

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.06.003

基于混合算法的自动导引车调度问题研究

屈新怀, 严飞, 丁必荣, 孟冠军

(合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:针对自动化仓库自动导引车(automated guided vehicle, AGV)调度问题,文章在考虑车辆载重约束的情况下,建立车辆行驶总距离和总能耗最小为目标的数学模型,并通过离散差分进化算法与蚁群算法相结合的混合算法进行求解。将混合算法与改进蚁群算法、遗传算法、模拟退火算法、粒子群算法在CVRPLIB SET P算例集上的求解结果进行对比,验证该混合算法的有效性;通过数值仿真实验对提出的自动化分拣仓库AGV调度问题进行求解,证明该混合算法对实际算例有较好的求解结果,可以有效提高自动化仓库作业效率。

关键词:自动导引车(AGV);任务调度;蚁群算法;离散差分进化算法;能耗

中图分类号:TP273.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2023)06-0732-06

Research on automated guided vehicle scheduling problem based on hybrid algorithm

QU Xinhuai, YAN Fei, DING Birong, MENG Guanjun

(School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: In order to solve the problem of automated guided vehicle (AGV) scheduling in automated warehouse, a mathematical model was established to minimize the total distance and total energy consumption of vehicles under the condition of vehicle load constraint, and it was solved by a hybrid algorithm combining discrete differential evolution algorithm and ant colony algorithm. The results of the hybrid algorithm on CVRPLIB SET P were compared with those of the improved ant colony algorithm, genetic algorithm, simulated annealing algorithm and particle swarm optimization algorithm to verify the effectiveness of the hybrid algorithm. The problem of AGV scheduling in automated warehouse was solved by numerical simulation, and the results of practical examples were satisfactory. The hybrid algorithm can effectively improve the operating efficiency of automated warehouse.

Key words: automated guided vehicle (AGV); task scheduling; ant colony algorithm; discrete differential evolution algorithm; energy consumption

0 引言

随着电子商务与工业自动化等行业的飞速发展,自动化仓库在各领域扮演的角色愈加重要。自动导引车(automated guided vehicle, AGV)作为现代仓库的重要一环,对提高仓储效率有着重

要意义^[1]。目前,针对解决AGV作业效率问题,主要从优化AGV任务调度^[2]、AGV作业路径以及避免交通拥堵^[3]3个方面入手。

AGV任务调度问题属于NP-hard问题,精确算法只能用于求解该类问题小型实例,因此求解策略集中于使用启发式算法。文献[4]用改进

收稿日期:2022-04-25;修回日期:2022-05-24

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2019YFB1705303)

作者简介:屈新怀(1971—),男,安徽金寨人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师。

的三交换交叉算子遗传算法求解 AGV 调度问题,同时对所有 AGV 总行驶距离和单 AGV 最长行驶距离进行优化;文献[5]针对制造车间 AGV 运输问题设计了一种粒子交叉、变异新机制的改进粒子群算法,并用实验验证该算法求解 AGV 最短运输时间问题的有效性;文献[6]用改进的遗传算法求解多 AGV 作业车间调度问题,并分析了运输时间、AGV 数量与电量之间的相互影响关系;文献[7]在仓储 AGV 任务调度问题中提出了基于 LRU 缓存的高效 K -opt 优化算法,改进了原始计算方式,加快了算法收敛速度。以上研究虽然对 AGV 行驶距离有较好的优化结果,但研究目标较为单一,没有考虑 AGV 总能耗等目标,忽略了 AGV 载重约束,对实际问题刻画过于理想。

近年来,求解 AGV 任务调度问题的启发式算法有遗传算法、粒子群优化算法、差分进化算法、蚁群算法、模拟退火算法等^[8]。其中蚁群算法因操作简便性和易于改进性得到广泛研究。蚁群算法的优化速度可以通过设计算法参数自适应规则、设置多蚁群协同优化、改进信息素更新规则 3 个方面加以改进^[9]。文献[10]针对带碳排放约束的车辆路径问题,提出一种在信息素更新规则中引入混动扰动机制的改进蚁群算法,有效提高了求解车辆行驶里程最短和碳排放量最小的多目标非线性规划模型的概率;文献[11]提出一种伪动态搜索蚁群优化算法,改进了信息素更新规则,避免了局部优化,提高了算法的收敛速度。

根据上述研究,本文基于 AGV 任务调度问题的基本模型,构建以 AGV 行驶总距离和总能耗最小为目标的非线性规划模型;利用结合离散差分进化算法与蚁群算法的混合算法对该模型进行求解,并通过算例来验证本文所提出算法的有效性。

1 问题描述和数学模型

1.1 问题描述

多自动导引车多任务点调度问题描述为:在自动化仓库分拣中心(编号为 0),一共有 M 辆单一型号 AGV 可执行任务,每辆 AGV 的空车质量为 w ,每辆 AGV 的额定载重为 Q ,一段时间内随机生成的分拣任务数量为 N ,每个任务 i ($i=1,2,\dots,n$) 对应的需求质量为 q_i ($q_i < Q$),每个任务指派给唯一的 AGV,同一 AGV 在额定载重范围内可以接受多个任务,AGV 从第 i 个任务点行驶到第 j 个任务点的距离为 d_{ij} ,第 k 辆 AGV 从第 i 个

任务点行驶到第 j 个任务点时的载重负荷量为 l_{ijk} 。

单个 AGV 多任务的行驶流程为:AGV 从分拣中心点出发,根据接收的任务点信息,规划合理行驶方案,前往各个任务点取对应货物,再返回分拣中心点。

在 AGV 多任务调度过程中引入能耗约束,需对小车行驶过程中能源消耗进行刻画。小车行驶中的能耗受到小车类型、载重负荷、行驶速度、行驶距离等多个变量的影响。参考文献[12],考虑仓库中 AGV 行驶速度较慢,忽略空气阻力对能耗的影响,在本文中,采用下式计算 AGV 能耗 e_{ij} :

$$e_{ij} = \mu(w + l_{ijk})gd_{ij}/\theta + (d_{ij}/V)P \quad (1)$$

其中: μ 为滚动阻力系数; w 为空车质量; l_{ijk} 为车辆的负载; g 为重力加速度,取 9.81 m/s^2 ; d_{ij} 为车辆行驶距离; θ 为驱动功率因数; V 为车辆行驶速度; P 为车载系统功率。

1.2 数学模型

根据以上关于多自动导引车多任务点调度问题的描述,本文构建的考虑能源消耗的 AGV 调度问题的数学模型如下。

目标函数为:

$$\min D = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n x_{ijk} d_{ij} \quad (2)$$

$$\min E = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n [\mu(w + l_{ijk})gd_{ij}/\theta + (d_{ij}/V)P]x_{ijk} \quad (3)$$

约束条件为:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijk} q_i \leq Q, \quad k \in M \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, n; \\ m, & i = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{0ik} = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i0k} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ijk} = \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{jik} = y_{ik}, \quad i \in N, \quad k \in M \quad (7)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad 2 \leq |S| \leq n, \quad k \in M \quad (8)$$

$$x_{ijk} = 0, \quad \forall i = j, k \in M, \quad i, j \in N \quad (9)$$

$$x_{ijk}, y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in N, \quad k \in M \quad (10)$$

其中:(2)式表示所有 AGV 行驶路径的长度之和;(3)式表示所有 AGV 行驶过程中能耗之和;(4)式表示 AGV 载重负荷约束;(5)式表示每个任务有且只能被一辆 AGV 完成;(6)式表示所有

AGV 从分拣中心点出发并返回分拣中心点; (7)式表示 AGV 接受某个任务,必定从某个地方行驶到该任务点,且任务完成后必定从该任务点离开;(8)式表示每辆 AGV 行驶路线中没有子回路, S 为若干任务的集合;(9)式、(10)式定义决策变量是 0-1 变量。

2 模型求解

本文研究的考虑能耗的多自动导引车调度问题是以行驶总距离和总能耗最小为目标的路径问题,属于典型的 NP 难题,拟用结合离散差分进化算法与蚁群算法的混合算法对该模型进行求解。蚁群算法是一种模仿蚁群觅食行为的群体智能算法^[13],具有系统性、自组织性、正反馈性与较强的鲁棒性,可以在短时间内找到问题较为满意的解,但当求解问题规模较大时,蚁群算法容易出现早熟、停滞现象^[14]。离散差分进化算法区别于经典差分进化算法,可以应用于离散空间,帮助解决离散域中的组合优化问题。当蚁群算法陷入停滞时,引入离散差分进化算法的变异、交叉、选择操作,扩大算法搜索解的空间,帮助蚁群算法跳出停滞。因此,利用 2 种算法结合的混合算法对本文的多自动导引车调度问题进行求解,算法流程如图 1 所示。

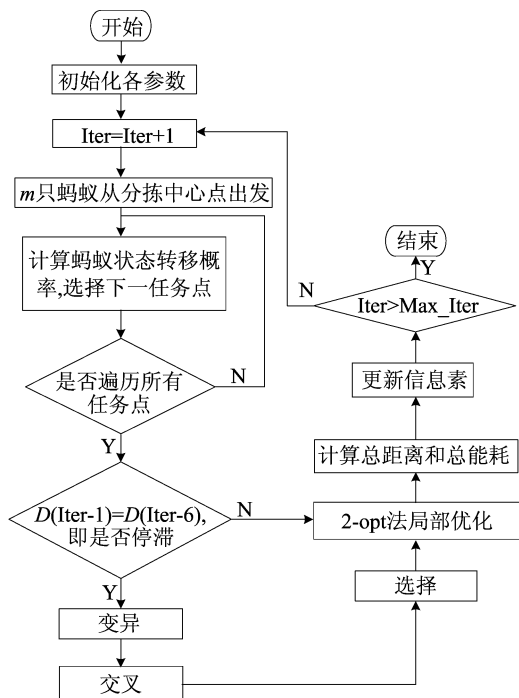


图 1 混合算法求解流程图

2.1 状态转移概率的设置

状态转移概率是指蚂蚁在搜索路径时从一个

点到另一个点的转移概率。经典蚁群算法中考虑从当前任务点 i 到所选任务点 j 的路径长度和路径 (i, j) 上的信息素浓度 2 个方面的因素,其状态转移公式如下:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{j \in \text{allowed}_k(t)} \tau_{ij}(t)^\alpha \eta_{ij}^\beta}, & j \in \text{allowed}_k(t); \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

本文研究的是考虑能耗的多自动导引车调度问题,在设置状态转移概率时既要考虑 AGV 行驶距离,又要考虑能耗量。为此,将能耗量作为启发信息引入到状态转移概率计算模型中,即

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \eta_{ij}^\beta \omega_{ij}^\gamma}{\sum_{j \in \text{allowed}_k(t)} \tau_{ij}(t)^\alpha \eta_{ij}^\beta \omega_{ij}^\gamma}, & j \in \text{allowed}_k(t); \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

其中: $P_{ij}^k(t)$ 为蚂蚁(车辆) k 在第 t 次迭代时选择下一任务点的状态转移概率; τ_{ij} 为路径 (i, j) 上的信息素浓度; α 为信息素重要程度因子; η_{ij} 为路径 (i, j) 的启发式因子, $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, d_{ij} 为任务点 i, j 之间的路径距离; $\omega_{ij} = 1/e_{ij}$, e_{ij} 为任务点 i, j 之间的能耗; β, γ 为启发函数重要程度因子; $\text{allowed}_k(t)$ 为蚂蚁下一步可以选择的任务点集合。

2.2 信息素更新策略

蚁群算法在一次寻优结束后,需要对各任务点间的信息素浓度进行更新,信息素更新的快慢将直接影响算法优化结果。更新过快,算法将陷入局部最优解甚至停滞;更新过慢,算法收敛速度缓慢。本文提出一种引入排名因子的信息素更新策略,提高较优解的信息素浓度,加快算法收敛速度。具体更新策略如下:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (13)$$

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (14)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) =$$

$$\begin{cases} \frac{L_{\text{best}}}{L} \phi, & \text{蚂蚁 } k \text{ 在第 } t \text{ 次迭代中经过路径 } (i, j); \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

其中: ρ 为信息素挥发系数; $\Delta\tau_{ij}^k(t)$ 为在第 t 次迭代中路径 (i, j) 上的信息素增量; L_{best} 为目前为止最优解的车辆行驶总距离; L 为当前解的车辆行驶总距离; ϕ 为随排名线性递减函数。

同时,在迭代中早期,允许更多蚂蚁表达信息

素,即参与排名;在迭代晚期,只允许排名前列的蚂蚁表达信息素,加快收敛速度又防止陷入局部最优解。

2.3 离散差分进化算法

利用上述改进的蚁群算法求解多自动导引车调度问题时,连续 5 次迭代搜索到的最优解不发生变化,可以认为算法陷入停滞,引入离散差分进化算法的变异、交叉、选择操作,帮助算法扩大搜索空间,跳出局部最优解。

2.3.1 变异

将每只蚂蚁寻找的完整路径中的分拣中心点(编号)去除,并按顺序存放于解矩阵 \mathbf{X} ;随机选取矩阵中不等于 \mathbf{X}_i 的 3 行向量,并按以下操作生成该行对应的变异向量 \mathbf{V}_i ,即

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_{p_1} + F \otimes (\mathbf{X}_{p_2} - \mathbf{X}_{p_3}),$$

$$p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq i \quad (16)$$

$$X_{p_2,j} - X_{p_3,j} = \begin{cases} X_{p_2,j}, & X_{p_2,j} \neq X_{p_3,j}; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

$$F \otimes (X_{p_2,j} - X_{p_3,j}) = \begin{cases} X_{p_2,j} - X_{p_3,j}, & r_1 < F; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

$$V_{i,j} = \begin{cases} X_{p_1,j}, & F \otimes (X_{p_2,j} - X_{p_3,j}) = 0; \\ F \otimes (X_{p_2,j} - X_{p_3,j}), & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

其中:(16)式表示离散差分进化算法的变异操作;(17)~(19)式表示离散域中变异向量各位置的取值规则。差分进化算法中, F 为变异尺度参数,本算法中 F 定义为常量,取 0.5; $r_1 \in [0, 1]$,为随机变量。

2.3.2 交叉

按以上操作取得每只蚂蚁对应解 \mathbf{X} 的变异矩阵 \mathbf{V} 后,可以求得对应向量 \mathbf{X}_i 的交叉向量 \mathbf{D}_i 。求解公式如下:

$$D_{i,j} = \begin{cases} V_{i,j}, & r_2 < p_{cr}; \\ X_{i,j}, & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

其中: $r_2 \in [0, 1]$,为随机变量; p_{cr} 为常量,取 0.5。

每只蚂蚁解的交叉向量 \mathbf{D}_i 可以根据随机变量的值,从解向量 \mathbf{X}_i 和变异向量 \mathbf{V}_i 对应位置处求得。同时,交叉操作前应先去除变异向量中可能重复的任务点,以保证任务不会重复完成。

2.3.3 选择

每只蚂蚁对应解向量 \mathbf{X}_i 和交叉向量 \mathbf{D}_i 均已生成,根据车辆(蚂蚁)额定载重限制,生成对应完

整路径(包含分拣中心点),比较车辆总行驶距离,选择更优解进入迭代。同时为保证扩大搜索空间,设置一定交叉向量 \mathbf{D}_i 的被选择概率。

离散差分进化算法的变异、交叉操作如图 2 所示。

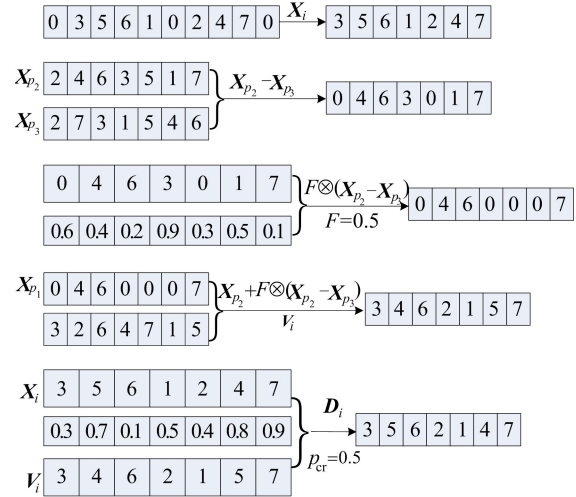


图 2 离散差分进化算法变异、交叉操作实例

2.4 2-opt 局部优化改进

为对离散差分进化算法与蚁群算法相结合的混合算法搜索到的路线进行进一步优化,本文采用 2-opt 法对路线内子路径(即调度方案内某车辆的行驶路径)进行改进。

改进方法如下:设路线内子路径任务点为: $(i, i+1), \dots, (j-1, j)$ 。反转 $i+1$ 与 $j-1$ 之间的路线,若反转后整个路线行驶距离减少,则更新该车辆行驶路线。依次对所有车辆路径进行 2-opt 优化,减少整个调度方案车辆行驶距离。

3 数值仿真及算例分析

为验证所设计的混合算法的有效性以及对实际问题的求解能力,本文设计了 2 个实验:

(1) 实验 1。利用本文算法对 CVRPLIB SET P 标准数据集求解,并与改进蚁群算法、遗传算法等求解结果进行对比,以验证本文算法的有效性。

(2) 实验 2。为验证算法能有效提高自动化分拣仓库作业效率及降低 AGV 能耗,分别运用本文混合算法与改进蚁群算法对案例模型进行求解。

使用 MATLAB R2016a 编写算法代码,在 Intel Core i7-7500U 2.7 GHz (8.00 GiB RAM)、Windows 10 操作系统的环境下运行算法。

本文算法相关参数设置为:蚂蚁数量 Ant-Num=50;最大迭代次数 Max-Iter=200;信息素重要程度因子 $\alpha=1$;启发式因子 $\beta=2$, $\gamma=1$;信息素挥发系数 $\rho=0.5$;变异尺度参数 $F=0.5$;常量 $p_{cr}=0.5$ 。

3.1 混合算法有效性验证

为验证本文混合算法的有效性,实验 1 利用本文算法对 CVRPLIB SET P 标准数据集求解,并与文献[15]改进的蚁群算法、遗传算法、模拟退火算法、粒子群算法求解的最优解对比。实验对比结果见表 1 所列。

表 1 本文算法与其他算法求解算例结果对比

算例名称	路径总长度/km				
	本文算法	改进蚁群算法	遗传算法	模拟退火算法	粒子群算法
P-n16-k8	451.3	452.0	484.6	451.3	463.9
P-n20-k2	217.4	218.3	217.4	217.4	240.7
P-n21-k2	212.7	214.8	213.5	216.7	224.4
P-n22-k2	217.8	219.9	222.2	227.9	238.7
P-n23-k8	533.8	531.2	559.6	597.4	714.2
P-n40-k5	467.9	476.1	473.4	564.7	994.9
P-n45-k5	520.8	521.2	535.3	554.8	570.9
P-n50-k7	566.6	605.9	637.1	567.0	611.5
P-n50-k10	716.4	740.4	812.1	780.3	838.7
P-n51-k10	787.7	809.7	830.5	773.7	848.1
P-n55-k7	587.0	627.0	630.3	687.0	628.4
P-n55-k10	718.7	735.9	797.2	716.0	746.6
P-n60-k10	765.3	812.9	851.5	863.2	821.3
P-n60-k15	994.7	1 019.6	1 143.4	1 027.7	1 011.6
P-n65-k10	825.1	816.0	835.2	859.1	859.3
P-n70-k10	864.6	949.2	1 121.0	982.3	980.5
P-n76-k4	644.5	781.3	641.9	612.3	650.7
P-n76-k5	675.3	804.4	714.5	666.2	690.9
P-n101-k4	714.8	876.2	879.1	724.3	743.9

表 1 中加粗数据表示该算例最优解。由表 1 可知,本文算法在小型、中型算例中均能取得较好的解,仅在 P-n23-k8、P-n51-k10、P-n55-k10、P-n65-k10、P-n76-k4、P-n76-k5 这 6 个算例中相较于其他算法未取得最优解,且结果与最优解差距不大,说明本文提出的混合算法在求解路径问题上表现较好,可以对 AGV 任务调度模型求解。

3.2 自动化分拣仓库 AGV 调度

实验 1 验证了本文算法的有效性,但未对具体案例场景进行实验分析。本文借鉴文献[16]中的仓库模型,提出一典型的自动化分拣仓库模型,其栅格地图如图 3 所示。

多辆 AGV 根据图中 3 个订单任务点信息,

在载重约束下,从分拣中心出发前往各订单任务点,并返回分拣中心点。栅格长宽均为 5 m;AGV 空车质量 $w=60$,额定载重 $Q=200$,行驶速度 $V=1$,滚动阻力系数 $\mu=0.03$,驱动功率因数 $\theta=0.6$,车载系统功率 $P=25$ 。

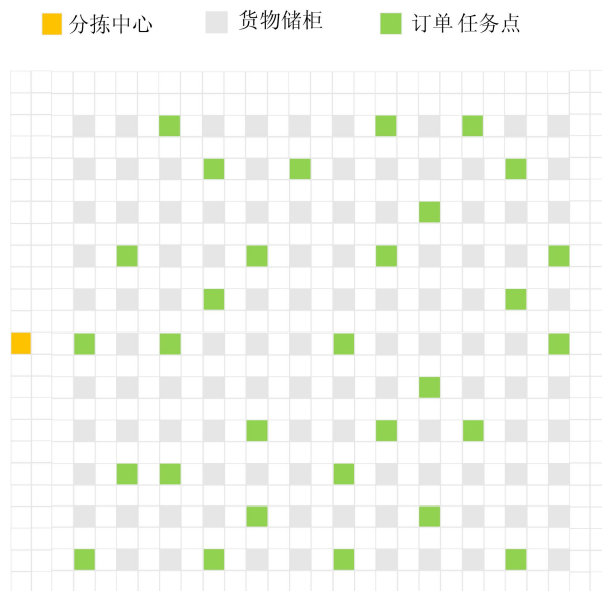


图 3 自动化分拣仓库模型

采用改进蚁群算法和本文提出的混合算法对自动化分拣仓库 AGV 调度问题进行求解,算法分别运行 10 次,平均解中 AGV 行驶总距离及总能耗见表 2 所列,算法运行迭代图如图 4 所示。

表 2 本文算法与改进蚁群算法求解结果对比

算法	行驶总距离/m	行驶总能耗/J
改进蚁群算法	1 640	174 737
本文算法	1 550	157 560

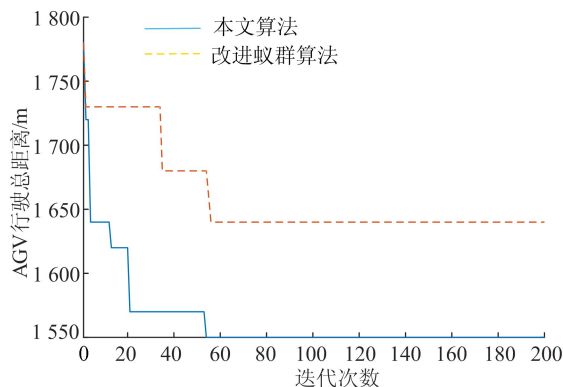


图 4 算法运行迭代图

由表 2 可知,应用本文算法对提出的自动化分拣仓库 AGV 调度问题求解,AGV 行驶总距离

及总能耗均小于改进蚁群算法求解结果。同时由图4算法运行迭代图可知,本文算法收敛结果、收敛速度均优于改进蚁群算法。这表明本文提出的混合算法可以有效提高自动化分拣仓库作业效率及降低AGV能耗。

4 结 论

本文对自动化仓库中AGV多任务调度问题进行了研究,在考虑车辆载重等前提下,构建了以车辆行驶总距离和总能耗最小为目标的非线性规划模型,并提出了一种离散差分进化算法与蚁群算法相结合的混合算法求解模型。主要贡献可归结如下:

(1) 根据所提出能源消耗模型,改进了蚂蚁状态转移公式。

(2) 提出一种引入排名因子的信息素更新策略,提高较优解的信息素浓度,加快算法收敛速度。

(3) 在蚁群算法中引入离散差分进化算法的变异、交叉、选择操作,扩大了算法搜索范围,降低了算法陷入局部最优概率。

最后设计了2种实验,验证了本文算法的有效性。结果表明,本文提出的混合算法可以根据实际算例规划合理路线,有效提高自动化仓库仓储效率。

考虑电子商务和工业自动化等行业的飞速发展,未来自动化仓库环境必将更加复杂,对仓储效率的要求也愈加提高。未来的研究可以更贴合AGV运输的实际情况和任务的动态需求。在求解方法上,可以设计多启发式算法结合的混合算法以及人工智能算法对大型问题进行更高效求解。

[参 考 文 献]

[1] 邹爽心. 仓储机器人的应用现状与发展战略探讨[J]. 物流工程与管理, 2013, 35(6): 171-172.

- [2] 张新艳,周雨晴. 多载量小车节能调度的多目标动态规划算法[J]. 系统仿真学报, 2020, 32(4): 612-619.
- [3] 余娜娜,李铁克,王柏琳,等. 自动化分拣仓库中多AGV调度与路径规划算法[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26(1): 171-180.
- [4] HAN Z L, WANG D Q, LIU F, et al. Multi-AGV path planning with double-path constraints by using an improved genetic algorithm[J]. PLOS ONE, 2017, 12(7): e0181747.
- [5] TAO Q Y, SANG H Y, GUO H W, et al. Improved particle swarm optimization algorithm for AGV path planning[J]. IEEE Access, 2021, 9: 33522-33531.
- [6] 李峥峰,刘阳阳. 考虑充电的多AGV的作业车间调度问题[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27(10): 2872-2879.
- [7] 段显丰. 基于仓储AGV的调度策略与路径规划研究[D]. 济南: 山东大学, 2021.
- [8] 曹立佳,刘洋. 制造车间自动导引车调度新进展[J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(21): 59-67.
- [9] LI S G, WEI Y F, LIU X, et al. A new fast ant colony optimization algorithm; the saltatory evolution ant colony optimization algorithm[J]. Mathematics, 2022, 10(6): 925.
- [10] 唐慧玲,唐恒书,朱兴亮. 基于改进蚁群算法的低碳车辆路径问题研究[J]. 中国管理科学, 2021, 29(7): 118-127.
- [11] LI J, XIA Y, LI B, et al. A pseudo-dynamic search ant colony optimization algorithm with improved negative feedback mechanism[J]. Cognitive Systems Research, 2020, 62: 1-9.
- [12] BEKTAS T, LAPORTE G. The pollution-routing problem[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2011, 45(8): 1232-1250.
- [13] LI Y B, SOLEIMANI H, ZOHAL M. An improved ant colony optimization algorithm for the multi-depot green vehicle routing problem with multiple objectives[J]. Journal of Cleaner Production, 2019, 227: 1161-1172.
- [14] LEE C Y, LEE Z J, LIN S W, et al. An enhanced ant colony optimization (EACO) applied to capacitated vehicle routing problem[J]. Applied Intelligence, 2010, 32(1): 88-95.
- [15] 刘紫玉,赵丽霞,薛建越,等. 面向车辆路径问题的改进蚁群算法研究[J]. 河北科技大学学报, 2022, 43(1): 80-89.
- [16] 张丹露,孙小勇,傅顺,等. 智能仓库中的多机器人协同路径规划方法[J]. 计算机集成制造系统, 2018, 24(2): 410-418.

(责任编辑 胡亚敏)