

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.09.017

# 流体惯性效应和裂隙几何属性 对非达西系数的影响

汪慧香, 马雷, 邢坤, 张昊明

(合肥工业大学 资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:**文章采用数值模拟方法探究流体惯性效应和裂隙几何属性对非达西系数  $\beta$  的影响, 结果表明, 随着流体惯性效应(用非达西效应因子  $E$  量化)增加,  $\beta$  减小 1~2 个数量级。当  $0 < E \leq 0.5$  时,  $\beta$  量化模型( $\beta = Ae_n^{-2b}$ )的幂指数  $-2b$  和比例因子  $A$  受到流体惯性效应和裂隙几何属性的耦合影响, 即流体惯性效应增大会导致幂指数增大, 比例因子减小; 裂隙粗糙度增加会导致幂指数减小, 比例因子增大。当  $0.5 < E \leq 1.0$  时, 幂指数和比例因子的变化趋势更为复杂, 这是由于强惯性流的出现引起高异质性裂隙流场的结果。结合比例因子和幂指数的无量纲分析, 得到考虑裂隙几何属性和流体惯性效应耦合影响下的  $\beta$  量化模型。研究结果可为探究岩石裂隙中的非达西流提供参考。

**关键词:** Forchheimer 方程; 非达西系数; 流体惯性效应; 几何属性

**中图分类号:** P641.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2023)09-1263-08

## Influence of fluid inertia effect and fracture geometric properties on non-Darcy coefficient in rough-walled fractures

WANG Huixiang, MA Lei, XING Kun, ZHANG Haoming

(School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The influence of the fluid inertia effect on the non-Darcy coefficient ( $\beta$ ) was numerically investigated and the influence of fracture geometric properties was also combined to quantify  $\beta$ . Results showed that the  $\beta$  experienced a reduction of 1-2 orders of magnitude with the increasing fluid inertia effect (the effect was quantified by the non-Darcy effect factor  $E$ ). When  $0 < E \leq 0.5$ , the power exponent ( $-2b$ ) and scaling factor ( $A$ ) of the  $\beta$  quantitative model ( $\beta = Ae_n^{-2b}$ ) were affected by the coupling effect of the fluid inertia effect and fracture geometric properties. The increasing inertia effect of fluid flow could induce the increase of power exponent and the reduction of scaling factor. And the increase of fracture roughness led to the decrease of power exponent and the increase of scaling factor. When  $0.5 < E \leq 1.0$ , the varying trend of power exponent and scaling factor was complex, which might be due to the highly heterogeneous flow field induced by strong inertial flow. Moreover, combined with the dimensionless analysis of the scaling factor and power exponent, an empirical quantitative model of the  $\beta$  considering the coupling effect of the fracture geometric properties and fluid inertia effect was obtained. The results can provide reference for exploring non-Darcy flow in rock fractures.

**Key words:** Forchheimer equation; non-Darcy coefficient; fluid inertia effect; geometric property

收稿日期: 2022-04-29; 修回日期: 2022-05-13

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(41831289); 国家自然科学基金资助项目(42072276)

作者简介: 汪慧香(1997—), 女, 安徽宣城人, 合肥工业大学硕士生;

马雷(1985—), 男, 安徽灵璧人, 博士, 合肥工业大学副教授, 硕士生导师, 通信作者, E-mail: Lei8505@163.com.

裂隙介质中流体流动的非达西系数  $\beta$  的确定,对研究裂隙水污染运移、放射性废物地下储存和石油工程中的流体非达西流动具有重要意义<sup>[1-4]</sup>。对于流体在地质多孔介质中流动的  $\beta$  的影响因素和定量计算方法,相关研究成果较丰富<sup>[5-7]</sup>。文献[8]通过将介质和流体的性质与 Forchheimer 的系数联系起来,改进了用于描述多孔介质中非达西流动的 Forchheimer 方程,同时,首次将  $\beta$  作为湍流因子引入 Forchheimer 方程中。改进的 Forchheimer 方程为:

$$-\frac{dP}{dx} = -\rho g J = -(J_v + J_i) = -\left(\frac{\mu}{k}v + \beta\rho v^2\right) \quad (1)$$

其中: $P$  为压力; $x$  为流动路径的长度; $\rho$  为流体密度; $g$  为流体重力加速度; $J$  为总压降; $J_v$  为黏滞力导致的压降; $J_i$  为惯性力导致的压降; $a_1$  为黏性项系数; $b_1$  为惯性项系数; $v$  为流体平均速度; $\mu$  为流体的动态黏度; $k$  为介质的渗透率; $\beta$  为流体流动时所受到的惯性阻力,也称为非达西系数或 Forchheimer 系数。

然而,文献[4,9]已经证明裂隙中的非达西流是由足够大的流体惯性效应引起的。参数  $\beta$  被广泛接受为“非达西系数”或“惯性阻力系数”, $\beta$  作为直接决定 Forchheimer 方程中非线性系数大小的参数,对于量化和表征多孔介质中非达西流动具有重要意义。

基于实验室实验,文献[10-11]研究表明,多孔介质中的  $\beta$  仅取决于多孔介质的几何属性,与流体性质无关。文献[12]将多孔介质中  $\beta$  与渗透率之间的关系统一归纳为负幂律关系,即

$$\beta = Ak_0^{-b} \quad (2)$$

其中: $A$  为比例因子; $b$  为无量纲幂指数( $b > 0$ ); $k_0$  为仅取决于介质几何属性的固有渗透率。

相关研究表明,多孔介质中  $\beta$  的经验表达式通常与多孔介质的渗透率和孔隙度有关<sup>[13]</sup>。

近年来,含有  $k_0$  和  $\beta$  的改进的 Forchheimer 方程被广泛应用于单裂隙的研究中<sup>[14-15]</sup>。为得到裂隙介质中  $\beta$  的量化模型,需要研究  $\beta$  与裂隙几何属性之间的关系。文献[16]研究得到围压条件下  $\beta$  与水力开度  $e_h$  之间的负幂律关系;文献[6]研究单裂隙的几何属性对裂隙中非达西流动的影响,发现粗糙度对  $\beta$  有显著影响;文献[17]通过分析围压下不同裂隙的几何形状对  $\beta$  的影响,发现连通孔隙区域的不均匀分布对  $\beta$  会产生影

响;文献[18]研究表明, $e_h$  仅取决于单裂隙的几何特性,且与流体惯性效应无关;文献[5]通过使用表观渗透率  $k_a$  取代固有渗透率  $k_0$ ,将式(2)应用于单裂隙介质中。单裂隙的表观渗透率  $k_a$  计算公式为:

$$k_a = e_h^2/12 \quad (3)$$

$$e_h = [12\mu Q/(\nabla P\omega)]^{1/3} \quad (4)$$

其中: $Q$  为流量; $\omega$  为裂隙宽度。

上述研究结果表明,单裂隙的几何属性(如粗糙度、开度等)决定  $\beta$  的大小, $\beta$  与  $e_h$  之间的数值关系也表明其与单裂隙几何属性的联系密切。然而,需要注意的是,无论是在多孔介质还是裂隙介质中,已有研究结果大多是在忽略流体惯性效应条件下的相关实验或数值模拟结果。由于流体惯性效应对  $\beta$  的影响几乎可以被忽略, $\beta$  只表现出与裂隙几何属性密切相关的特性。一旦流体流动不再遵循达西定律,或者流体惯性效应不能被忽略, $\beta$  是否仍然仅取决于介质的几何性质,目前尚不清楚。

理论上,含有  $\beta$  的 Forchheimer 方程的二次项系数代表流体因惯性力而产生的能量耗散,因此流体惯性效应与  $\beta$  可能密切相关。关于流体惯性效应对  $\beta$  的影响,相关研究中有一些间接证据。文献[2]通过用砂和玻璃珠填充的柱实验发现, $\beta$  的变化可能与流体流态的转变相关;文献[19]认为  $\beta$  可能与流体性质有关;文献[20]通过数值模拟发现,单裂隙的  $k_a$  会随着雷诺数的增加,即流体惯性效应的增加而降低;文献[21]进一步证明粗糙单裂隙的  $k_a$  减小与足够大的流体惯性效应有关。由于  $k_a$  与  $\beta$  之间的密切关系,流体惯性效应对  $k_a$  的影响将进一步影响  $\beta$ 。

本文通过揭示流体惯性效应对粗糙单裂隙中  $\beta$  的影响,提出在考虑流体惯性效应条件下  $\beta$  的量化模型。

## 1 数值模拟方法

### 1.1 二维单裂隙物理模型的建立

本文采用数值模拟的方法来探究流体惯性效应对单裂隙  $\beta$  的影响。虽然三维数值模拟在维度上更接近于真实裂隙,但是三维数值模拟方法需要大量的计算机资源和计算时间<sup>[22-23]</sup>;相对于三维数值模拟,二维数值模拟虽然在维度上与真实裂隙维度有一定的差距,但大量研究表明,其结果也是可靠的<sup>[20]</sup>,并且所需的计算机资源和计算时间也大大缩短,因此本文采用二维数值模拟方法。

在 COMSOL Multiphysics 软件中建立二维粗糙单裂隙的物理模型,物理模型参考文献[24]。为了实现单裂隙的不同几何属性,通过插入多边形粗糙元(梯形、矩形和三角形)、复制变换和布尔分割获得粗糙的裂隙上壁面,将下壁面设置为光滑壁。文献[24]研究表明,在类似具有规则粗糙元的单裂隙数值模拟中,粗糙元的密度  $D$ (即两个粗糙元之间的间隔与粗糙元的凸起度  $\Delta$  之比)也会影响流体流动。为了消除  $D$  的影响,本文将具

有不同凸起度( $\Delta$  分别为 1.0、0.8、0.4 mm)的 3 种不同形状(矩形、梯形和三角形)的粗糙元密度设置为一个定值( $D=6$ )。为获得足够的数据量,通过设置单裂隙的水力开度( $e_h$ )、粗糙元的形状和  $\Delta$ ,共获得 45 条具有不同几何属性的二维粗糙单裂隙。

为了量化单裂隙的几何属性,使用文献[5]提出的裂隙几何属性量化方法。二维粗糙单裂隙几何属性取值见表 1 所列。

表 1 3 种形状粗糙元二维粗糙单裂隙几何属性取值

粗糙元	$\Delta/\text{mm}$	$b_{\text{max}}/\text{mm}$	$e_m/\text{mm}$	$R_p/\text{mm}$	$R_{SD}$	$R_{\text{rms}}$	$e_h/\text{mm}$
矩形粗糙元	1.0	1.2	0.700	1.0	0.628 4	0.450 0	0.615
		1.4	0.900	1.0	0.491 2	0.450 0	0.867
		1.6	1.100	1.0	0.403 2	0.450 0	1.044
		1.8	1.300	1.0	0.341 9	0.450 0	1.241
		2.0	1.500	1.0	0.296 8	0.450 0	1.448
	0.8	1.2	0.800	0.8	0.468 2	0.397 0	0.785
		1.4	1.000	0.8	0.378 8	0.397 0	0.958
		1.6	1.200	0.8	0.318 1	0.397 0	1.158
		1.8	1.400	0.8	0.274 2	0.397 0	1.343
		2.0	1.600	0.8	0.240 9	0.397 0	1.511
	0.4	1.2	1.000	0.4	0.194 3	0.199 0	0.986
		1.4	1.200	0.4	0.162 6	0.199 0	1.179
		1.6	1.400	0.4	0.139 7	0.199 0	1.369
		1.8	1.600	0.4	0.122 5	0.199 0	1.551
		2.0	1.800	0.4	0.109 1	0.199 0	1.731
梯形粗糙元	1.0	1.2	0.700	1.0	0.688 9	0.449 5	0.646
		1.4	0.900	1.0	0.488 8	0.449 5	0.865
		1.6	1.100	1.0	0.385 8	0.449 5	1.088
		1.8	1.300	1.0	0.341 0	0.449 5	1.286
		2.0	1.500	1.0	0.296 7	0.449 5	1.477
	0.8	1.2	0.800	0.8	0.437 3	0.357 2	0.790
		1.4	1.000	0.8	0.351 3	0.357 2	0.986
		1.6	1.200	0.8	0.293 4	0.357 2	1.186
		1.8	1.400	0.8	0.252 2	0.357 2	1.344
		2.0	1.600	0.8	0.221 0	0.357 2	1.579
	0.4	1.2	1.000	0.4	0.177 2	0.178 5	0.977
		1.4	1.200	0.4	0.147 8	0.178 5	1.173
		1.6	1.400	0.4	0.126 8	0.178 5	1.354
		1.8	1.600	0.4	0.111 0	0.178 5	1.525
		2.0	1.800	0.4	0.098 7	0.178 5	1.719
三角形粗糙元	1.0	1.2	1.033	1.0	0.277 0	0.288 0	0.619
		1.4	1.233	1.0	0.232 8	0.288 0	0.886
		1.6	1.433	1.0	0.200 1	0.288 0	1.121
		1.8	1.633	1.0	0.175 6	0.288 0	1.318
		2.0	1.833	1.0	0.156 5	0.288 0	1.488
	0.8	1.2	1.067	0.8	0.218 6	0.234 0	0.821
		1.4	1.267	0.8	0.183 9	0.234 0	1.044
		1.6	1.467	0.8	0.159 1	0.234 0	1.235
		1.8	1.667	0.8	0.139 9	0.234 0	1.403
		2.0	1.867	0.8	0.124 9	0.234 0	1.553
	0.4	1.2	1.133	0.4	0.100 2	0.114 0	1.020
		1.4	1.333	0.4	0.085 3	0.114 0	1.182
		1.6	1.533	0.4	0.074 3	0.114 0	1.335
		1.8	1.733	0.4	0.065 7	0.114 0	1.484
		2.0	1.933	0.4	0.058 9	0.114 0	1.629

表 1 中:  $e_m$  为机械开度;  $R_p$  为峰值粗糙度;  $R_{SD}$  为相对粗糙度, 用相对标准偏差 (relative standard deviation) 表示;  $R_{rms}$  为均方根粗糙度;  $b_{max}$  为最大开度。

## 1.2 裂隙流数值模拟

为符合裂隙流动的实际条件, 选择层流模型作为整个数值模拟的模型框架, 此模型将单裂隙中的流体设定为不可压缩牛顿流体, 由流体连续性方程和 Navier-Stokes 方程共同控制, 控制方程分别为:

$$\rho(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla P \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{u}$  为速度向量,  $\mathbf{u} = [u_x \quad u_y]$ ;  $\nabla$  为微分算子。

数值模拟中使用的材料(水, 默认为不可压缩的牛顿流体)需要在构建物理模型和选择流体模型后进行选择, 这将直接决定流体的密度和黏度等物理参数。

物理模型的最左端设置为流体入口, 最右端设置为流体出口。将物理模型的边界设置为不可渗透的边界, 不发生滑动。入口和出口的边界条件设定为压力。入口压力定义为参数  $P_{in}$ , 出口压力的大小定义为 0, 入口压力与出口压力之差即为压降(压降的大小直接决定着单裂隙中流体惯性效应的大小)。

COMSOL Multiphysics 软件的计算流体力学模块是基于有限元方法对 Navier-Stokes 方程进行求解的, 因此数值模型求解前需要对物理模型进行网格剖分。为保证数值模拟结果的准确性, 本研究均采用极细化网格剖分方法。

## 1.3 非达西效应量化方法

流体惯性效应是  $\beta$  的重要影响因子, 需要对其进行精确的量化。作为量化惯性效应的传统参数, 雷诺数( $Re$ )已被广泛用于多孔和裂隙介质的研究, 其计算公式为:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (7)$$

其中,  $d$  为裂隙的特征长度。

然而使用经典的雷诺数来量化单裂隙中的流体惯性效应存在以下问题: 式(7)没有考虑可能导致强惯性效应的因素, 如单裂隙的曲折程度和粗糙度;  $d$  的确定具有歧义, 文献[25-26]使用单裂隙的机械开度作为特征长度来计算雷诺数, 文献[4]使用水力开度。为解决特征长度的选择问题, 文献[27]定义一种新类型的雷诺数, 即 Forchhei-

mer 数( $F_o$ )来更准确地量化非达西效应大小,  $F_o$  计算公式为:

$$F_o = \frac{J_i}{J_v} = \frac{b_1 v^2}{a_1 v} \quad (8)$$

从式(8)可以看出,  $F_o$  为 Forchheimer 方程中惯性项和黏性项的比值, 在计算时不需要确定特征长度。对  $F_o$  进行归一化处理, 可得非达西效应因子  $E$ , 即

$$E = \frac{J_i}{J_v + J_i} = \frac{b_1 v^2}{a_1 v + b_1 v^2} = \frac{F_o}{1 + F_o} \quad (9)$$

$E$  可反映流体在流动过程中惯性力耗散导致的压降占总压降的比例。

当  $J_v > J_i$  时, 黏滞力引起的压降占主导地位, 流动为弱惯性流, 对应于  $0 < E \leq 0.5$ ; 当  $J_i > J_v$  时, 惯性效应引起的压降占主导地位, 流动为强惯性流, 对应于  $0.5 < E \leq 1.0$ 。

## 2 数值模拟结果与分析

### 2.1 流体惯性效应对 $\beta$ 的影响

作为 Forchheimer 方程惯性项系数的一个重要参数,  $\beta$  问题的探究必须基于非达西流。单裂隙中出现非达西流动的原因有很多, 如复杂的几何属性<sup>[4]</sup>、局部涡流的形成<sup>[21, 28]</sup>和足够大的接触面<sup>[29]</sup>, 其中普遍公认的是当流体惯性效应或流速足够大时, 非达西效应便会出现<sup>[9, 13]</sup>。本文通过增加单裂隙入口和出口之间的压力梯度( $P_{in}$ ), 来获得足够的流体惯性效应, 以实现单裂隙中的非达西流这一基本流态条件。以 5 个具有矩形粗糙元且  $\Delta = 1.0 \text{ mm}$  的单裂隙为例, 数值模拟结果如图 1 所示。从图 1 可以看出, 裂隙中的水流偏离达西定律, 但可以用非线性的 Forchheimer 方程很好地描述。

流体惯性效应对单裂隙  $k_a$  的影响如图 2 所示。从图 2 可以看出,  $k_a$  也随着雷诺数的增加而降低<sup>[28]</sup>。图 1、图 2 结果表明, 粗糙单裂隙中的流体流动出现显著的非达西效应, 即形成了非达西流。

基于 Forchheimer 方程可以得到不同单裂隙中不同惯性效应(用  $E$  量化)下的  $\beta$ 。单裂隙粗糙度和流体惯性效应对  $\beta$  的影响如图 3 所示。从图 3 可以看出, 单裂隙的  $\beta$  与相对粗糙度  $R_{SD}$  成正比, 与  $E$  的大小成反比。

传统上, 根据  $\beta$  的大小来判断流体非达西效应的强度<sup>[13]</sup>, 然而, 从图 3 可以看出, 对于具有恒定相对粗糙度的单裂隙,  $\beta$  会随着流体惯性效应增加而减小。根据式(9),  $E$  的大小由式(1)中的黏性项

系数  $a_1$  和惯性项系数  $b_1$  确定,然而,根据文献[30]中  $a_1$  与  $b_1$  之间的量化关系,变化的  $\beta$  也会引起  $a_1$

的变化,因此直接使用  $\beta$  的大小来判断非达西效应的程度并不准确。

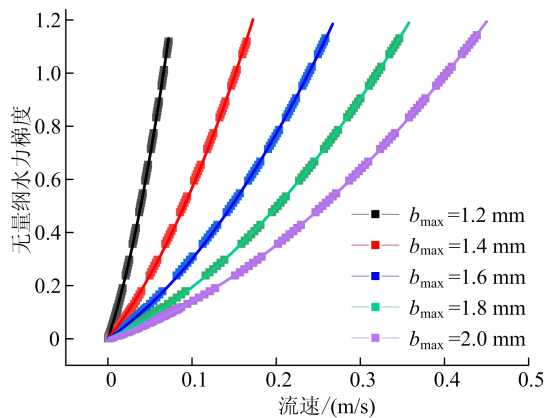


图 1 粗糙单裂隙中流体流动的流速-水力梯度曲线

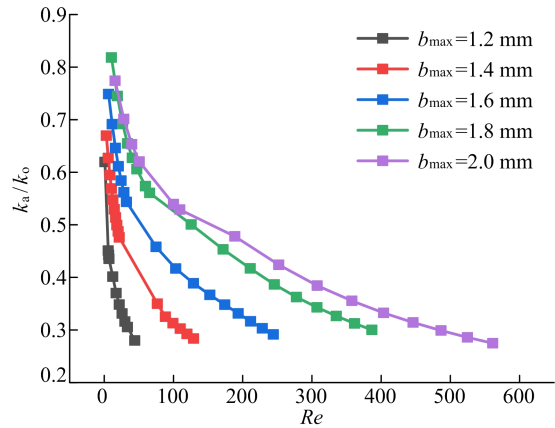
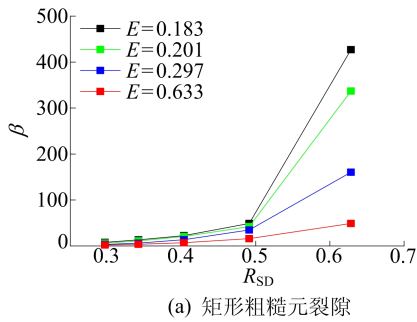
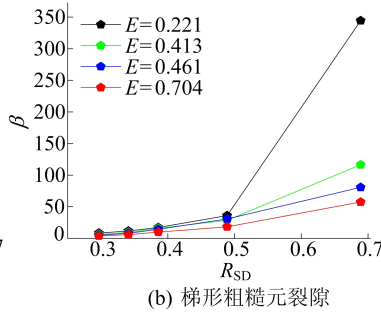


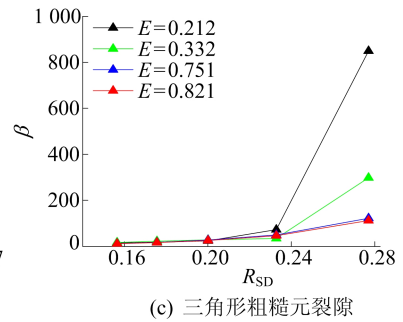
图 2 流体惯性效应对粗糙单裂隙渗透率的影响曲线



(a) 矩形粗糙元裂隙



(b) 梯形粗糙元裂隙



(c) 三角形粗糙元裂隙

图 3 单裂隙粗糙度和流体惯性效应对  $\beta$  的影响

## 2.2 流体惯性效应影响下 $\beta$ 的量化

为了量化单裂隙中的  $\beta$ ,将  $\beta$  与多孔介质中渗透率  $k$  之间的关系扩展到裂隙介质中<sup>[5,12]</sup>,即将式(3)带入式(2)中,可得:

$$\beta = Ae_h^{-2b} = 12^b C e_h^{-2b} \quad (10)$$

其中,  $C$  为标度参数。

根据式(10),除  $e_h$  外,  $\beta$  的大小由比例因子  $A$  和幂指数  $-2b$  决定。因此,研究流体惯性效应影响下  $\beta$  量化模型的关键,在于如何量化惯性效应对上述 2 个参数的影响。粗糙度作为单裂隙最重要的几何属性之一,其大小会直接影响流体流动中的非达西效应<sup>[31-33]</sup>,这也表明流体惯性效应与裂隙粗糙度对  $\beta$  的影响是相互耦合的,下面分析这些复杂的耦合效应。流体惯性效应(用  $E$  量化)对幂指数  $-2b$ 、比例因子  $A$  及参数  $m$  的影响如图 4 所示。图 4 中,  $m$  为取决于单裂隙几何属性的参数。

1) 幂指数( $-2b$ )的量化分析。从图 4a 可以看出:在弱惯性流下,幂指数  $-2b$  随着  $E$  增加而

增加;在强惯性流下,幂指数  $-2b$  没有规律性的变化趋势,此现象也表明,当流体的惯性力占主导地位时,流体的流动状态会变得更加复杂;在弱惯性流下,具有相同  $\Delta$ 、不同形状粗糙元的单裂隙,其幂指数增长率(斜率)相似,幂指数  $-2b$  与  $E$  之间正比例关系的斜率随着粗糙元  $\Delta$  (或相对粗糙度)的增加而增加,这也验证了粗糙度和非达西效应之间的正相关性<sup>[34]</sup>。根据粗糙度和流体惯性效应对幂指数  $-2b$  的影响进行无量纲分析,得到单裂隙粗糙度  $R_{ms}$  和  $E$  耦合影响下的幂指数量化模型为:

$$-2b = 28.74R_{ms}(E - 0.637) \quad (11)$$

$A$  为确定  $\beta$  大小的因素之一,如果将  $A$  假定为常数,那么幂指数  $-2b$  增加将导致  $\beta$  增加,这标志着非达西效应和  $\beta$  之间的正相关关系。

由图 4b 可知,即使在同一个裂隙中,  $A$  也会随着非达西效应的不同程度而变化。因此,需要通过进一步确定  $A$  的变化趋势来解释 2.1 节中发现的  $\beta$  与流体惯性效应之间的负相关关系。

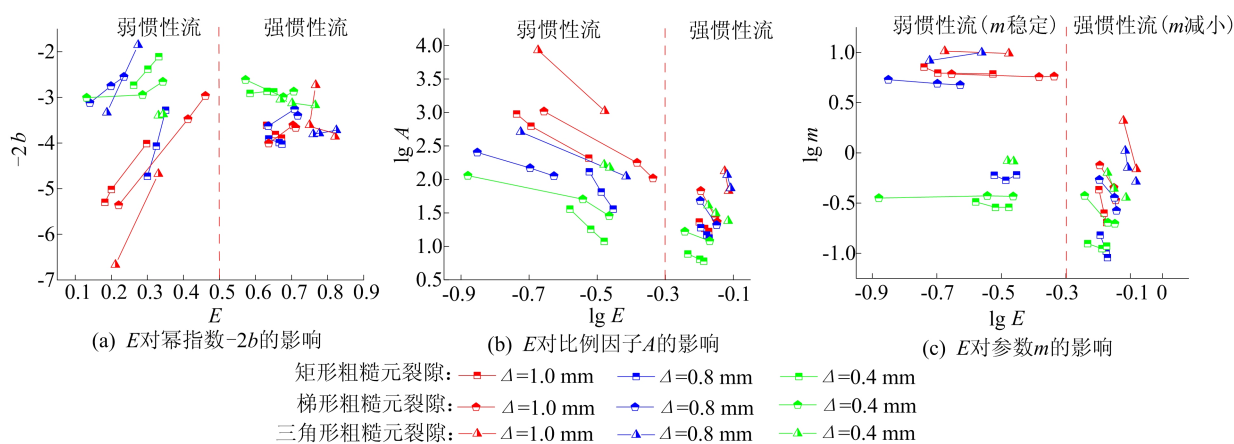


图 4 流体惯性效应对幂指数  $-2b$ 、比例因子  $A$  及参数  $m$  的影响

2) 比例因子  $A$  的量化分析。无论是强惯性流还是弱惯性流,图 4b 结果与文献[7,24-25]的数据类似,即都表明  $A$  会随着  $E$  的增大而减小。然而,在围压或剪切条件下,  $A$  会随着  $E$  增加而增加<sup>[5-6,35]</sup>。应力过程将对岩石裂隙的几何属性产生较大影响,如在围压或剪切过程中,裂隙开度将进一步闭合,导致裂隙渗透率、粗糙度的变化和水体与固体相互作用加强<sup>[16]</sup>,这可能是导致  $A$  与  $E$  之间异常关系的原因。本文未向裂隙施加应力,因此得到  $A$  与  $E$  之间的负相关关系,并与未施加应力条件的文献[7,24-25]的数据相吻合。

由式(10)可知,幂指数  $-2b$  通过乘数  $12^b$  影响  $A$ 。由 2.2.1 节分析可知,在弱惯性流下,  $E$  增加会导致幂指数  $-2b$  的增加,而  $12^b$  则会降低。这解释了图 4b 中的弱惯性流条件下,  $A$  随着  $E$  增加而减小。受幂指数控制的乘数  $12^b$  的存在会导致在分析  $E$  对  $A$  影响的过程中产生歧义。为了避免上述现象,  $A$  可以分解为式(10)所示的  $12^b$  与参数  $C$  的乘积形式,然后对参数  $C$  进行初步分析。但在去除  $E$  对幂指数(或乘数  $12^b$ )的影响后,参数  $C$  随着  $E$  的增加没有明显规律。为了解释这一现象,对参数  $C$  做进一步的数值分析。

本文定义一个新的参数  $m$ ,其仅取决于单裂隙的几何属性,不会受到惯性效应的影响; $C = mE^n$  可以表示  $C$  受到流体惯性效应和裂隙几何属性的耦合影响,其中  $n$  为  $E$  的无量纲阶数。从图 4c 可以看出:对于  $\Delta = 1.0$  mm 的裂隙,当  $n = 1$  时,  $m$  在层流(弱惯性流)下保持稳定;对于  $\Delta = 0.8$  mm 的裂隙,  $n = 0$ ;对于  $\Delta = 0.4$  mm 的裂隙,  $n = -1$ ;在强惯性流下,  $m$  呈下降趋势。这表明  $E$  与  $C$  之间存在多阶反比关系。

此外,  $m$  的大小将受到单裂隙几何属性的影

响。从图 4c 还可以看出:  $m$  随着粗糙度增加而增加;具有更大  $\Delta$ (或相对粗糙度)且形状相同的粗糙元会产生更大的  $m$ ;具有相同  $\Delta$ 、不同形状粗糙元的裂隙,  $m$  也不同;三角形的  $m$  大于梯形和矩形的  $m$ ,这证实  $m$  也由几何形状决定。进一步分析表明,  $m$  与  $R_{\text{rms}}$  之间存在线性关系,即

$$m = l R_{\text{rms}} \quad (12)$$

其中,  $l$  为与粗糙元形状相关的无量纲参数,  $l_{\text{矩形}} = 7.437$ ,  $l_{\text{梯形}} = 12.361$ ,  $l_{\text{三角形}} = 33.540$ 。

最后,结合式(10)~式(12),得到  $\beta$ 、 $E$  和  $m$  之间的量化模型为:

$$\begin{aligned} \beta &= 12^{r_1} l R_{\text{rms}} E^n e_{\text{f}}^{r_2}, \\ r_1 &= -14.37 R_{\text{rms}} (E - 0.637), \\ r_2 &= 28.74 R_{\text{rms}} (E - 0.637) \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)为  $\beta$  量化模型,该模型考虑了流体惯性效应和裂隙几何形状对  $\beta$  的耦合影响。

### 3 结 论

1) 本文为了表征和量化流体惯性效应对非达西系数  $\beta$  的影响,对具有规则形状粗糙元的粗糙单裂隙进行一系列数值模拟。数值模拟结果表明,流体惯性效应(用非达西效应因子  $E$  表征)对  $\beta$  的影响十分显著,  $\beta$  会随流体惯性效应的增大而减小,并随裂隙相对粗糙度的增大而增大。

2) 本文着重量化分析  $0 < E \leq 0.5$  范围内,流体惯性效应和裂隙几何属性对  $\beta$  的耦合影响。  $\beta$  与水力开度  $e_{\text{h}}$  之间存在良好的负幂律关系 ( $\beta = A e_{\text{h}}^{-2b}$ );  $E$  增加会导致幂指数  $-2b$  增加和比例因子  $A$  降低;单裂隙粗糙度增加会导致幂指数  $-2b$  降低和  $A$  增加。

3) 基于无量纲分析得到一个同时考虑流体惯性效应和裂隙几何属性的  $\beta$  量化模型。

## [参 考 文 献]

- [1] GHANE E, FAUSEY N R, BROWN L C. Non-Darcy flow of water through woodchip media[J]. *Journal of Hydrology*, 2014, 519: 3400-3409.
- [2] MACINI P, MESINI E, VIOLA R. Laboratory measurements of non-Darcy flow coefficients in natural and artificial unconsolidated porous media[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2011, 77: 365-374.
- [3] MULJADI B P, BLUNT M J, RAEINI A Q, et al. The impact of porous media heterogeneity on non-Darcy flow behaviour from pore-scale simulation[J]. *Advances in Water Resources*, 2016, 95: 329-340.
- [4] QUINN P M, CHERRY J A, PARKER B L. Relationship between the critical Reynolds number and aperture for flow through single fractures; evidence from published laboratory studies[J]. *Journal of Hydrology*, 2020, 581: 124384.
- [5] ZHOU J Q, HU S H, FANG S, et al. Nonlinear flow behavior at low Reynolds numbers through rough-walled fractures subjected to normal compressive loading[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2015, 80: 202-218.
- [6] RONG G, TAN J, ZHAN H B, et al. Quantitative evaluation of fracture geometry influence on nonlinear flow in a single rock fracture [J]. *Journal of Hydrology*, 2020, 589: 125162.
- [7] RONG G, HOU D, YANG J, et al. Experimental study of flow characteristics in non-mated rock fractures considering 3D definition of fracture surfaces[J]. *Engineering Geology*, 2017, 220: 152-163.
- [8] CORNELL D, KATZ D L. Flow of gases through consolidated porous media[J]. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1953, 45(10): 2145-2152.
- [9] RUTH D, MA H P. On the derivation of the Forchheimer equation by means of the averaging theorem[J]. *Transport in Porous Media*, 1992, 7: 255-264.
- [10] COOPER J W, WANG X L, MOHANTY K K. Non-Darcy-flow studies in anisotropic porous media[J]. *SPE Journal*, 1999, 4(4): 334-341.
- [11] JONES S C. Using the inertial coefficient,  $\beta$ , to characterize heterogeneity in reservoir rock[C]//SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, September 1987. [S. l. : s. n. ], 1987; SPE-16949-MS.
- [12] COOKE C E, Jr. Conductivity of fracture proppants in multiple layers [J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1973, 25(9): 1101-1107.
- [13] LI D C, ENGLER T W. Literature review on correlations of the non-Darcy coefficient[C]//SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas, May 2001. [S. l. : s. n. ], 2001; SPE-70015-MS.
- [14] JAVADI M, SHARIFZADEH M, SHAHRIAR K, et al. Critical Reynolds number for nonlinear flow through rough-walled fractures; the role of shear processes[J]. *Water Resources Research*, 2014, 50(2): 1789-1804.
- [15] SUN Z H, WANG L C, ZHOU J Q, et al. A new method for determining the hydraulic aperture of rough rock fractures using the support vector regression[J]. *Engineering Geology*, 2020, 271: 105618.
- [16] CHEN Y F, ZHOU J Q, HU S H, et al. Evaluation of Forchheimer equation coefficients for non-Darcy flow in deformable rough-walled fractures[J]. *Journal of Hydrology*, 2015, 529: 993-1006.
- [17] CHEN Y D, LIAN H J, LIANG W G, et al. The influence of fracture geometry variation on non-Darcy flow in fractures under confining stresses[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2019, 113: 59-71.
- [18] ZHANG Y, CHAI J R. Effect of surface morphology on fluid flow in rough fractures; a review[J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2020, 79: 103343.
- [19] CHOI C S, CHEON D S, SONG J J. Effect of pore and confining pressure on the supercritical CO<sub>2</sub> permeability of sandstone; implications for the effective pressure law[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017, 122(8): 6231-6246.
- [20] CARDENAS M B, SLOTTKE D T, KETCHAM R A, et al. Effects of inertia and directionality on flow and transport in a rough asymmetric fracture[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2009, 114(B6): B06204.
- [21] WANG L C, CARDENAS M B, ZHOU J Q, et al. The complexity of nonlinear flow and non-Fickian transport in fractures driven by three-dimensional recirculation zones [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2020, 125(9): e2020JB020028.
- [22] 张奇华, 邹爱清. 三维任意裂隙网络渗流模型及其解法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, 29(4): 720-730.
- [23] 万力, 李定方, 李吉庆. 三维裂隙网络的多边形单元渗流模型[J]. *水利水运科学研究*, 1993(4): 347-353.
- [24] ZHANG Q, LUO S H, MA H C, et al. Simulation on the water flow affected by the shape and density of roughness elements in a single rough fracture[J]. *Journal of Hydrology*, 2019, 573: 456-468.
- [25] QIAN J Z, WANG M, ZHANG Y, et al. Experimental study of the transition from non-Darcian to Darcy behavior for flow through a single fracture[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2015, 27(5): 679-688.
- [26] QIAN J Z, MA L, ZHAN H B, et al. The effect of expansion ratio on the critical Reynolds number in single fracture flow with sudden expansion[J]. *Hydrological Processes*, 2016, 30(11): 1718-1726.
- [27] ZENG Z W, GRIGG R. A criterion for non-Darcy flow in porous media[J]. *Transport in Porous Media*, 2006, 63: 57-69.
- [28] ZHOU J Q, WANG L C, LI D C, et al. Effect of fluid slip-page on eddy growth and non-Darcian flow in rock fractures[J]. *Journal of Hydrology*, 2020, 581: 124440.
- [29] ZIMMERMAN R W, BODVARSSON G S. Hydraulic con-

- ductivity of rock fractures[J]. *Transport in Porous Media*, 1996, 23:1-30.
- [30] ZHOU J Q, CHEN Y F, WANG L C, et al. Universal relationship between viscous and inertial permeability of geologic porous media [J]. *Geophysical Research Letters*, 2019, 46(3):1441-1448.
- [31] DOU Z, ZHOU Z F, WANG J G, et al. Pore-scale modeling of mixing-induced reaction transport through a single self-affine fracture[J]. *Geofluids*, 2018, 2018:9095143.
- [32] WANG L C, CARDENAS M B, SLOTTKE D T, et al. Modification of the local cubic law of fracture flow for weak inertia, tortuosity, and roughness [J]. *Water Resources Research*, 2015, 51(4):2064-2080.
- [33] ZOU L C, JING L R, CVETKOVIC V. Modeling of flow and mixing in 3D rough-walled rock fracture intersections [J]. *Advances in Water Resources*, 2017, 107:1-9.
- [34] ZOORABADI M, SAYDAM S, TIMMS W, et al. Non-linear flow behaviour of rough fractures having standard JRC profiles[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2015, 76:192-199.
- [35] ZHANG Z Y, NEMCIK J, QIAO Q Q. A model for water flow through rock fractures based on friction factor [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2015, 48:559-571.

(责任编辑 张淑艳)

## · 信息与动态 ·

### 《合肥工业大学学报(自然科学版)》专栏征稿启事

为了贯彻落实党的二十大精神,紧密围绕科教兴国战略、人才强国战略、创新驱动发展战略,《合肥工业大学学报(自然科学版)》设置“机器人与人工智能”“环境污染与防治”两个专栏,即日起面向国内外专家学者征集“机器人与人工智能”“环境污染与防治”领域的原创性学术论文、专题综述;稿件一经录用将优先刊发。

来稿要求政治导向正确、论证充分、具有较强的引领性和创新性。格式要求参见《合肥工业大学学报(自然科学版)》网页投稿指南的征稿简则和投稿模板。

在线投稿网址:<http://xbzss.hfut.edu.cn/xbzk.html>。

### 《合肥工业大学学报(自然科学版)》欢迎投稿

《合肥工业大学学报(自然科学版)》是以基础理论、应用科学和工程技术为主的综合性学术刊物,主要刊登机械与汽车工程、仪器科学与光电工程、材料科学与工程、电气与自动化工程、计算机与信息工程、电子科学与工程、土木与水利工程、资源与环境工程、交通工程、化学工程、生物与食品工程、医药工程、管理科学与工程、数理科学以及新兴科学技术等领域的研究论文、科研成果、学术讨论、专题综述及动态报道,将优先刊发基金资助项目的论文。本刊自 2020 年 1 期改为彩色印刷,欢迎高等院校师生、科研院所和企事业单位的广大科技工作者向本刊投稿,在线投稿网址:<http://xbzss.hfut.edu.cn/xbzk.html>。