

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2024.08.020

基于 Bouc-Wen 模型的非线性实时混合模拟稳定性分析

卜逸凡¹, 黄亮^{1,2}, 汤志伟¹

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 土木工程结构与材料安徽省重点实验室, 安徽 合肥 230009)

摘要:实时混合模拟(real-time hybrid simulation, RTHS)中不可避免的作动器响应延迟会影响试验系统稳定性。为研究同时含非线性构件和作动器时滞的复杂试验系统稳定性,文章采用分段线性方法将非线性模型近似简化为多个线性状态的叠加,基于 T-S 模糊模型理论建立试验系统运动方程,通过 Lyapunov 稳定性理论分析其近似稳定性,获得线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)形式的稳定性判据。数值分析和试验结果验证在外荷载输入下,简化模型高度近似于原模型,表明该近似方法具有良好的计算精度。对于具有刚度软化特性的 Bouc-Wen 模型,最大刚度决定试验系统稳定性。当试验系统时滞小于临界时滞,处于渐近稳定状态时,结构的动力响应逐步收敛;而当试验系统时滞大于临界时滞处于失稳状态时,系统仍能通过材料屈服耗能保持能量平衡。而在线性系统中,能量则不断积累,导致试验系统响应无限增加,是线性与非线性试验系统的最大差异。

关键词:实时混合模拟(RTHS);非线性;Bouc-Wen 模型;T-S 模糊模型;稳定性

中图分类号:TU317.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2024)08-1141-07

Stability analysis of nonlinear real-time hybrid simulation based on Bouc-Wen model

PU Yifan¹, HUANG Liang^{1,2}, TANG Zhiwei¹

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Key Laboratory of Civil Engineering Structures and Materials, Hefei 230009, China)

Abstract: The inevitable actuator response delay in real-time hybrid simulation(RTHS) will affect the stability of the test system. In order to study the stability of complex test systems with both nonlinear components and actuator delays, this paper adopts piecewise linear method to approximately simplify the nonlinear model to the superposition of multiple linear states, establishes the motion equation of the test system based on T-S fuzzy model theory, and analyzes its approximate stability through Lyapunov stability theory. The stability criterion of linear matrix inequality(LMI) form is obtained. Numerical analysis and experimental results verify that the simplified model is highly approximate to the original model under external load input, indicating that the approximate method has good computational accuracy. For the Bouc-Wen model with stiffness softening characteristics, the maximum stiffness determines the stability of the test system. When the time delay of the test system is less than the critical time delay and is in the asymptotically stable state, the dynamic response of the structure gradually converges. When the time delay of the test system is greater than the critical time delay and is in the unstable state, the system can still maintain the energy balance through the yielding energy

收稿日期:2023-02-13;修回日期:2023-03-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52008145);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(PA2021GDSK0080)

作者简介:卜逸凡(1998—),男,安徽和县人,合肥工业大学硕士生;

黄亮(1986—),男,安徽合肥人,博士,合肥工业大学实验师,通信作者, E-mail: huangliang@hfut.edu.cn.

dissipation. In linear systems, energy accumulates continuously, resulting in an infinite increase in the response of the test system, which is the biggest difference between linear and nonlinear test systems.

Key words: real-time hybrid simulation (RTHS); nonlinearity; Bouc-Wen model; T-S fuzzy model; stability

0 引言

实时混合模拟(real-time hybrid simulation, RTHS)是一种改进型拟动力试验技术,其更新了动态伺服系统、高速计算及通信设备、控制和补偿方法等,实现了有限空间内大尺度、高同步的结构的动力试验^[1]。

RTHS方法将整体结构分为数值和试验子结构,其中具有复杂非线性且难以准确数值模拟的部分常划分为试验单元,剩余线性部分采用数值模拟,两者实时同步进行数据交互,用于研究整体结构的动力性能和局部构件的变形损伤。

在RTHS中,液压伺服系统的动力响应延迟起主导作用,导致子结构间的耦合不同步,影响系统的稳定性^[2]。文献[3]通过试验证明误差会导致作用在试验子结构上的外力失真,影响结构的稳定性。目前,研究者们已对线性RTHS系统进行了深入的分析,指出时滞起负阻尼作用,其向试验系统输入额外能量是导致系统失稳的根本原因。

基于线性系统和作动器常时滞假设,文献[4]使用时滞微分方程确定试验系统稳定的临界时滞;文献[5]利用劳斯稳定性准则分析系统临界时滞;文献[6]使用极点分布理论研究延迟型和中立型实时混合试验系统的稳定性;文献[7-9]对离散型实时混合模拟系统稳定性进行研究。

上述研究均针对线性试验系统,而RTHS的目的在于研究局部非线性构件在真实地震作用下的变形损伤。试验系统将不可避免的同时出现加载延迟和试件非线性的影响,这种耦合影响较为复杂,且机理不明,引起学界广泛关注。文献[10-11]研究非线性结构系统中积分算法的稳定性和准确性;文献[12]研究含摩擦摆的非线性隔震桥系统的稳定性;文献[13]基于Bode图的稳定性分析方法确定临界时滞的稳定范围;文献[14]研究具有双线性构件和作动器时滞的实时混合模拟系统稳定性。

针对上述含非线性和时滞的试验系统稳定问题,本文拟采用分段线性方法将复杂非线性问题近似为局部线性问题,进而采用Lyapunov-Kra-

sovskii(L-K)稳定理论研究试验系统的稳定性,拟通过数值模拟和实际试验验证上述理论。

1 非线性RTHS系统模型

RTHS的试验过程是将研究对象划分为数值和试验子结构。数值子结构采用有限元建模计算其位移和反力,并将位移指令发送至液压伺服作动器。作动器按指令进行同步加载,待试验子结构抵达指定位置后同时测量其反力和实际位移。将采集的反馈信号传递回数值子结构,进入下一步计算-加载循环。

重复上述步骤,直到完成所有时间步长或满足终止条件。

根据文献[14],单自由度RTHS系统运动方程可表示为:

$$ma(t) + cv(t) + ku(t) + w_E(t) = p(t) \quad (1)$$

其中: m 、 c 、 k 分别为数值子结构的质量、阻尼和刚度; u 、 v 、 a 分别为结构的位移、速度、加速度; w_E 为试验单元恢复力; p 为系统激励。

假设试验单元恢复力 $w_E = g(u, t)$ 具有非线性,受作动器恒定延迟 τ 的影响,即

$$w_E(t) = g(u(t - \tau), t) = w(t - \tau) \quad (2)$$

在土木工程领域,多数材料通过屈服耗能,这种材料屈服是一种典型的非线性现象。文献[15]使用微分方程描述材料的滞回特性,通过调节模型参数,可得到具有不同耗能、刚度软化的滞回环。Bouc-Wen模型已被广泛认可和接受,其本构关系可表示为:

$$w = k_1 z + k_2 u \quad (3)$$

$$\dot{z} = \alpha v - \beta v |z|^{n-1} - \gamma |v| |z|^{n-1} z \quad (4)$$

其中: k_1 、 k_2 为非线性刚度和残余刚度; z 为非线性恢复力; α 、 β 、 γ 、 n 为Bouc-Wen模型参数; $\alpha=1$ 为滞回曲线初始斜率; β 和 γ 均为滞回环形状参数,决定其软化、硬化特性; n 控制滞回曲线光滑程度。

例如软钢阻尼器,材料在拉伸过程中没有明确的屈服点,上述模型可描述材料的滞回特性。具有刚度软化特性的Bouc-Wen模型如图1所示,模型参数 $k_1 = 1.00 \text{ N/mm}$; $k_2 = 0.05 \text{ N/mm}$; $\alpha = 1$; $\beta = -0.02$; $\gamma = 0.4$; $n = 1.9$ 。

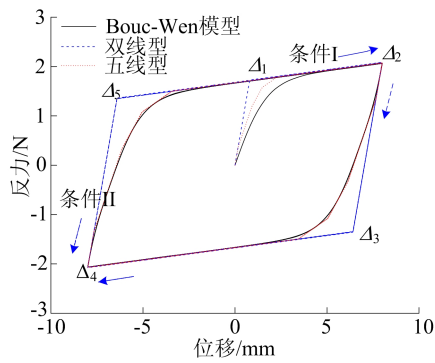


图 1 Bouc-Wen 模型及其分段近似

式(1)~(4)组成具有 Bouc-Wen 非线性和常时滞的 RTHS 运动方程,其难点在于非线性时滞部分。

2 基于分段线性简化的稳定分析

对于线性时滞系统,文献[16]应用 L-K 理论分析其稳定性;虽然该方法可用于直接解决非线性问题,但 Bouc-Wen 模型参数较多,本构关系复杂,难以直接进行稳定性分析。本文通过分段线性简化,将其近似为局部线性问题,则可利用线性理论解决此问题。

2.1 Bouc-Wen 模型分段线性简化

根据 Bouc-Wen 模型的刚度极值,非线性恢复力 z 与变形速度 v 形成滞回环,根据取值范围,式(4)可分为如下 2 种情况。

条件 I v, z 同号,即 $v > 0, z > 0$ 或 $v < 0, z < 0$ 。式(4)变为:

$$\dot{z} = v[\alpha - (\pm z)^n(\beta + \gamma)] \quad (5)$$

条件 II v, z 异号,即 $v < 0, z > 0$ 或 $v > 0, z < 0$ 。式(4)变为

$$\dot{z} = v[\alpha + (\pm z)^n(\gamma - \beta)] \quad (6)$$

如图 1 所示,在条件 I 下,将出现反馈力极值 z 趋向于 0,此时, Bouc-Wen 模型刚度最小。

$$z_{\max} = -z_{\min} = \left(\frac{\alpha}{\beta + \gamma}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (7)$$

$$k_{\min} = k_2 \quad (8)$$

在条件 II 下,出现刚度极值,

$$\left(\frac{\dot{z}}{v}\right)_{\max} = \alpha + (z_{\max})^n(\gamma - \beta) = \frac{2\gamma\alpha}{\gamma + \beta} \quad (9)$$

$$k_{\max} = k_2 + k_1 \left(\frac{\dot{z}}{v}\right)_{\max} = k_2 + k_1 \frac{2\gamma\alpha}{\gamma + \beta} \quad (10)$$

采用分段线性模型来近似描述。以双线性模型为例,模型具有屈服前和屈服后 2 种状态,呈平行四边形形状,本构关系写成如下形式:

$$\begin{cases} w = k_2 u + \frac{2\gamma\alpha}{\gamma + \beta} k_1 z_1, \\ \dot{z}_1 = v[1 - \varepsilon(v)\varepsilon(z_1 - y_1) - \varepsilon(-v)\varepsilon(-z_1 - y_1)] \end{cases} \quad (11)$$

其中: $y_1 = z_{\max}$ 表示屈服位移; $\varepsilon(x)$ 表示阶跃函数,上述分段线性方法也可进一步推广到多线性近似。图 1 对比了分段线性模型和 Bouc-Wen 模型,表明采用分段线性模型可以很好地近似 Bouc-Wen 模型。且随着分段数量 N 增大,分段线性模型更为贴近原始非线性模型。

2.2 T-S 模糊函数

文献[17]提出 T-S 模糊函数,使用局部线性子系统的加权来表示复杂的全局非线性系统。T-S 模糊系统主要采用若-则(If-Then)规则描述,If 表示触发条件,Then 表示引发结果。诸多控制问题都可以归结为 T-S 模糊函数。

T-S 模糊模型由 r 条若-则规则($R_1 \sim R_r$)组成, R 表示规则。假设第 j 条规则 R_j 为:

若 $\theta_j(t)$ 满足 W_j , 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_j \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_j \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{D}_j F_j(t); \\ \mathbf{x}(t) = \Phi(t), \quad t \in [-\tau, 0) \end{cases} \quad (12)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, 表示状态向量; $F_j(t)$ 为输入状态; W_j 为模糊集; $\theta_j(t)$ 为前件变量; $\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j, \mathbf{D}_j$ 均为局部状态矩阵; $\Phi(t)$ 为初始状态。

上述若-则规则叠加后可组成非线性系统状态方程,即

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \pi_j(\theta(t)) [\mathbf{A}_j \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_j \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{D}_j F_j(t)] \quad (13)$$

其中: $\pi_j(\theta(t))$ 表示隶属函数; $\mathbf{A}_j \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_j \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{D}_j F_j(t)$ 表示局部线性函数。

式(13)的物理意义在于非线性模型可由分段线性模型叠加近似。对于任意前件变量,隶属函数总满足:

$$0 \leq \pi_j(\theta(t)) \leq 1, \quad \sum_{j=1}^r \pi_j(\theta(t)) = 1 \quad (14)$$

假设系统初始状态为静止,将非线性试验系统运动方程式(1)、式(2)、式(11)用上述 T-S 模糊函数表示。

R_1 : 若系统处于屈服前状态,即除 R_2 外所有状态,则

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{D}_1 F_1(t) \quad (15)$$

R_2 : 若系统处于屈服后状态,即满足 $\{v \geq 0\} \cap \{z \geq y_1\}$ 或 $\{v \leq 0\} \cap \{z \leq -y_1\}$, 则

$\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2x(t - \tau) + D_2F_2(t)$ (16)
其中

$$x(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix}; A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{k_{\max}}{m} & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{k_{\min}}{m} & 0 \end{bmatrix};$$

$$D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}; F_1(t) = p(t) +$$

$$(k_{\max} - k_{\min}) \left[u(t - \tau - \Delta) - \int_{-\tau}^{t-\tau-\Delta} \dot{z}(s) ds \right];$$

$$F_2(t) = p(t) - (k_{\max} - k_{\min}) \int_{-\tau}^{t-\tau-\Delta} \dot{z}(s) ds。$$

隶属函数 $\pi_j(\theta(t))$ 满足:

$$\begin{cases} \pi_1(\theta) = 1 - \pi_2(\theta), \\ \pi_2(\theta) = \epsilon(v(s))\epsilon(z(s) - y_1) + \\ \epsilon(-v(s))\epsilon(-z(s) - y_1) \end{cases} \quad (17)$$

2.3 分段线性 Lyapunov 稳定理论

L-K 稳定性理论通过构造系统广义能量泛函 V , 通过判断能量梯度变化判断系统稳定性。 $\dot{V} < 0$ 表示系统广义能量持续输出, 系统是稳定的; 反之能量持续输入, 系统是不稳定的。由于系统稳定性是系统固有特性, 与输入无关, 因此假设 $p(t) \equiv 0$ 。

对于线性时滞系统, 文献[18]设计 Lyapunov 泛函, 表达式为:

$$V = x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau}^t x^T(s)Qx(s)ds + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \tau \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)dsd\theta \quad (18)$$

同时本文给出了线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 形式的稳定性判据。对于 T-S 模糊函数, 将式 (13) 中 $\sum_{j=1}^r \pi_j(\theta(t))A_j = A$, $\sum_{j=1}^r \pi_j(\theta(t))B_j = B$ 替换, 可得 T-S 模糊函数稳定性判据。对于给定的 $\tau > 0$, 形如式 (11) 的 T-S 模糊函数渐进稳定的充分非必要条件为存在实对称矩阵 $P, Q, R > 0$, 满足

$$\sum_{j=1}^r \pi_j(\theta(t)) \times \begin{bmatrix} PA_j + A_j^T P + Q - R & PB_j + R & \tau A_j^T R \\ & -Q - R & \tau B_j^T R \\ & & -R \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

上述稳定性判据可使用 MATLAB 中 LMI

工具箱求解。由于判据为充分非必要条件, 因此具有保守性。

对于式 (15)、式 (16) 设计的双线性模型, $\pi_j(\theta(t))$ 取值仅为 0 或 1, 因此对任意 $j=1, 2, \dots, r$, 式 (19) 都满足

$$\begin{bmatrix} PA_j + A_j^T P + Q - R & PB_j + R & \tau A_j^T R \\ & -Q - R & \tau B_j^T R \\ & & -R \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

由式 (20) 可知若分段线性 T-S 模型的每一片段都是稳定的, 则整个系统是稳定的。即当分段线性系统的最不利状态稳定时, 系统是稳定的。

3 数值分析

3.1 T-S 模糊模型验证

为验证 T-S 模糊模型的近似效果, 本文使用 Simulink 软件进行数值模拟。Bouc-Wen 模型仍采用图 1 参数, T-S 模糊模型采用五线型近似。数值子结构参数 $m=1 \text{ t}; c=0.2 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{mm}; k=1 \text{ N}/\text{mm}$; 作动器时滞 $\tau=1.2 \text{ s}$ 。数值模拟采用四阶龙格库塔方法, 积分和控制步长大小均为 $dt=0.001 \text{ s}$ 。模拟流程如图 2 所示。

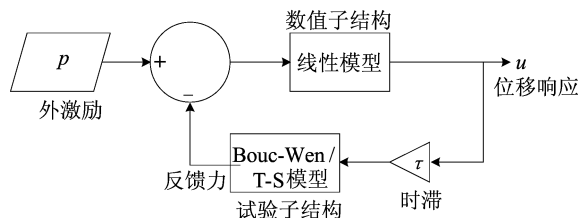


图 2 Simulink 模拟流程

3.2 近似稳定性验证

本文使用 T-S 模型, 验证其近似稳定性的有效性。假设含 Bouc-Wen 非线性构件的整体结构受脉冲激励 $p(t) = m\delta(t)$ 作用, 即 $t=0$ 时刻的初始状态为 $u_0=0, v_0=1 \text{ mm/s}$ 。根据稳定性的判据式 (20), T-S 模型的临界稳定条件为 $\tau_c = 0.203 \text{ s}$ 。3 种不同时滞下系统的位移响应和滞回曲线如图 3 所示。

当作动器延迟小于临界时滞时, 系统的位移响应和滞回曲线分别如图 3a、图 3b 所示, 系统处于稳定状态。Bouc-Wen 模型和 T-S 模型的位移响应都在逐渐减小, 并最终收敛于平衡状态。此时, 滞回曲线呈现一条直线, 并收缩至平衡点。这表示时滞能量输入小于阻尼能量, 系统能量逐渐减小, 故试验系统是渐近稳定的。

当作动器延迟等于临界时滞时,系统的位移响应和滞回曲线分别如图 3c、图 3d 所示,处于临界稳定状态时,Bouc-Wen 模型与 T-S 模型的位移响应均保持相同的振幅振荡。其稳态振幅始终处于弹性状态,即稳态滞回曲线也趋近于一条直线。这也意味着系统因时滞输入的能量与阻尼耗散的能量保持平衡,试验系统是临界稳定的。

当作动器延迟大于临界时滞时,系统的位移响应和滞回曲线分别如图 3e、图 3f 所示。在初始的 10 s 内,位移响应逐渐增大,表示结构已失稳。

随后位移响应进入稳态振荡而非无限增大,这是由于含刚度软化的 Bouc-Wen 模型通过屈服消耗了时滞能量,因此系统仍处于能量平衡。这是线性系统和非线性系统的最大区别。图中滞回曲线围成的面积表示稳态振动时,Bouc-Wen 模型每周消耗的能量。

在上述案例中,T-S 模型与 Bouc-Wen 模型的动力响应及滞回曲线均较为接近,结果表明采用分段线性法近似分析非线性时滞系统稳定性合理且有效。

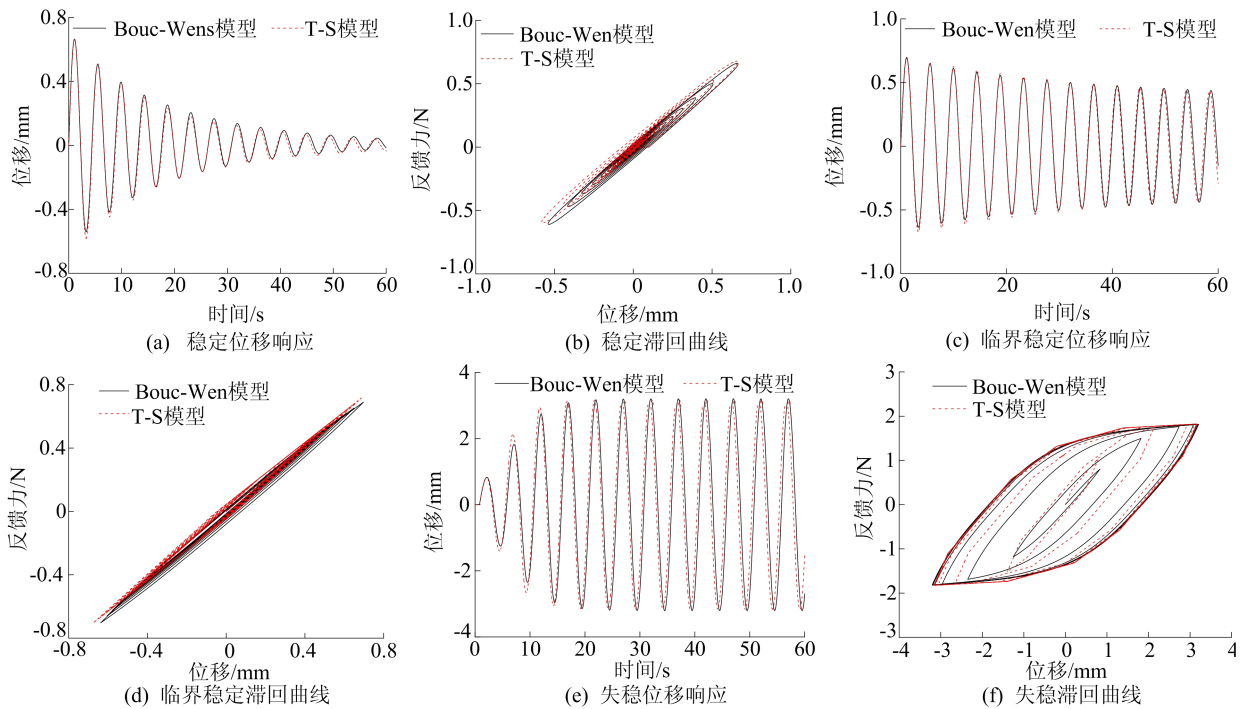
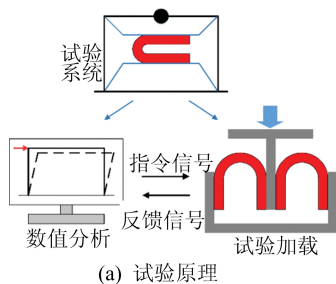


图 3 不同时滞下系统的位移响应和滞回曲线

4 试验研究

4.1 试验设计

为验证上述稳定性判据,在东南大学教育部混凝土和预应力混凝土结构重点实验室进行 U 型软钢阻尼器试验,试验原理和试验加载装置如图 4 所示。



(a) 试验原理



(b) 加载装置

图 4 试验原理和设备

试验采用美国 MTS 公司的实时多向地震模拟设备,加载设备选择 MTS 244.21 动态作动器,加载能力为 50 kN,位移行程为 ±150 mm,数字

控制器的时钟速度为 1 024 Hz。

4.2 实时混合试验结果

试验的数值子结构为一个单自由度质量-阻尼-弹簧系统;选用具有非线性耗能特性的 U 型软钢阻尼器作为试验子结构;子结构交互时,指令信号为数值子结构位移,反馈信号为 U 型软钢阻尼器的恢复力。本文共设计了 3 组实时混合试验,用于验证非线性时滞系统稳定性。

实时混合试验中,试验的数值子结构参数 $m=100\text{ t}$, $k=2.6\text{ kN/mm}$ 。初始条件设置为 $u_0=0$, $v_0=10\text{ mm/s}$, 外激励 $p(t)\equiv 0$, 其余参数见表 1 所列。由于稳定性属于系统固有特性,与激励条件无关,因此试验设计成外激励为 0 的初始状态下自由振动。系统无能量输入,所有能量增加均由时滞效应引起,可较为明显地通过位移

响应振幅观察系统稳定性。

试验使用 RT-Frame 2d 有限元软件和 CR 算法用于数值子结构的动力分析。试验控制步长、积分补偿均为 $dt=1/1\,024\text{ s}$, 每次测试时间持续 60 s, 重复 5 次。

根据稳定性判据式(20), 试验 1 系统临界时滞为 27.8 ms, 试验 2 和试验 3 数值阻尼为 0, 临界时滞为 0, 任何微小时滞都会使系统失稳。

表 1 实时混合试验参数

试验	时滞补充	数值子结构阻尼	延迟/ms
1	无	72.1	31.3
2	无	0	19.9
3	+40dt	0	56.4

3 组试验动力响应对比如图 5 所示。

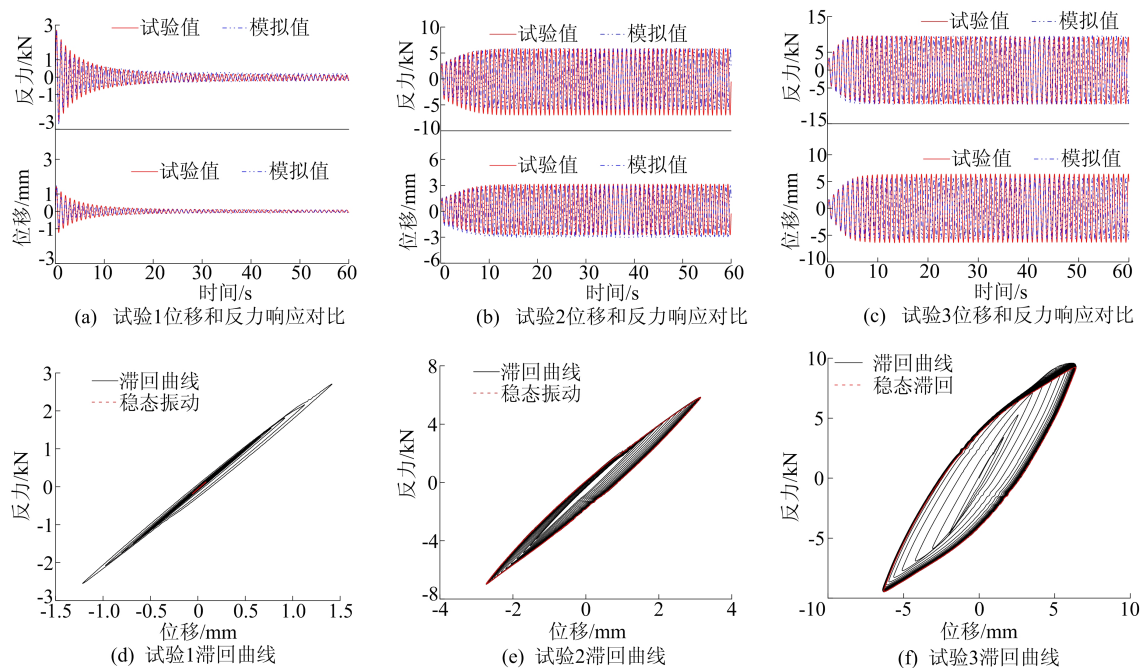


图 5 动力响应对比

由图 5a、图 5d 可知,非线性构件在初始阶段通过屈服耗能;30 s 后系统进入线性等幅振动,表明系统阻尼耗能和时滞导致的能量输入保持平衡,系统因此处于临界稳定状态。临界稳定域的模拟值较试验值偏小 11.2%, 理论分析与试验结果较为一致。由图 5b、图 5c 可知,受作动器时滞和补充时滞作用,系统位移响应逐渐增大,因此处于失稳状态。然而,由于软钢阻尼器通过材料变形耗能,抵消了时滞引起的能量输入,系统在 8 s 后重新达到平衡状态,位移响应呈现等幅振动。图 5e、图 5f 中红色形状面积代表稳态振荡阶段每

周期耗散的能量,表明软钢阻尼器每周期分别消耗 7.7、67.3 J 的时滞能量输入。

为验证试验结果的准确性,采用图 2 所示的 Simulink 流程对试验进行了模拟,由图 5b、图 5c 可知,失稳条件下的稳态周期耗能分别为 7.65、65.77 J,与模拟结果偏差 -0.6%、-2.2%,模拟与试验结果较为一致,证明了结论的可靠性。

5 结 论

实时混合试验中,作动器响应延迟会影响试验系统稳定性。对于同时含非线性构件和时滞的

试验系统,可采用分段线性方法简化非线性模型,进而使用 T-S 模糊模型理论建立试验系统运动方程,通过 Lyapunov 稳定理论分析其近似稳定性,获得 LMI 形式的稳定性判据。

数值分析和试验结果表明,上述近似稳定域分析方法具有良好的计算精度。对于土木工程中常遇的刚度软化 Bouc-Wen 模型,其最大刚度决定试验系统稳定性。当 Bouc-Wen 非线性系统渐近稳定时,结构的动力响应逐步收敛;而临界稳定或者失稳时,系统仍能通过材料屈服耗能保持能量平衡,这是与线性试验系统的最大差异。

[参 考 文 献]

- [1] NAKASHIMA M, KATO H, TAKAOKA E. Development of real-time pseudo dynamic testing[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1992, 21(1): 79-92.
- [2] HORIUCHI T, INOUE M, KONNO T, et al. Real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1999, 28(10): 1121-1141.
- [3] 黄亮, 郭彤, 徐伟杰. 实时混合模拟误差的理论分析及试验验证[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2016, 46(5): 1045-1050.
- [4] WALLACE M I, SIEBER J, NEILD S A, et al. Stability analysis of real-time dynamic substructuring using delay differential equation models[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2005, 34(15): 1817-1832.
- [5] MERCAN O, RICLES J M. Stability and accuracy analysis of outer loop dynamics in real time pseudodynamic testing of SDOF systems[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2010, 36(11): 1523-1543.
- [6] HUANG L, CHEN C, WANG J F. Interpretation of real-time hybrid simulation as neutral and retarded delay systems for its stability analysis[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2021, 147(10): 04021079.
- [7] CHEN C, RICLES J M. Stability analysis of SDOF real-time hybrid testing systems with explicit integration algorithms and actuator delay[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2008, 37(4): 597-613.
- [8] ZHU F, WANG J T, FENG J, et al. Stability analysis of MDOF real-time dynamic hybrid testing systems using the discrete-time root locus technique[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2015, 44(2): 221-241.
- [9] HUANG L, CHEN C, HUANG S J, et al. Stability of real-time hybrid simulation involving time-varying delay and direct integration algorithms[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2022, 28(13/14): 1818-1834.
- [10] LIANG X, MOSALAM K M. Lyapunov stability and accuracy of direct integration algorithms applied to nonlinear dynamic problems [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 142(5): 04016022.
- [11] CHEN C, RICLES J M. Stability analysis of direct integration algorithms applied to MDOF nonlinear structural dynamics [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2010, 136(4): 485-495.
- [12] 戴纳新, 刘芳平, 彭林欣. 隔震桥实时混合试验的稳定性和精确性分析[J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2017, 42(2): 782-794.
- [13] 周惠蒙, 冉田苒, 李梦宁, 等. 基于 Bode 图的实时混合试验稳定性分析方法研究[C]//第 25 届全国结构工程学术会议论文集(第 II 册). 内蒙古: 中国力学学会工程力学编辑部, 2016: 519-526.
- [14] HUANG L, CHEN C, PU Y, et al. Stability analysis of real time hybrid simulation under coupled actuator delay and nonlinear behavior [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2022, 51(10): 2357-2377.
- [15] WEN Y K. Method for Random vibration of hysteretic systems[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1976, 102(2): 249-263.
- [16] HUANG L, CHEN C, GUO T, et al. Stability analysis of real-time hybrid simulation for time-varying actuator delay using the Lyapunov-Krasovskii functional approach[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2019, 145(1): 04018124.
- [17] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985(1): 116-132.
- [18] HAN Q L. Absolute stability of time-delay systems with sectorbounded nonlinearity[J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2171-2176.

(责任编辑 吴 亮)