

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2024.11.020

有限水深环境中声辐射预测的快速边界元法

徐稳稳, 郑昌军, 梁梦辉

(合肥工业大学 噪声振动工程研究所, 安徽 合肥 230009)

摘要: 由于水底和水面的影响, 结构在有限水深环境中的辐射声场与在自由空间中的辐射声场有很大区别。为了更高效准确地分析有限水深环境中大规模结构的辐射声场, 文章构建一种快速边界元法 (boundary element method, BEM)。采用宽频快速多极算法对计算过程进行加速处理, 针对算法中最为耗时的 M2L/F2H 变换过程, 通过建立判定准则将均匀层格林函数中的多阶虚源分为近场和远场, 从而设计不同求解方案, 极大减少 M2L/F2H 的变换次数, 显著提高求解效率。数值算例验证了文章方法的准确性和高效性, 并体现出该方法在浅海声学分析中的工程潜力。

关键词: 声辐射; 边界元法 (BEM); 宽频快速多极算法; 有限水深环境; 虚源链

中图分类号: O242.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2024)11-1564-08

A fast BEM approach for acoustic radiation prediction in shallow water environment

XU Wenwen, ZHENG Changjun, LIANG Menghui

(Institute of Sound and Vibration Research, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The radiated sound field of a structure in shallow water environment is very different from that in free space due to the influence from the bottom and surface of the water. In order to analyze the radiated sound field of a large-scale structure in shallow water environment more efficiently and accurately, a fast boundary element method (BEM) is developed in this paper. The method adopts a wide-band fast multipole algorithm to accelerate the computation process. For the most time-consuming process of M2L/F2H transformation, the paper presents a criterion to classify the image sources in the uniform-layer Green's function into the near field and far field, so as to apply different solution schemes to reduce the amount of M2L/F2H transformations and thus improve the solution efficiency. Numerical examples verify the accuracy and efficiency of the method, and also show its engineering potential in shallow sea acoustic analysis.

Key words: acoustic radiation; boundary element method (BEM); wide-band fast multipole algorithm; shallow water environment; chain of image sources

有限水深环境中结构声辐射的高效准确预测对于潜艇等设备在浅海区域的水下安全具有重要意义。针对该问题, 国内外学者已提出多种解析或近似解析的分析方法^[1]。然而, 这类方法通常只适用于形状规则的简单模型, 而对于复杂的实

际工程问题, 多数情况下还需借助于有限元和边界元等数值分析方法^[2-3]。

边界元法 (boundary element method, BEM) 相较于有限元法, 具有降维、精度高等优势, 特别是能够自动满足无限远处的声辐射条件, 令其更

收稿日期: 2022-04-12; 修回日期: 2022-06-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11872168)

作者简介: 徐稳稳 (1998—), 男, 安徽六安人, 合肥工业大学硕士生;

郑昌军 (1983—), 男, 安徽合肥人, 博士, 合肥工业大学教授, 硕士生导师, 通信作者, E-mail: cjzheng@hfut.edu.cn.

适合处理无限域或半无限域中的声传播问题。然而,传统 BEM 法的线性系统方程具有非对称稠密的系数矩阵,直接求解需要耗费大量的计算资源。为此,近 30 年来以快速多极算法^[4]和自适应交叉近似^[5]等为代表的多种加速算法相继被提出,使得边界元法在大规模实际工程问题中的应用成为了可能。相较而言,快速多极算法通常具有更高的求解效率和更低的内存占有量^[6],因此基于快速多极算法形成的快速多极边界元法(fast multipole BEM)目前已被广泛应用于自由声场的仿真分析^[7-8]。

对于户外声传播等半自由声场,文献[9]通过推导展开系数的镜像关系,避免了镜像场的多极和局部展开系数的计算、存储和平移,只需对自由场方法中 M2L/F2H 过程进行修正即可实现半自由场的快速求解;文献[10]进一步将该方法推广到考虑地面吸声效应的半自由声场的快速仿真分析中。

对于本文所关注的有限水深环境中的结构声辐射预测,利用文献[9]中给出的镜像关系可以得到均匀层波导格林函数的多极展开,进而构建出相应的快速多极 BEM 法。然而,直接应用该思路会造成计算量随着虚源级数的增加而迅速地增加,这是由于从树结构的第 2 层到最底层,虚源相较于实源会带来更多的 M2L/F2H 变换。根据文献[11]可知,M2L/F2H 变换过程是快速多极 BEM 法每个迭代求解步中最耗时的一个步骤。为解决此问题,本文通过建立判定准则将均匀层波导格林函数中的多阶虚源分为近场和远场,针对近场和远场虚源分别设计不同的求解方案,从而减少 M2L/F2H 的变换次数,提高求解效率。数值算例验证了本文所构建的快速方法的准确性和高效性,并展现了该方法在大规模浅海辐射声场分析中的工程潜力。

1 有限水深环境中的边界积分方程

本文考虑的均匀理想有限水深环境如图 1 所示,水深设为 h ,将水底简化为与水面平行的平整边界。

结构 B 振动引起的小振幅声波所形成的时谐声场满足如下的 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 p(P) + k^2 p(P) = 0, \quad P \in \Omega \quad (1)$$

其中: ∇^2 为 Laplace 算子; $p(P)$ 为点 P 处的声压; $k=\omega/C$ 为波数, ω 为声波的圆频率, C 为声波在介质中的传播速度。

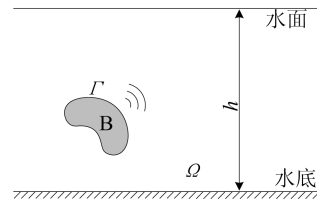


图 1 有限水深环境模型

辐射声场在结构表面 Γ 上满足的边界条件为:

$$q(\mathbf{r}_P) = \frac{\partial p(\mathbf{r}_P)}{\partial \mathbf{n}_P} = i\alpha\omega\bar{v}_n(\mathbf{r}_P), \quad P \in \Gamma \quad (2)$$

其中: \mathbf{r}_P 和 \mathbf{n}_P 分别为 Γ 上点 P 处的位置矢量和外法向量; ρ 为介质密度; \bar{v}_n 为 Γ 上已知的法向振速。

利用格林等式,式(1)可转换成 Helmholtz 边界积分方程,但直接利用该方程求解有限水深环境中的结构声辐射时会在某些频率附近出现非唯一解^[12]。为避免该问题,本文选用理论上更严密有效的 Burton-Miller (BM) 方程^[13],具体形式为:

$$\begin{aligned} & c(\mathbf{r}_P)p(\mathbf{r}_P) + \alpha c(\mathbf{r}_P)q(\mathbf{r}_P) + \\ & \int_{\Gamma} \frac{\partial G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q)}{\partial \mathbf{n}_Q} p(\mathbf{r}_Q) d\Gamma + \\ & \alpha \int_{\Gamma} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q)}{\partial \mathbf{n}_P \partial \mathbf{n}_Q} p(\mathbf{r}_Q) d\Gamma = \\ & \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q) q(\mathbf{r}_Q) d\Gamma + \\ & \alpha \int_{\Gamma} \frac{\partial G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q)}{\partial \mathbf{n}_P} q(\mathbf{r}_Q) d\Gamma \quad (3) \end{aligned}$$

其中: $c(\mathbf{r}_P)$ 为自由项系数,当点 P 位于光滑边界 Γ 上时 $c(\mathbf{r}_P)=1/2$,当 $P \in \Omega$ 时 $c(\mathbf{r}_P)=1$; $G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q)$ 为格林函数; α 为 BM 叠加系数,其虚部应不为 0。

当 $P \in \Gamma$ 时,对于本文采用的时间因子 $\exp(-i\omega t)$, α 的最优取值为 $-i/k$ ^[14];当 $P \in \Omega$ 时,即已知所有边界量计算域内测点的声压值时, α 取 0,式(3)退化为 Helmholtz 边界积分方程。

将图 1 简化为一种均匀层波导,示意图如图 2 所示。声源 Q_0 和目标测点 P 与水底的垂直距离分别为 z_Q 和 z_P ,两者之间的水平距离为 r 。

结构的辐射声波不仅会直接传播到目标测点,还会在经过水底和水面多次反射后再传播到目标测点,因此采用图 2 所示的虚源链法^[15]可以得到对应的格林函数为:

$$G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q) = \sum_{s=0}^{\infty} (V_1 V_2)^s [g(k, R_{s1}) +$$

$$V_1 g(k, R_{s_2}) + V_2 g(k, R_{s_3}) + V_1 V_2 g(k, R_{s_4}) \quad (4)$$

其中: V_1 、 V_2 分别为水底和水面反射系数; s 为虚源阶数, 每阶含 4 个虚源(零阶含实源)。

由于 s 越大, 虚源离测点越远, 对测点声场的影响也就越小, 一般取 s 为第 5~第 10 阶^[16]; $g(k, R) = \exp(ikR)/(4\pi R)$, R_{s_1} 、 R_{s_2} 、 R_{s_3} 、 R_{s_4} 为第 s 阶 4 个虚源到测点的欧氏距离, 具体如下:

$$\begin{aligned} R_{s_1} &= \sqrt{r^2 + (2sh + z_Q - z_P)^2}, \\ R_{s_2} &= \sqrt{r^2 + (2sh + z_Q + z_P)^2}, \\ R_{s_3} &= \sqrt{r^2 + [2(s+1)h - z_Q - z_P]^2}, \\ R_{s_4} &= \sqrt{r^2 + [2(s+1)h - z_Q + z_P]^2} \end{aligned} \quad (5)$$

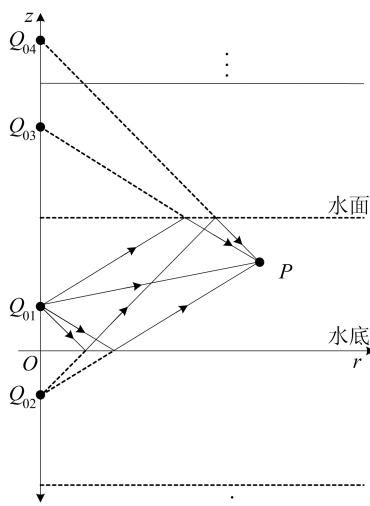


图 2 有限水深中点源声场示意图

2 有限水深环境中的快速多极 BEM 法

式(3)经过离散和组装后形成的系统方程具有非对称稠密系数阵, 直接求解需耗费大量计算资源, 这也是传统 BEM 法无法求解大规模较高频声学问题的原因所在。采用快速多极算法加速系数阵与向量的乘积运算, 并结合 GMRES 等迭代算法可大幅提升求解效率, 目前已在自由声场分析中获得了广泛应用^[7-8]。

本文针对有限水深环境中结构声辐射的快速预测, 构建相应的快速多极 BEM 法, 并对多阶虚源引起的计算效率下降问题提出相应的解决策略。

2.1 均匀层波导格林函数的低频多极展开

式(4)中的 $g(k, R)$ 为自由场格林函数, 根据文献^[9], 其低频多极展开式为:

$$g(k, R) = i \frac{k}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [(2n+1) \times \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{OQ}) O_n^m(k, \overrightarrow{OP})] \quad (6)$$

其中: $R = |\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_Q|$; O 为靠近点 Q 的展开点, 需满足 $|\overrightarrow{OP}| > |\overrightarrow{OQ}|$; \bar{I}_n^m 为 I_n^m 的复共轭。函数 I_n^m 和 O_n^m 的形式如下:

$$I_n^m(k, \mathbf{a}) = j_n(kr) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (7)$$

$$O_n^m(k, \mathbf{a}) = h_n^{(1)}(kr) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (8)$$

其中: (r, θ, ϕ) 为向量 \mathbf{a} 的球坐标; j_n 和 $h_n^{(1)}$ 分别为 n 阶球贝塞尔函数和球汉克尔函数; Y_n^m 为球谐函数。

将式(6)代入式(4)可以得到:

$$\begin{aligned} G(P, Q) &= i \frac{k}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ (2n+1) \sum_{s=0}^{\infty} (V_1 V_2)^s \times \right. \\ &\left[\bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s1}Q_{s1}}) O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s1}P}) + V_1 \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s2}Q_{s2}}) \times \right. \\ &\left. O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s2}P}) + V_2 \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s3}Q_{s3}}) O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s3}P}) \right. \\ &\left. + V_1 V_2 \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s4}Q_{s4}}) O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s4}P}) \right] \left. \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

其中: Q_{s1} 、 Q_{s2} 、 Q_{s3} 、 Q_{s4} 为 s 阶虚源所在位置(当 $s=0$, $Q_{s1}=Q_{01}$ 为实源的位置)。

均匀层波导多极展开示意图如图 3 所示。从图 3 可以看出展开点 O_{s1} 、 O_{s2} 、 O_{s3} 、 O_{s4} 的位置。

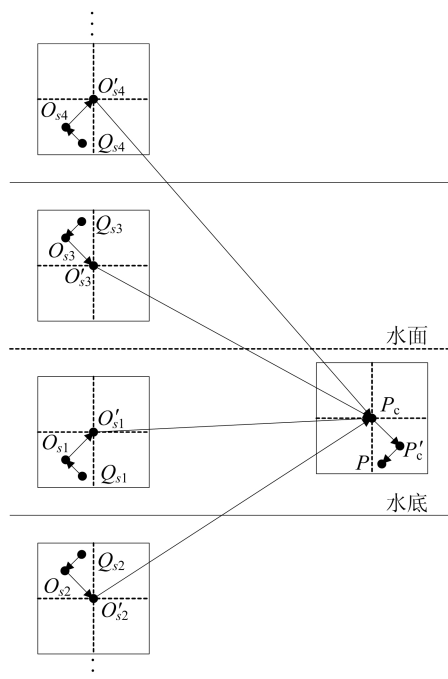


图 3 均匀层波导多极展开示意图

\bar{I}_n^m 有如下镜像关系^[9]:

$$\bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s1}Q_{s1}}) = \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s4}Q_{s4}}) = \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{OQ}) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s2}Q_{s2}}) &= \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{O_{s3}Q_{s3}}) = \\ &(-1)^{n+m} \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{OQ}) \end{aligned} \quad (11)$$

将式(10)、式(11)代入式(9),可以得到均匀层波导格林函数的低频多极展开式为:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_Q) &= i \frac{k}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (2n+1) \bar{I}_n^m(k, \overrightarrow{OQ}) \times \\ &\sum_{s=0}^{\infty} (V_1, V_2)^s \{ O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s1}P}) + V_1 V_2 O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s4}P}) + \\ &(-1)^{n+m} [V_1 O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s2}P}) + V_2 O_n^m(k, \overrightarrow{O_{s3}P})] \} \end{aligned} \quad (12)$$

将式(12)代入边界积分,可以推导出均匀层波导中的低频多极展开系数及其 M2M(低频多极展开平移)、M2L(低频多极展开到局部展开的变换)和 L2L(低频局部展开平移)关系式。

从图 3 可以看出,虚源与实源共用 L2L 过程;M2M 过程虽然关于水底或水面镜像对称,但利用式(10)和式(11)可以得到多极展开系数的镜像关系,避免了镜像多极展开系数的计算及其平移。因此,对于均匀层中的声传播计算,仅需将自由场快速多极 BEM 法的 M2L 变换替换为:

$$\begin{aligned} L_n^m(k, P_c) &= \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} \sum_{l \in L} (2n'+1) (-1)^{m+m'} \times \\ &W_{n,n',m,m',l} \sum_{s=0}^{\infty} (V_1 V_2)^s \{ O_l^{n'+m'}(k, \overrightarrow{O_{s1}P_c}) + \\ &V_1 V_2 O_l^{n'+m'}(k, \overrightarrow{O_{s4}P_c}) + (-1)^{n'+m'} \times \\ &[V_1 O_l^{n'+m'}(k, \overrightarrow{O_{s2}P_c}) + V_2 O_l^{n'+m'}(k, \overrightarrow{O_{s3}P_c})] \} \times \\ &M_n^{m'}(k, O') \end{aligned} \quad (13)$$

其中 L 和 W 被定义为:

$$\begin{aligned} L(n, n', m, m') &= \{ l \mid l \in \mathbf{Z}, n+n'-l: \text{even}, \\ &\max\{|m+m'|, |n-n'|\} \leq l \leq n+n' \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} W_{n,n',m,m',l} &= (2l+1) i^{n'-n+1} \times \\ &\begin{pmatrix} n & n' & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & n' & l \\ m & m' & -m-m' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 表示 Wigner 3j 符号^[17]。

2.2 均匀层波导格林函数的高频多极展开

根据文献[9],式(4)中 $g(k, R)$ 的高频多极展开式为:

$$\begin{aligned} g(k, R) &= i \frac{k}{16\pi^2} \int_{S^0} \exp(ik\hat{\mathbf{k}} \cdot \overrightarrow{P_cP}) \times \\ &T(k, \hat{\mathbf{k}}, \overrightarrow{OP_c}) \exp(ik\hat{\mathbf{k}} \cdot \overrightarrow{OQ}) dS \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $\int_{S^0} \cdot dS$ 为单位球面 S^0 上的积分; $\hat{\mathbf{k}}$ 为球面 S^0 上的单位外法向量; T 为变换函数。 T 的表达式为:

$$\begin{aligned} T(k, \hat{\mathbf{k}}, \mathbf{a}) &= \sum_{n=0}^p i^n (2n+1) h_n^{(1)}(k|\mathbf{a}|) \times \\ &P_n(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{a}}) \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $|\mathbf{a}|$ 和 $\hat{\mathbf{a}}$ 为向量 \mathbf{a} 的模及其方向上的单位向量; $P_n(\cdot)$ 为勒让德多项式; p 为截断项数。 p 采用如下经验公式^[18] 计算得到:

$$p = kd^l + \text{clg}(kd^l + \pi) \quad (18)$$

其中: d^l 为树结构第 l 层格子的特征尺寸; c 为精度参数, $c=5$ 时为单精度, $c=10$ 时为双精度。

与低频快速多极 BEM 类似,经过推导可得均匀层波导中高频快速多极 BEM 的 F2H(高频多极展开到局部展开的变换)关系式为:

$$\begin{aligned} H(k, \hat{\mathbf{k}}, P_c) &= \sum_{s=0}^{\infty} (V_1 V_2)^s [T(k, \hat{\mathbf{k}}, \overrightarrow{O_{s1}P_c}) \times \\ &F(k, \hat{\mathbf{k}}, O_{s1}') + V_1 T(k, \hat{\mathbf{k}}, \overrightarrow{O_{s2}P_c}) F(k, \hat{\mathbf{k}}, O_{s2}') + \\ &V_2 T(k, \hat{\mathbf{k}}, \overrightarrow{O_{s3}P_c}) F(k, \hat{\mathbf{k}}, O_{s3}') + \\ &V_1 V_2 T(k, \hat{\mathbf{k}}, \overrightarrow{O_{s4}P_c}) F(k, \hat{\mathbf{k}}, O_{s4}')] \end{aligned} \quad (19)$$

其中, F, H 分别为高频多极展开和局部展开系数。 F 具有如下的镜像关系^[9]:

$$\begin{aligned} F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O_{s1}') &= \\ F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O_{s4}') &= F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O') \\ F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O_{s2}') &= \\ F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O_{s3}') &= F(k, \hat{\mathbf{k}}(\pi - \theta, \phi), O') \end{aligned} \quad (20)$$

将式(20)和式(21)代入式(19)可以得到均匀层波导中高频快速多极 BEM 的 F2H 变换式为:

$$\begin{aligned} H(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), P_c) &= \\ &\sum_{s=0}^{\infty} (V_1 V_2)^s \{ [T(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), \overrightarrow{O_{s1}P_c}) + \\ &V_1 V_2 T(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), \overrightarrow{O_{s4}P_c})] F(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), O') + \\ &[V_1 T(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), \overrightarrow{O_{s2}P_c}) + \\ &V_2 T(k, \hat{\mathbf{k}}(\theta, \phi), \overrightarrow{O_{s3}P_c})] F(k, \hat{\mathbf{k}}(\pi - \theta, \phi), O') \} \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)可知,与自由场中的高频快速多极 BEM 相比,均匀层波导中的高频快速多极 BEM 仅需对 F2H 进行修正以计入水面和水底的影响。

2.3 均匀层波导中的宽频快速多极算法

上文分别介绍了低频和高频快速多极展开式,两种展开式形成的快速多极 BEM 法有各自的适用范围。若用低频方法计算高频问题,计算效率会随着频率的升高而迅速降低;若用高频方法计算低频问题可能会出现不稳定的计算结果,因此需将两种方法结合起来形成宽频快速多极 BEM。

基于上文介绍的展开式并参考半自由场宽频快速多极 BEM 算法^[9-10],可以较容易地构建均匀

层波导中的常规宽频快速多极 BEM 算法。然而在其树结构中,任一格子 C 的交互格子最多有 189 个,若有 $(N-1)$ 个虚源,则由实源和虚源形成的格子 C 的交互格子最多有 $189N$ 个,因此随着虚源级数的增加,该思路的计算过程中存在大量的 M2L/F2H 变换。因为 M2L/F2H 变换是快速多极 BEM 每个迭代求解步中最耗时的一个步骤,所以减少均匀层波导中的快速多极 BEM 算法的 M2L/F2H 变换次数即可有效地提高计算效率。为此,本文构造了均匀层波导中的改进宽频快速多极 BEM 算法,该算法实现流程如图 4 所示。

在改进算法中,首先建立近场虚源和远场虚源的判定准则,规定在树结构第 2 层中,若虚源格子与所有实源格子之间的距离大于第 2 层格子的特征尺寸,则为远场虚源,否则为近场虚源。在快速多极算法的上行过程中,计算树结构中所有格子的多极展开系数,不同于自由场快速多极算法

传递到第 2 层,此处传递到第 0 层。在快速多极算法的下行过程中,计算树结构中所有格子的局部展开系数,对于实源和近场虚源,从树结构第 2 层开始进行 M2L/F2H 和 L2L/H2H 计算,并遍历至树结构的最底层,该部分与自由场快速多极算法类似;而对于远场虚源,则从树结构第 0 层开始进行 M2L/F2H 变换,然后从第 1 层遍历到最底层进行 L2L/H2H 变换,从而得到虚源对局部展开系数的影响。

由图 4 可知,在改进后的均匀层波导快速多极 BEM 中,每一个远场虚源只进行了一次 M2L/F2H 变换,假设远场虚源数为 $n(n \leq N-1)$,因此任一格子的 M2L/F2H 变换最多只有 $189N-188n$ 次,当结构与水面和水底的距离较远使得较多虚源满足远场条件时,M2L/F2H 变换次数较之前的 $189N$ 会有很大程度的降低,从而可以显著提升计算效率。

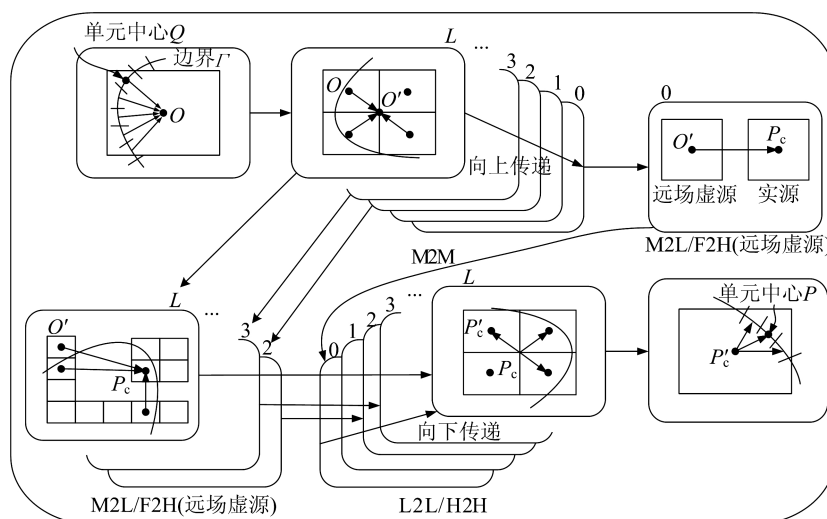


图 4 改进的均匀层波导快速多极 BEM 算法实现流程

3 数值算例

首先使用脉动球算例来验证本文所构建的均匀层波导快速多极 BEM 法的准确性和高效性;然后对水下潜艇模型的声辐射问题进行分析,进一步验证该方法的工程应用潜力。

算例中采用常量三角形单元对结构进行离散化,声介质为水,密度 $\rho=1\ 000\ \text{kg/m}^3$,声速 $C=1\ 500\ \text{m/s}$ 。在宽频快速多极算法中,每个叶子包含的最大单元数为 100,GMRES 算法收敛残差(相对误差)设为 10^{-3} ,重启次数设为 300,最大迭代次数设为 900。以下计算均在 PC 机上完成,计算程序采用 FORTRAN 90 编写,计算机的主要

配置为 AMD Ryzen 5 3600X,3.79 GHz CPU 和 32 GiB 内存。

3.1 均匀层波导中脉动球辐射声场分析

脉动球在均匀层波导中的位置示意图如图 5 所示。

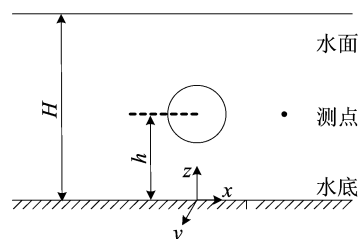


图 5 均匀层波导中脉动球示意图

水底设为平整硬声场边界(即反射系数 $V_1 = 1$),水面设为平整软声场边界(即反射系数 $V_2 = -1$),水深 $H = 85 \text{ m}$,半径 $r_0 = 1 \text{ m}$ 的球体放置于距离水底 $h = 25 \text{ m}$ 处,球的表面法向振速 $v_n = 1.0 \text{ m/s}$,测点坐标为 $(6 \text{ m}, 0 \text{ m}, 25 \text{ m})$ 。此时,根据叠加原理可得均匀层波导中的声压^[19]分布为:

$$p = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{i\rho\omega r_0^2 v_n}{1 - ikr_0} \left[\frac{e^{ik(R_{s1}-r_0)}}{R_{s1}} + \frac{e^{ik(R_{s2}-r_0)}}{R_{s2}} - \frac{e^{ik(R_{s3}-r_0)}}{R_{s3}} - \frac{e^{ik(R_{s4}-r_0)}}{R_{s4}} \right] \quad (23)$$

式(23)因未考虑界面反射波在球面的散射,故为近似解析解(下文简称近似解)。

10~500 Hz 时传统 BEM、常规快速多极 BEM 和改进快速多极 BEM 方法计算的声压级与近似解对比结果如图 6 所示,3 种方法均采用 6 116 个常量三角形单元对脉动球表面进行离散。

从图 6 可以看出:当频率较低时,3 种方法的计算结果与近似解吻合得较好;当频率较高时,因为波长变小,导致固定网格离散情况下计算精度下降,同时也使界面反射波在球面散射的影响越来越明显,所以与近似解之间存在些许误差。

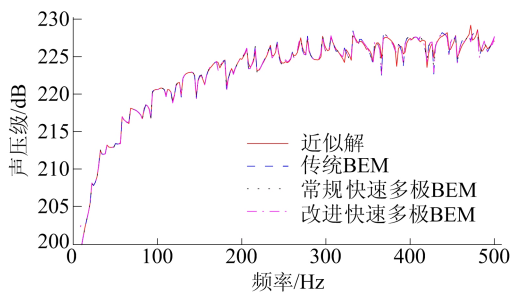


图 6 不同频率下的声压级比较

传统 BEM、常规快速多极 BEM 和改进快速多极 BEM 方法在 50 Hz 频率下不同单元数的计算精度如图 7 所示。从图 7 可以看出,随着单元数的增加,三者与近似解吻合得非常好,且相对误差随单元数的增加逐步降低。

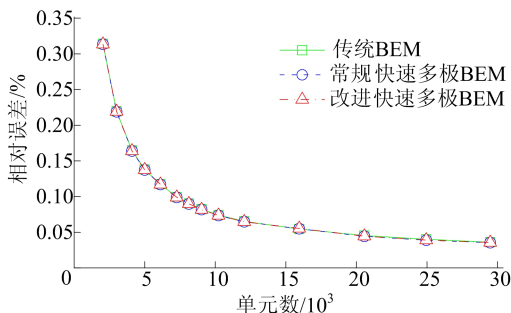


图 7 计算结果的相对误差比较

传统 BEM、常规快速多极 BEM 和改进快速多极 BEM 方法计算时间的比较如图 8 所示。

从图 8 可以看出:常规快速多极 BEM 方法大幅提高了 BEM 方法的求解效率,而改进快速多极 BEM 方法相较于前者在计算效率上又有了进一步的提升;当单元数达到 29 486 时,传统 BEM 由于受到计算机储存量的限制已难以完成计算,常规快速多极 BEM 方法用时 867.5 s,而改进快速多极 BEM 方法计算用时仅 141.9 s。

由此可见,本文所构造的宽频快速多极 BEM 方法,在保证计算精度的同时,能够大幅提升计算效率。

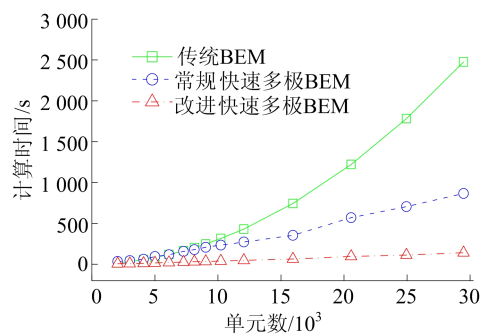


图 8 计算时间比较

200 Hz 和 500 Hz 频率下均匀层波导、半自由场(地面反射系数为 1)和自由场中脉动球附近声压级分布云图如图 9 所示。

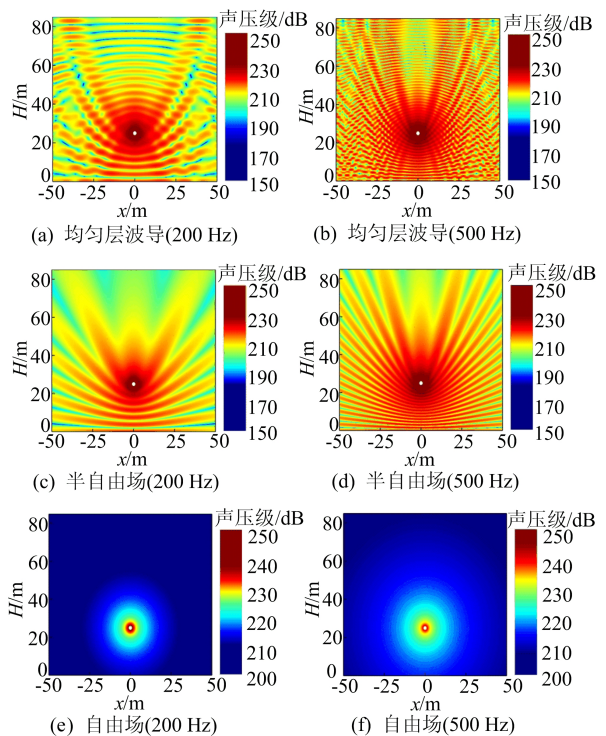


图 9 脉动球附近声压级分布

从图 9 可以看出,不同于自由场和半自由场,由于受水底和水面影响,均匀层波导中声辐射空间的声场能量分布不均匀,且频率越高,声场中明暗条纹越密集。因此,对于浅水域的声场分析考虑水底和水面的影响是有必要的。

3.2 BeTSSi 潜艇模型分析

采用文献[20]给出的 BeTSSi-Sub 潜艇模型分析由于潜艇尾部推进器的振动而产生的外辐射声场。假设水深为 85 m,潜艇位于海底上方 25 m 处,推进器表面的法向振速为 1 m/s,潜艇外壁均为刚性。利用 30 202 个常量三角形单元离散潜艇表面,潜艇周围分布 17 193 个测点,采用本文方法分析 200 Hz 时声场的声压级分布情况,结果如图 10 所示。

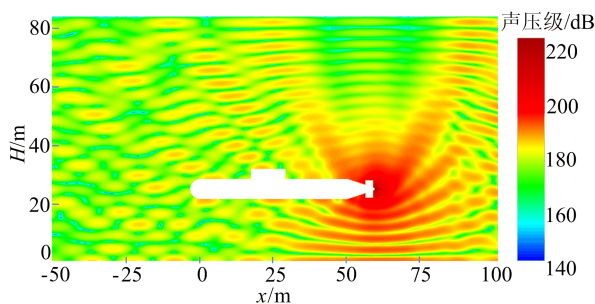


图 10 潜艇附近声压级分布

若采用 COMSOL 计算本算例,由于其使用的是有限元法,在计算外域辐射声场时,需要使用完全匹配层(perfectly matched layer, PML)对计算域进行截断,再对截断后的声学域划分网格。然而,PML 层的厚度、大小等参数以及有限元声学域的大小对计算结果都有影响,而且目前对于 PML 层参数的选取尚无统一标准。对于本算例,当声学域较大或计算频率较高时,采用与 BEM 法相同的单元尺寸,COMSOL 划分的有限元单元数比 BEM 法高出 2 个量级,导致计算效率很低,且内存占用率高,因此难以完成计算。这一结果体现出本文方法在浅海环境大规模声学问题求解中的潜力。

4 结 论

为了更高效准确地分析有限水深环境中大规模结构的辐射声场,本文构建了一种快速多极 BEM 法。该方法采用宽频快速多极算法对计算过程进行加速处理,针对快速多极算法中最为耗时的 M2L/F2H 变换过程,本文通过建立判定准则将均匀层波导格林函数中的多阶虚源分为近场

虚源和远场虚源,分别设计不同求解方案,从而极大减少了 M2L/F2H 的变换次数,显著提高了求解效率。通过脉动球算例验证了本文方法的准确性和高效性,与自由场和半自由场中脉动球附近声场的对比发现,水底和水面对声波的传播有很大的影响,因此对于浅水域的声场分析考虑水底和水面的影响是有必要的。最后,通过 BeTSSi-Sub 潜艇算例体现了本文方法在实际浅海声学问题求解中的工程潜力。

[参 考 文 献]

- [1] ETTER P C. Underwater acoustic modeling and simulation [M]. 5th ed. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [2] 徐张明,汪玉,华宏星,等. 船舶结构的建模及水下振动和辐射噪声的 FEM/BEM 计算[J]. 船舶力学, 2002, 6(4): 89-95.
- [3] 李清,杨德庆,郁扬. 舰船低频水下辐射噪声的声固耦合数值计算方法[J]. 振动与冲击, 2018, 37(3): 174-179.
- [4] GREENGARD L, ROKHLIN V. A fast algorithm for particle simulations[J]. Journal of Computational Physics, 1987, 73(2): 325-348.
- [5] BEBENDORF M. Approximation of boundary element matrices[J]. Numerische Mathematik, 2000, 86(4): 565-589.
- [6] LIU Y. On the BEM for acoustic wave problems[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019, 107: 53-62.
- [7] FISCHER M, GAUGER U, GAUL L. A multipole Galerkin boundary element method for acoustics[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2004, 28(2): 155-162.
- [8] SHEN L, LIU Y J. An adaptive fast multipole boundary element method for three-dimensional acoustic wave problems based on the Burton-Miller formulation[J]. Computational Mechanics, 2007, 40(3): 461-472.
- [9] ZHENG C J, CHEN H B, CHEN L L. A wideband fast multipole boundary element method for half-space/plane-symmetric acoustic wave problems[J]. Acta Mechanica Sinica, 2013, 29(2): 219-232.
- [10] ZHENG C J, LIU W Y, ZHANG Y B, et al. Simulation of sound propagation over an infinite impedance plane by using a fast multipole BEM[J]. Journal of Theoretical and Computational Acoustics, 2020, 28(2): 2050020.
- [11] 林云. 并行多层快速多极子算法中若干关键技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2006.
- [12] SCHENCK H A. Improved integral formulation for acoustic radiation problems[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1968, 44(1): 41-58.
- [13] BURTON A J, MILLER G F. The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems[J]. Proceedings of the Royal Society of A (Mathematical and Physical Sciences), 1971, 323(1553): 201-210.

- [2] 丁育萱,邹进贵,朱晓康. 利用高分辨率 DSM 和 DOM 自动提取城市建筑物区域[J]. 测绘地理信息, 2021, 46(6): 86-89.
- [3] 魏征,杨必胜,李清泉. 车载激光扫描点云中建筑物边界的快速提取[J]. 遥感学报, 2012, 16(2): 286-296.
- [4] 杨乐. 高分辨率遥感影像解译方法与对比分析[J]. 经纬天地, 2021(5): 42-45.
- [5] 丁胜锋. 基于 SVM 的高光谱遥感影像集成分类方法研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2018.
- [6] 王立国,杨峰,石瑶,等. 基于 3D-CNN 的高光谱遥感图像分类算法[J]. 测绘通报, 2022, 39(1): 96-105.
- [7] 张华,郑祥成,郑南山,等. 基于 MAEU-CNN 的高分辨率遥感影像建筑物提取[J]. 地球信息科学学报, 2022, 24(6): 1189-1203.
- [8] 金澍,关沫,边玉婵,等. 基于改进 U-Net 网络的遥感影像建筑物提取方法[J]. 激光与光电子进展, 2023, 60(4): 59-65.
- [9] FATEMEH H, HOSSEIN K, BAGHER M, et al. Automatic microscopic diagnosis of diseases using an improved UNet++ architecture[J]. Tissue and Cell, 2022, 16(1): 145-152.
- [10] 吕少云,李佳田,阿晓蓉,等. Res_ASPP_UNet++: 结合分离卷积与空洞金字塔的遥感影像建筑物提取网络[J]. 遥感学报, 2023, 27(2): 502-519.
- [11] 黄聪,杨珺,刘毅,等. 基于改进 DeeplabV3+ 的遥感图像分割算法[J]. 电子测量技术, 2022(4): 21-24.
- [12] GLINKA S, OWERK T, TOMASZKIEWICZ K. Using open vector-based spatial data to create semantic datasets for building segmentation for raster data[J]. Remote Sensing, 2022, 14(12): 341-346.
- [13] 郭文,张莽. 基于注意力增强全卷积神经网络的高分卫星影像建筑物提取[J]. 国土资源遥感, 2021, 33(2): 100-107.
- [14] 陶超,谭毅华,蔡华杰,等. 面向对象的高分辨率遥感影像城区建筑物分级提取方法[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 39-45.
- [15] CAI W J, WANG Y F, MA J H, et al. CAN: effective cross features by global attention mechanism and neural network for ad click prediction[J]. Tsinghua Science and Technology, 2022, 27(1): 186-195.
- [16] CAO H, WANG Y, CHEN J, et al. Swin-unet: unet like puretransformer for medical image segmentation[C]//European Conference on Computer Vision. Cham: Springer, 2022: 205-218.
- [17] XU S, HE X P, CAO X L, et al. Damaged building detection with improved swin-unet model[J]. Wireless Communications and Mobile Computing, 2022, 34(3): 23-33.
- [18] GAO Z J, CHEN L. Research on semantic segmentation method of macular edema in retinal oct images based on improved swin-unet[J]. Electronics, 2022, 11(15): 31-34.

(责任编辑 吴亮)

(上接第 1570 页)

- [14] MARBURG S. The burton and miller method; unlocking another mystery of its coupling parameter[J]. Journal of Computational Acoustics, 2016, 24(1): 1550016.
- [15] 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波[M]. 2 版. 杨训川, 译. 北京: 科学出版社, 1985.
- [16] 李家亮,林建恒,郭圣明,等. 浅海波导界面对点源振速方向的影响[J]. 应用声学, 2015(3): 249-254.
- [17] MESSIAH A. Quantum mechanics [M]. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1962: 1054-1060.
- [18] COIFMAN R, ROKHLIN V, WANDZURA S. The fast multipole method for the wave equation; a pedestrian prescription[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1993, 35(3): 7-12.
- [19] 黎胜,赵德有. 半空间内结构声辐射研究[J]. 船舶力学, 2004, 8(1): 106-112.
- [20] NELL C W, GILROY L E. An improved BASIS model for the BeTSSi submarine; TR 2003-2009: 199 [R]. Canada-Atlantic; Defence Research and Development, 2003.

(责任编辑 胡亚敏)

· 信息与动态 ·**《合肥工业大学学报(自然科学版)》专栏征稿启事**

为了贯彻落实党的二十大精神,紧密围绕科教兴国战略、人才强国战略、创新驱动发展战略,《合肥工业大学学报(自然科学版)》设置“机器人与人工智能”“环境污染与防治”两个专栏,面向国内外专家学者征集“机器人与人工智能”“环境污染与防治”领域的原创性学术论文、专题综述;稿件一经录用将优先刊发。

来稿要求政治导向正确、论证充分、具有较强的引领性和创新性。格式要求参见《合肥工业大学学报(自然科学版)》网页投稿指南的征稿简则和投稿模板。

在线投稿网址: <http://xbzss.hfut.edu.cn/xbzk.html>。