图 10 磁铁剩余磁感应强度为 1.2、1.5 T 时水面形变模拟图

从图 10 可以看出,单纯增大磁感应强度,水面凹陷形状的趋势不发生改变,只有凹陷深度发生变化,磁铁剩余磁感应强度为 1.2 T 时最大凹陷深度为 3×10^{-6} m,1.5 T 时最大凹陷深度为 5×10^{-6} m,与式(8)的计算结果吻合。

2.4.3 流体种类的影响

流体的种类会影响磁化率和表面张力系数。上述仿真所用流体均为水,若流体变更为原油,则其表面张力系数变为 $\gamma = 2.7 \times 10^{-2}$ N/m^[8],磁化率变为 $\chi = -4.97 \times 10^{-7}$ m³/kg^[9],密度取为 $\rho = 0.9$ kg/m³,其他参数均不变。

由于对不同的液体有不同的优化参数,若继续采用上述优化算法则结果将会存在误差,故而此处采用初始算法。水的求解结果如图 11a 所示,原油的求解结果如图 11b 所示。

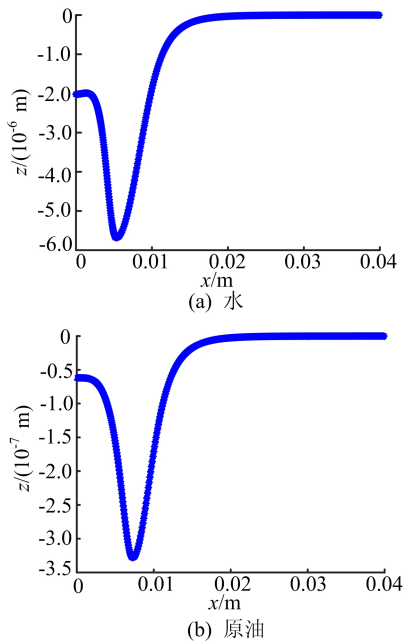


图 11 水和原油凹陷形变计算结果对比

对比原油与水的计算结果可以发现,在磁场大小为 1.2 T、距离水面距离为 3 mm、磁铁宽径比为 2 : 1 时,水表面张力膜的最低凹陷处达到 5.8×10^{-6} m,原油表面张力膜的最低凹陷处达到 3.3×10^{-7} m,原油表面张力膜的凹陷形变远低于水表面张力膜,具体表现为原油的形变距离相较于水减小了 10 倍。由此可见,磁化率对流体表面张力膜形变的影响较大,磁化率越高,水面凹陷距离越大。这两种流体的凹陷形状并没有较大改变,说明表面张力膜的形变形状主要取决于外界磁场的分布,而形变距离的大小取决于磁场和流体自身的性质。

3 实验原理及数据分析

3.1 实验方法

本实验利用激光在水面发生全反射,测量水面形变前与形变后激光被拉伸的长度。具体过程如下。

一束激光常见的光斑直径为 1~3 mm。仅考虑一个二维平面的情况下,一束激光上界与下界入射到水面上,两界都可单独看作一束光线,且两束光线平行。当水面未发生形变时,即水面保持水平,此时这两束光线的反射光线依然平行,光屏上光斑的宽度与入射光相同,如图 12a 所示。当水面发生微小形变后,光线照射至形变处,由于激光上界与下界光线入射点处法线不再平行,故两束光线反射光亦不再平行,如图 12b 所示,在远处通过光屏接受光线,激光光斑由一点被拉伸为一条线。

本实验设置初值条件为:磁铁剩余磁感应强度 $B_r = 0.42$ T;柱形磁铁高度 $h = 10$ mm,半径 $r_0 = 10$ mm。改变磁铁至水面的距离进行实验和数据测量分析。

通过测量磁场大小、光屏位置、光斑位置与强弱、光斑与激光发射器移动距离等数据并进行数据分析,即可得到水面形变的曲率半径。

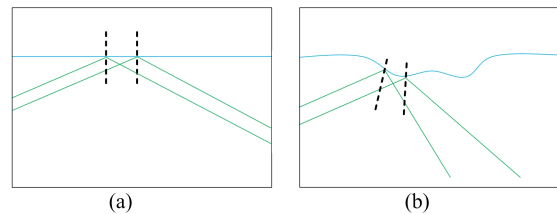


图 12 水面形变对光路的影响

3.2 实验装置

本实验主要器材包括激光发射装置、磁场发生装置、微控丝杆滑轨、水箱 4 个部分,如图 13 所示。

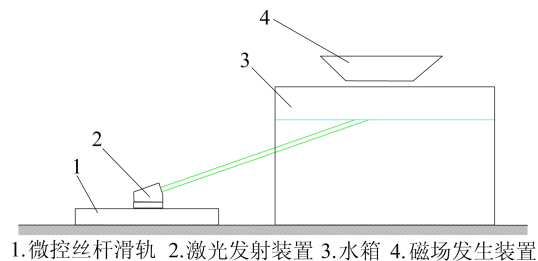


图 13 装置原理图

激光发射装置固定于丝杆滑轨上,丝杆滑轨

可以通过数控装置实现精确以及微小的位移,从而连续精确地测量水面的形变情况。当激光发生器随丝杆滑轨移动时,激光通过水面反射形成的光斑落在水箱另一侧带有精确刻度的光屏上,从而得出精确的光斑变化数据。

3.3 实验现象及分析

当磁铁置于水面上方时,通过丝杆滑轨将激光入射点从远离磁铁处逐渐向磁铁中心的正下方移动,光屏上光斑的位置以及光强也随之变化,如图 14 所示。

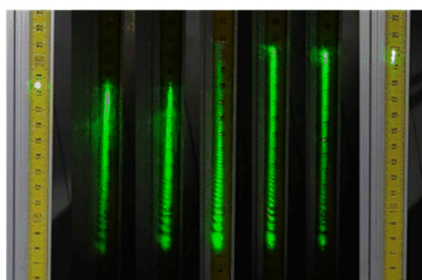


图 14 光斑随激光入射点移动的变化图

随着激光入射点的移动,光斑变化的过程可简化为 7 个阶段,如图 15 所示。图 15 中:深色表示光斑在此处的光强较强;浅色表示光斑在此处的光强较弱。

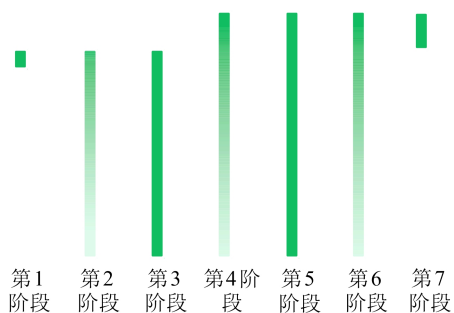


图 15 光斑随入射点移动而变化的 7 个阶段示意图

光斑变化的第 1 阶段为一个光点,此时入射点位于形变区域之外的水平平面位置。

随着入射点逐渐向前移动,具有一定宽度的入射光一部分位于形变区域,另一部分依然处于水平水面。因此,入射光一部分光线被拉长,使得这一部分光线投影在光屏上单位长度内的光强减弱,并且光斑上部分出现了叠加的情况,进一步增加了上半部分光强,最终光斑呈现出第 2 阶段的锥形状态,如图 16 所示。

当入射点继续向前移动,直至入射点完全位于第 1 段曲线上,入射的激光被均匀地拉伸为一

道直线。光斑呈现图 15 的第 3 阶段,为均匀拉伸的直线。

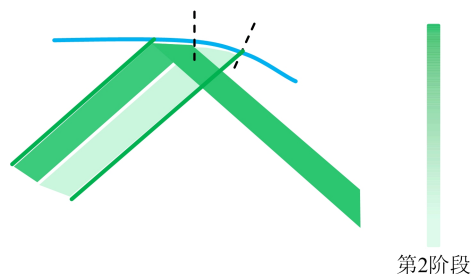


图 16 光斑变化的第 2 阶段光路示意图

将水面形变近似看作由 3 段曲率中心正负不同(曲率中心位于水面上方取负值,位于水面下方取正值)的曲线组成,如图 16 所示的水面形变,3 段曲线的曲率中心从左到右分别为负、正、负。在阶段三出现的均匀直线是入射光均匀分布在第 1 段曲线上的情况。此时若继续向前移动激光入射点,同理绘制光路图,则可得到其余各阶段的情况。

观察光斑的变化规律可知:在光斑的第 1 至第 3 阶段过程中,光斑的上端点位置不发生改变,而下端点位置向下移动,光斑不断被拉伸,从一点变为一条线,这表明此处水面开始出现曲率,且曲率中心在水面下方,使得光斑下端点不断向下移动;而在第 3 至第 5 阶段的过程中,光斑的下端点位置不变,上端点位置不断向上移动,拉伸光斑,这表明此处曲线的曲率中心发生了改变,曲率中心此时位于水面上方,使得光斑上端点不断向上移动;在第 5 至第 7 阶段过程中,光斑上端点位置不发生改变,下断点不断向上端点移动,直至光斑由线变为近似一点,这表明此时曲率中心又一次位于水面下方。即激光从磁铁边缘移动到磁铁正下方的过程中经历 2 次曲率中心的转移,共有 3 段曲线,这与“环凹陷模型”情况相符。

通过光斑变化规律可以得到光学传播函数,利用连续取点的方式即可通过实验原理中的公式计算出凹陷处任意一点的曲率,从而得到凹陷的形状与表达式。

3.4 数据分析

通过改变磁铁至水面的距离来改变磁场的大小与方向,从而改变水面的磁场分布。测量各种情况下的实验数据,结果见表 1 所列。

通过实验测量出 H_1 、 h_1 、 H_2 、 h_2 以及 D 值,再根据几何关系计算出出射光线与水平方向的夹角 ϕ_1 、 ϕ_2 ,如图 17 所示。

表 1 激光反射位置实验数据

磁场大小	光屏位置	激光反射位置				
		第 1 阶段	第 3 阶段	第 5 阶段	第 7 阶段	
1 389.04	远	H_2	27.1	27.3	29.9	29.8
		H_1	26.9	20.6	20.5	29.5
	近	h_2	61.8	61.7	62.9	63.1
		h_1	61.6	58.3	58.2	62.8
1 381.81	远	H_2	27.9	27.8	29.0	28.7
		H_1	27.6	21.6	21.5	26.8
	近	h_2	62.0	61.8	63.0	62.5
		h_1	61.7	58.5	58.9	61.5
1 364.98	远	H_2	27.0	27.2	28.7	28.5
		H_1	26.7	21.0	21.0	26.9
	近	h_2	61.7	61.7	62.5	62.7
		h_1	61.5	58.5	58.2	61.9
1 352.03	远	H_2	27.1	27.3	28.8	28.9
		H_1	26.9	22.4	22.4	28.7
	近	h_2	62.0	61.9	62.7	62.5
		h_1	61.7	59.2	59.4	62.3

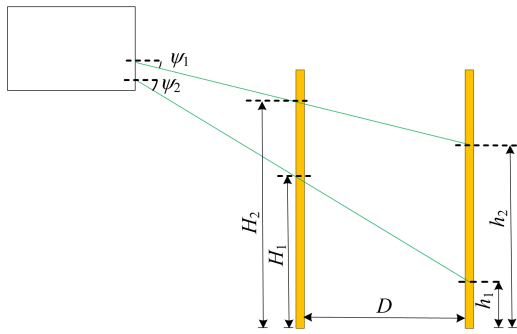


图 17 实验原理图

设水和空气的折射率分别为 η_w 、 η_0 ，两出射光线与水平方向夹角分别为 γ_1 、 γ_2 ，根据折射定律和几何关系可得：

$$\gamma_1 = \arcsin\left[\frac{\eta_w}{\eta_0} \sin\left(\arctan\frac{H_1 - h_1}{D}\right)\right],$$

$$\gamma_2 = \arcsin\left[\frac{\eta_w}{\eta_0} \sin\left(\arctan\frac{H_2 - h_2}{D}\right)\right]$$

(13)

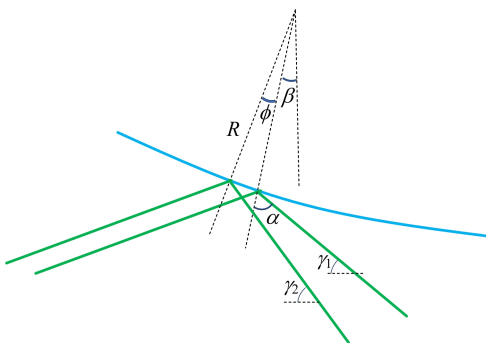


图 18 曲率推导示意图

设曲率半径为 R ，由于凹陷十分微小，近似将

圆弧长 L 视为直线长， $2\pi R/L = 360/\beta$ ，最终计算得到曲率半径 R 为：

$$R = \frac{180L}{\left|\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\right| \pi}$$

(14)

对其他水面曲率情况同理进行推导计算，结果与式(14)相同。

由此可以通过数据分析测量出水面形变情况，再根据几何关系计算凹陷深度，计算结果见表 2 所列。

表 2 水面凹陷深度数据 单位:m

与中心距离	凹陷深度	与中心距离	凹陷深度
0	1.71E-06	0.010 5	5.74E-06
0.000 5	1.73E-06	0.011 0	5.37E-06
0.001 0	1.86E-06	0.011 5	5.09E-06
0.001 5	2.19E-06	0.012 0	4.63E-06
0.002 0	2.48E-06	0.012 5	4.29E-06
0.002 5	2.98E-06	0.013 0	3.79E-06
0.003 0	3.34E-06	0.013 5	3.26E-06
0.003 5	3.89E-06	0.014 0	2.91E-06
0.004 0	4.26E-06	0.014 5	2.39E-06
0.004 5	4.79E-06	0.015 0	2.01E-06
0.005 0	5.12E-06	0.015 5	1.59E-06
0.005 5	5.55E-06	0.016 0	1.31E-06
0.006 0	5.80E-06	0.016 5	9.16E-07
0.006 5	6.10E-06	0.017 0	6.91E-07
0.007 0	6.32E-06	0.017 5	4.08E-07
0.007 5	6.40E-06	0.018 0	2.60E-07
0.008 0	6.45E-06	0.018 5	1.02E-07
0.008 5	6.43E-06	0.019 0	3.93E-08
0.009 0	6.33E-06	0.019 5	1.04E-08
0.009 5	6.20E-06	0.020 0	0
0.010 0	5.95E-06		

对测量结果进行多项式拟合,拟合的曲线如图 19 所示。

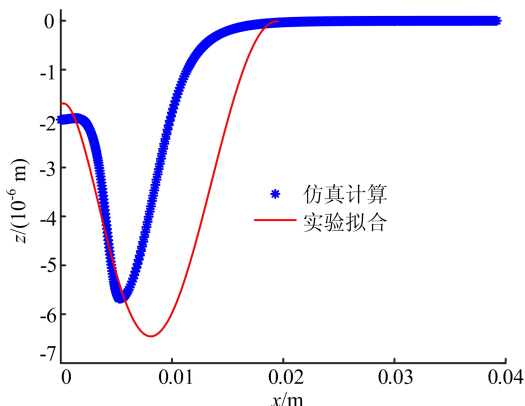


图 19 实验拟合曲线和仿真计算结果

将实验拟合结果与仿真计算结果做对称处理后对比发现,两者计算结果基本吻合,水面呈现“环凹陷模型”的形变,如图 20 所示。

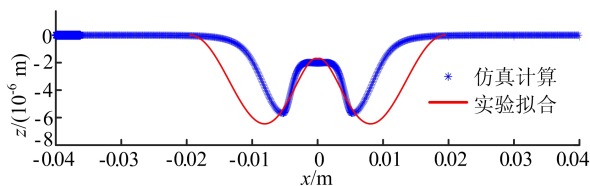


图 20 实验拟合和仿真计算结果的对称处理图

此外,基于表 2 中的数据,利用平均曲率方法计算得到的凹陷深度同样约为 10^{-6} 量级,这与上文的仿真结果一致,进一步证明了本文理论模型的有效性。

4 结 论

本文利用表面与界面学和流体力学结合的方

式构建了一套新型模型以计算磁场对抗磁性流体的影响,并利用“打靶法”求解了给定情况下水面形状变化的具体数值,其结果与后续的实验测量数据较为吻合,说明该模型的正确性以及算法的准确性。

此外,为完善测量流程,本文改进了传统的全反射测量法,通过对光斑位置、长度、光强的分析推导出水面表面张力膜的形变情况等关键物理量。该实验方法操作简单,仪器搭建方便,可重复性高,具有较高的实用性。

[参 考 文 献]

- [1] 刘志海,武立华,赵原锋,等. 水的抗磁性演示实验[J]. 物理实验,2019,39(12):27-31.
- [2] 赵亚溥. 表面与界面物理力学[M]. 北京:科学出版社,2012:3-29.
- [3] 韩奎,王伟华,陆万利. 电动力学[M]. 北京:化学工业出版社,2021:80-85.
- [4] 张扬军,彭杰,诸葛伟林. 流体力学[M]. 北京:科学出版社,2019:32-51.
- [5] 周恩权,郑仲桥,张燕红,等. 圆柱形永磁体磁场建模及仿真研究[J]. 河南科技,2017(11):139-143.
- [6] 周五斌. 曲率模量不同的两组分膜泡形状方程的数值解[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版),2015,43(5):43-47.
- [7] 杨晨响,梅雪峰. 环面的一些几何性质的研究[J]. 浙江外国语学院学报,2011,29(3):70-78.
- [8] 罗玉祥,王海鹏,刘超卓,等. 原油界面张力系数与温度关系的实验研究[J]. 科学技术与工程,2009,9(13):3758-3761.
- [9] 赵福麟,孙铭勤,杜淑娟,等. 原油与油田水的磁化率[J]. 石油大学学报(自然科学版),1991,33(1):42-47.

(责任编辑 胡亚敏)