

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.04.010

磁热冲击下非均质圆筒的动态响应分析

吴辉阳, 詹春晓, 王美芹, 吴枝根

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:文章基于轴对称平面应变问题的运动方程和应力-位移关系,借助状态空间技术和 Newmark 法,对受热冲击和轴向磁冲击下,材料性质沿径向任意梯度变化的圆筒进行动态响应分析,得到位移和应力随时间变化的半解析解;对均质圆筒、双层均质材料组合圆筒及含功能梯度材料(functionally graded material, FGM)的双层圆筒进行分析,检验解的正确性和有效性。算例分析表明:适当地延迟热冲击时间,可大幅降低磁热冲击下双层均质材料组合圆筒的动应力振幅;将双层圆筒内层材料替换成 FGM,并选取合适的梯度分布因子,可有效降低圆筒内动应力的峰值。研究结果可为受磁热冲击的非均质空心圆筒结构强度评价和优化设计提供理论参考。

关键词:功能梯度圆筒;磁冲击;热冲击;状态空间法;Newmark 法

中图分类号:O343.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2023)04-0487-07

Dynamic response analysis of heterogeneous hollow cylinders under magnetothermal shock

WU Huiyang, ZHAN Chunxiao, WANG Meiqin, WU Zhigen

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Based on the equation of motion and stress-displacement relation for the axisymmetric plane-strain problem, the dynamic response analysis for the hollow cylinder with material properties changing along the radial direction arbitrarily under thermal shock and axial magnetic shock is carried out, by means of the state space technology and Newmark method. The semi-analytical solution of displacement and stress varying with time is obtained. Through the analyses of a homogeneous hollow cylinder, a double-layered cylinder combined by two homogeneous layers, and a double-layered cylinder by a homogeneous layer and a functionally graded material (FGM) layer, the correctness and effectiveness of the solution in this paper are examined. The numerical results show that the proper delay of thermal shock time may sharply reduce the oscillation amplitude of the dynamic stress in double-layered homogeneous cylinders under magnetothermal shock; by replacing the inner layer with an FGM and selecting an appropriate gradient distribution factor, the peak value of the dynamic stress decreases effectively in the cylinder. The research results can provide theoretical reference for the strength evaluation and optimization design of heterogeneous hollow cylinders subjected to magnetothermal shock.

Key words: functionally graded cylinder; magnetic shock; thermal shock; state space method; Newmark method

收稿日期:2022-01-26; **修回日期:**2022-03-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11572108);合肥工业大学博士学位专项基金资助项目(JZ2018HJBZ0164)

作者简介:吴辉阳(1997—),男,安徽颍上人,合肥工业大学硕士生;

詹春晓(1970—),男,安徽庐江人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师,通信作者, E-mail: zhanchunxiao@hfut.edu.cn;

吴枝根(1965—),男,安徽芜湖人,博士,合肥工业大学教授,博士生导师。

圆筒结构是工程实际中常见的一种结构形式,被广泛应用于多种工业领域,如航空航天、化工、石油等领域。圆筒结构在工程应用中经常受到机械冲击、热冲击、磁冲击等各类冲击作用。冲击载荷会在圆筒中引起较大的动应力峰值,导致结构因强度不足出现损伤。因此,研究冲击作用下圆筒结构的动态响应,探索缓解冲击影响的有效措施,对相关工程问题具有重要的理论指导意义。

关于圆筒和空心圆球的动态响应,近几十年来已有大量研究成果。文献[1]用 Hankel 变换和拉普拉斯变换得到空腔球体内的热动应力分布规律;文献[2]通过求解 Navier 方程给出功能梯度厚空心球一维稳态热应力和机械应力的解析解;文献[3-5]研究层合圆筒和功能梯度圆筒在多种载荷影响下的动态响应,借助 Hankel 变换和拉普拉斯变换给出它们的精确解;文献[6]采用级数方法求解运动方程,并在时域中应用快速拉普拉斯逆变换,对功能梯度圆柱在热冲击下动应力进行解析分析;文献[7]使用二阶配点法对受动态热、机械载荷的温变功能梯度圆筒进行非线性热应力分析;文献[8]用有限差分法和 Newmark 法,研究具有功能梯度层的双层空心圆柱受热、机械载荷的动态热弹性行为;文献[9]利用 Lord-Shulman 理论建立能量方程和运动方程,使用广义微分求积法、Newmark 法和 Picard 逐次算法对方程进行求解,得到温度、位移和应力随时间变化的规律。近些年,关于磁冲击下圆筒结构动态响应的研究逐渐增多。文献[10]给出内层为功能梯度材料(functionally graded material, FGM)、外层为均质材料的双层圆筒磁热弹性行为的解析解;文献[11]通过求解控制方程得到压力、温变和磁场共同作用下,双层圆筒径向应力和环向应力的解析解;文献[12-13]利用有限 Hankel 变换和拉普拉斯变换,研究磁冲击下单层和双层均质软磁材料圆筒的动态响应,得到动态位移与应力的解析解。

关于磁热冲击下圆筒的动态响应分析,相关文献主要集中于均质圆筒或双层均质材料组合圆筒的研究,对非均质圆筒,如功能梯度圆筒、含功能梯度层的层合圆筒的动态位移和应力分析很少。本文研究材料性质沿径向任意梯度变化的非均质圆筒在磁热冲击作用下的动态响应,为了探索动应力峰值的影响因素,采用延迟热冲击、将双层均质圆筒结构中的内层或外层替换为功能梯度层等方式

进行分析,给出降低动应力峰值的一些可行措施。

1 分析模型

受磁场和温度场作用的非均质圆筒如图 1 所示,该无限长弹性圆筒的内半径为 a ,外半径为 b ,材料性质沿径向任意梯度变化。圆筒受突变轴向磁场 $H_z(t)$ 及温度场 $T(t)$ 的冲击作用,磁热冲击下,该圆筒的动态响应属于轴对称平面应变问题。

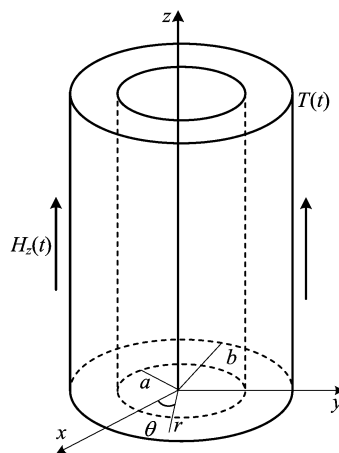


图 1 受磁场和温度场作用的非均质圆筒分析模型

轴对称平面应变问题的运动方程为:

$$\frac{\partial \sigma_r(r, t)}{\partial r} + \frac{\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

其应力与位移关系^[6,12]为:

$$\sigma_r(r, t) = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial u_r(r, t)}{\partial r} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{u_r(r, t)}{r} - \frac{1}{2} \mu_0 H_z(t)^2 - \frac{E\alpha T(t)}{1-2\nu} \quad (2)$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial u_r(r, t)}{\partial r} + \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{u_r(r, t)}{r} - \frac{1}{2} \mu_0 H_z(t)^2 - \frac{E\alpha T(t)}{1-2\nu} \quad (3)$$

其中: $u_r(r, t)$ 为径向位移; $\sigma_r(r, t)$ 、 $\sigma_\theta(r, t)$ 分别为径向应力和环向应力; E 、 ν 、 ρ 、 α 分别为圆筒材料的弹性模量、泊松比、质量密度和线膨胀系数; μ_0 为真空磁导率; H_z 为磁场强度。

初始条件为:

$$u_r(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial u_r(r, 0)}{\partial t} = 0, \\ \sigma_r(r, 0) = 0, \quad \sigma_\theta(r, 0) = 0 \quad (4)$$

假设圆筒内、外表面不受面力作用,则边界条

件为:

$$\sigma_r(a, t) = 0, \quad \sigma_r(b, t) = 0 \quad (5)$$

2 求解方法

由于材料性质沿径向变化的不确定性,圆筒的动态响应不可能从控制方程(1)~(3)式中得出解析解,需要将解析法与数值法相结合,对磁热冲击下的任意梯度圆筒进行动态分析。

由(2)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r(r, t)}{\partial r} = & -\frac{\nu}{(1-\nu)r}u_r(r, t) + \\ & \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}\sigma_r(r, t) + \\ & \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2E(1-\nu)}\mu_0 H_z(t)^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha T(t) \end{aligned} \quad (6)$$

将(2)式、(3)式和(6)式代入(1)式,有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r(r, t)}{\partial r} = & \frac{E}{(1-\nu^2)r^2}u_r(r, t) - \\ & \frac{1-2\nu}{(1-\nu)r}\sigma_r(r, t) - \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)r}\mu_0 H_z(t)^2 - \\ & \frac{E}{(1-\nu)r}\alpha T(t) + \rho \frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (7)$$

由(6)式与(7)式可构成偏微分方程组,其矩阵形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial r} = \mathbf{G}\mathbf{R} + \mathbf{B} \quad (8)$$

其中: \mathbf{R} 为状态向量; \mathbf{G} 为系数矩阵; \mathbf{B} 为非齐次项矩阵。

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= [u_r(r, t) \quad \sigma_r(r, t)]^T, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} -\frac{\nu}{(1-\nu)r} & \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} \\ \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{E}{(1-\nu^2)r^2} & -\frac{1-2\nu}{(1-\nu)r} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2(1-\nu)E}\mu_0 H_z(t)^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha T(t) \\ -\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)r}\mu_0 H_z(t)^2 - \frac{E}{(1-\nu)r}\alpha T(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

\mathbf{G} 中含位移对时间的二阶偏导数项 $\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}$,且 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 中的材料性质均是关于径向坐标 r 的任意函

$$(\mathbf{B}_i)_k = \begin{bmatrix} \frac{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}{2(1-\nu_i)E_i}\mu_0 H_z^2 + \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\alpha T(t) \\ -\frac{1-2\nu_i}{2(1-\nu_i)h_i}\mu_0 H_z^2 - \frac{E_i}{(1-\nu_i)h_i}\alpha T(t) - \rho_i \frac{[g_{ri}(r, t)]_k}{\xi \Delta t^2} \end{bmatrix},$$

其中, $[g_{ri}(r, t)]_k$ 近似为 $[g_r(r_i, t_k) + g_r(r_{i-1}, t_k)]/2$ 。对(12)式两边积分,可得:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_i(r, t)]_k &= \mathbf{D}_i(r-r_{i-1})[\mathbf{R}_i(r_{i-1}, t)]_k + \\ & [\mathbf{H}_i(r, t)]_k, \end{aligned}$$

数,难以直接给出该问题的解析解。本文在时域上应用 Newmark 法对位移关于时间的二阶偏导数进行处理,在空间域上将非均质圆筒视为由大量均质圆柱壳层合而成。

用时刻 $t_0, t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$ 将时间 t 划分成等间隔的时间段, t_0 为初始时刻; Δt 为相邻两个时刻之间的间隔,即时间步长, $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ 。根据 Newmark 法, t_k 时刻位移对时间的二阶偏导数可近似为:

$$\left[\frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \right]_k = \frac{[u_r(r, t)]_k - [g_r(r, t)]_k}{\xi \Delta t^2} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} [g_r(r, t)]_k &= [u_r(r, t)]_{k-1} + \Delta t \left[\frac{\partial u_r(r, t)}{\partial t} \right]_{k-1} + \\ & \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \xi \right) \left[\frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \right]_{k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial u_r(r, t)}{\partial t} \right]_k &= \left[\frac{\partial u_r(r, t)}{\partial t} \right]_{k-1} + \left\{ (1-\zeta) \times \right. \\ & \left. \left[\frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \right]_{k-1} + \zeta \left[\frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial t^2} \right]_k \right\} \Delta t \end{aligned} \quad (11)$$

具体分析时通常取参数 $\xi=1/4, \zeta=1/2$ 。

由于空心圆筒中的材料性质随 r 变化,将圆筒划分为 N 层圆柱壳,第 i 层圆柱壳的厚度为 $d_i (i=1, 2, \dots, N)$,内、外半径分别记为 r_{i-1}, r_i ,因而 $r_i = a + d_1 + \dots + d_i, r_0 = a, r_N = b$ 。在第 i 层圆柱壳的系数矩阵 \mathbf{G} 和非齐次项矩阵 \mathbf{B} 中,取 $r = h_i = (r_i + r_{i-1})/2$,材料性质取该层圆柱壳中面处的参数值,则(8)式在每层圆柱壳中都成为一个常系数非齐次微分方程组,即状态方程。由(8)式~(11)式得到 t_k 时刻第 i 层圆柱壳的状态方程为:

$$\left(\frac{d\mathbf{R}_i}{dr} \right)_k = \mathbf{G}_i(\mathbf{R}_i)_k + (\mathbf{B}_i)_k \quad (12)$$

其中: $(\mathbf{R}_i)_k$ 为第 i 层圆柱壳在 t_k 时刻的状态向量, $(\mathbf{R}_i)_k = [u_{ri}(r, t) \quad \sigma_{ri}(r, t)]^T; r_{i-1} \leq r \leq r_i (i=1, 2, \dots, N)$ 。 $\mathbf{G}_i, (\mathbf{B}_i)_k$ 分别为:

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} -\frac{\nu_i}{(1-\nu_i)h_i} & \frac{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}{(1-\nu_i)E_i} \\ \frac{\rho_i}{\xi \Delta t^2} + \frac{E_i}{(1-\nu_i^2)h_i^2} & -\frac{1-2\nu_i}{(1-\nu_i)h_i} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_i(r-r_{i-1}) = \exp[\mathbf{G}_i(r-r_{i-1})],$$

$$[\mathbf{H}_i(r, t)]_k = \int_{r_{i-1}}^r \exp[\mathbf{G}_i(r-s)] (\mathbf{B}_i)_k ds \quad (13)$$

其中, $r_{i-1} < r \leq r_i$ 。

由(13)式和状态向量在层间的连续条件 $[\mathbf{R}_i(r_{i-1}, t)]_k = [\mathbf{R}_{i-1}(r_{i-1}, t)]_k$, 可以推导出 t_k 时刻圆筒内、外表面处状态向量之间的关系为:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_N(r_N, t)]_k &= \bar{\mathbf{D}}[\mathbf{R}_1(r_0, t)]_k + (\bar{\mathbf{H}})_k, \\ \bar{\mathbf{D}} &= \prod_{i=N}^1 \mathbf{D}_i(d_i), \\ (\bar{\mathbf{H}})_k &= \sum_{j=1}^{N-1} \prod_{i=N}^{j+1} \mathbf{D}_i(d_i) [\mathbf{H}_j(r_j)]_k + [\mathbf{H}_N(r_N)]_k \end{aligned} \quad (14)$$

在(14)式中应用边界条件(5)式, 可以求得圆筒内、外表面处 t_k 时刻的状态向量 $\mathbf{R}_1(r_0, t_k)$ 和 $\mathbf{R}_N(r_N, t_k)$, 再由(13)式进而可得 t_k 时刻任意位置处的状态向量 $\mathbf{R}_i(r, t_k)$ 。当 $N \rightarrow \infty$ 且 $d_i \rightarrow 0$ 时, N 层圆柱壳构成的层合圆筒将无限趋近于原来的非均质圆筒。具体分析中, 选择适当的圆筒分层数 N 和时间步长 Δt , 可以得到圆筒在任意时刻任意位置处足够精确的位移和应力分量。

3 数值算例与结果讨论

本文求解方法给出了受磁热冲击作用的轴对称非均质无限长圆筒动态响应的半解析解, 为检验本文解的正确性和有效性, 分别对均质圆筒、双层均质圆筒及含 FGM 的层合圆筒进行分析。为方便结果分析与讨论, 引入如下无量纲变换:

$$\begin{aligned} u_r^* &= \frac{2E_0 u_r}{\mu_0 H_z^2 (1+\nu)(1-2\nu)b}, \\ \sigma_r^* &= \frac{2\sigma_r}{\mu_0 H_z^2 (1+\nu)(1-2\nu)}, r^* = \frac{r}{b}, E^* = \frac{E}{E_0}, \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, \alpha^* = \frac{2E_0 \alpha}{\mu_0 H_z^2 (1+\nu)(1-2\nu)}, \\ t^* &= \frac{c_L t}{b}, c_L = \sqrt{\frac{E_0(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho_0}} \end{aligned} \quad (15)$$

其中: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m; c_L 为弹性波的传播速度; E_0, ρ_0 分别为弹性模量和质量密度参考值。

3.1 均质圆筒

为验证本文方法的正确性, 对受轴向磁冲击作用下均质圆筒的动态响应进行分析。圆筒内、外半径分别为 $a=0.002$ m, $b=0.020$ m; 材料性质 $E=11.93$ MPa, $\nu=0.26$, $\rho=7000$ kg/m³。数值分析过程中将圆筒均匀分层, 分别取 N 为 45、90、180、360, 时间步长 $\Delta t^*=0.1$ 。圆筒在不同 N 下无量纲时间 $t^*=2$ 时的无量纲径向位移 u_r^* 和径向应力 σ_r^* 沿径向 r^* 的分布如图 2、图 3 所示。从图 2

可以看出, N 为 45、90、180、360 时, u_r^* 沿 r^* 的分布曲线几乎重合, 说明 N 取不同值时对 u_r^* 的计算结果影响不大。由图 3 可知, N 的取值对 σ_r^* 沿 r^* 分布的影响较大, 随着 N 增加, σ_r^* 分布趋向收敛。当 $N=360$ 时, σ_r^* 沿 r^* 的分布曲线与 $N=180$ 时的结果几乎重合, 说明当 N 取 180 时, 可以得到足够精确的 σ_r^* 。

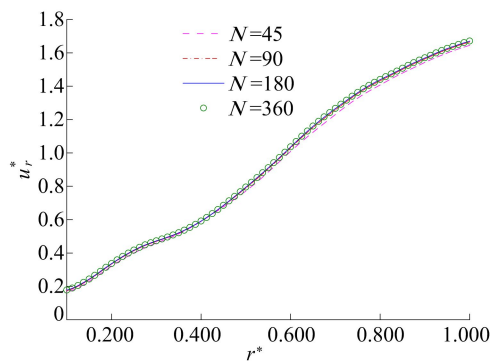


图 2 不同 N 下 u_r^* 沿 r^* 的分布

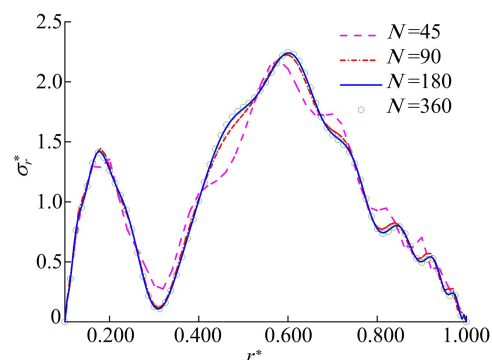


图 3 不同 N 下 σ_r^* 沿 r^* 的分布

径向位置 $r^*=1.000$ 处 u_r^* 随 t^* 的周期性振荡变化如图 4 所示。

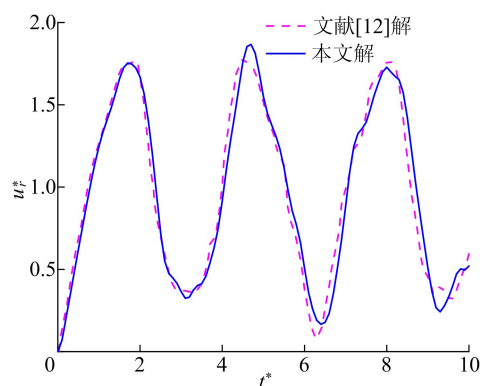


图 4 $r^*=1.000$ 处 u_r^* 随 t^* 的变化

从图 4 可以看出, 由本文方法得出的位移与文献[12]的结果吻合良好。

径向位置 $r^*=0.775$ 处 σ_r^* 随 t^* 的周期性振

荡变化如图 5 所示。由图 5 可知,本文方法得出的径向应力与文献[12]的结果存在一定的差距,但变化周期和幅值比较接近。考虑到动态问题分析过程中采用不同的求解方法,其结果会存在一定的差异^[4,6],可以认为无量纲应力的本文解与文献[12]结果的一致性较好。单层均质圆筒在磁冲击下的位移和应力分析证明了本文方法的正确性。

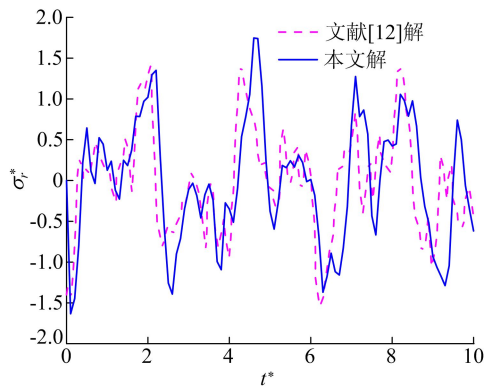


图 5 $r^* = 0.775$ 处 σ_r^* 随 t^* 的变化

3.2 双层均质材料组合圆筒

内层为氧化铝、外层为铝合金的双层圆筒,氧化铝分布区域为 $a \leq r < (a+b)/2$, 铝合金分布区域为 $(a+b)/2 \leq r \leq b$, $a=0.002 \text{ m}$, $b=0.040 \text{ m}$ 。双层圆筒受磁热冲击作用,热冲击的发生与磁冲击有一定的时间延迟,磁场和温度场分别为:

$$\begin{aligned} H_z(t^*) &= H_z H(t^*), \\ T(t^*) &= T_0 H(t^* - \tau_0^*) \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $H(t^*)$ 为 Heaviside 阶跃函数; τ_0^* 为延迟时间; H_z 为磁场强度, $H_z=1 \times 10^7 \text{ A/m}$; T_0 为温度改变量, $T_0=10 \text{ K}$ 。氧化铝材料性质参数取值为: $E_c=343 \text{ GPa}$, $\rho_c=3880 \text{ kg/m}^3$, $\alpha_c=8 \times 10^{-6} / \text{K}$ 。铝合金材料性质参数取值为: $E_m=70 \text{ GPa}$, $\rho_m=2688 \text{ kg/m}^3$, $\alpha_m=23.6 \times 10^{-6} / \text{K}$ 。2 种材料的泊松比均为 $\nu=0.33$; 设 $E_0=E_m$, $\rho_0=\rho_m$ 。为满足精度要求,将圆筒均匀分成 380 层,时间步长采用 $\Delta t^*=0.1$ 。 $r^*=0.275$ 处 u_r^* 、 σ_r^* 在不同延迟时间下随 t^* 的变化分别如图 6、图 7 所示。由图 6、图 7 可知: u_r^* 、 σ_r^* 均随 t^* 呈周期性振荡变化,振荡周期约为 2;磁热冲击同时作用($\tau_0^*=0$)时, u_r^* 、 σ_r^* 的振幅最大。热冲击较磁冲击有一定的时间延迟且延迟时间 $\tau_0^*=2$,即延迟时间近似等于振荡周期时,在第 1 个周期内, u_r^* 、 σ_r^* 的振幅较磁热冲击同时作用时的振幅有显著降低,但在后续周期内,磁热 2 种冲击下 u_r^* 、 σ_r^* 的变化曲线

比较接近,振幅几乎相同。当延迟时间 $\tau_0^*=1$,即延迟时间约为 1/2 振荡周期时, u_r^* 、 σ_r^* 的振幅均有显著降低。算例分析表明,当双层圆筒不可避免受磁热冲击时,通过避开 2 种冲击同时发生,选择合适的时间延迟能显著降低动应力的振幅。

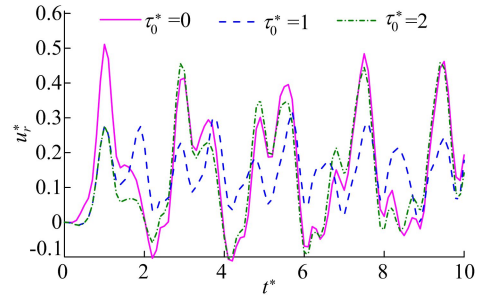


图 6 磁热冲击下双层圆筒中 $r^* = 0.275$ 处 u_r^* 随 t^* 的变化

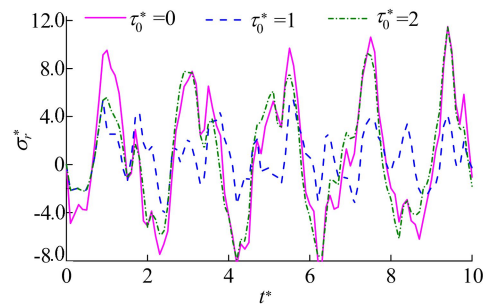


图 7 磁热冲击下双层圆筒中 $r^* = 0.275$ 处 σ_r^* 随 t^* 的变化

3.3 含 FGM 的双层圆筒

为考察功能梯度层对磁热冲击下圆筒位移和应力的影响,将 3.2 节中双层圆筒的内层和外层分别替换氧化铝-铝合金 FGM,材料性质呈指数函数分布,表达式为:

$$P = \begin{cases} P_m + (P_c - P_m) \frac{\exp\left(\frac{r_{\text{out}} - r}{r_{\text{out}} - r_{\text{in}}}\eta\right) - 1}{\exp \eta - 1}, & \eta \neq 0; \\ P_m + (P_c - P_m) \frac{r_{\text{out}} - r}{r_{\text{out}} - r_{\text{in}}}, & \eta = 0 \end{cases} \quad (17)$$

其中: P_c 、 P_m 分别为氧化铝和铝合金的材料性质; η 为 FGM 的梯度分布因子; $r_{\text{in}} \leq r \leq r_{\text{out}}$, r_{in} 、 r_{out} 分别为功能梯度层的内半径和外半径。圆筒内层替换为功能梯度层时, $r_{\text{in}}=a$, $r_{\text{out}}=(a+b)/2$; 圆筒外层替换为功能梯度层时, $r_{\text{in}}=(a+b)/2$, $r_{\text{out}}=b$ 。

双层圆筒内层和外层分别替换为功能梯度层,材料分布因子 $\eta=10$ 。试算表明,圆筒的分层数取 380、时间步长取 0.1 时,计算结果具有足够的精度。 $r^*=0.525$ 处, u_r^* 、 σ_r^* 随 t^* 的变化分别

如图 8、图 9 所示。从图 8 可以看出,内层替换为功能梯度层时, u_r^* 的振幅比未替换时的双层均质圆筒大很多,约为 4 倍;外层替换为功能梯度层时, u_r^* 的振幅与未替换时的圆筒相近。由图 9 可知,内层替换为功能梯度层时, σ_r^* 的振幅比未替换时的双层均质圆筒明显减小;而外层替换为功能梯度层时, σ_r^* 的振幅与未替换时相近。算例结果表明,将双层均质圆筒的内层材料换成 FGM 时,可以改变圆筒内位移和应力的峰值。

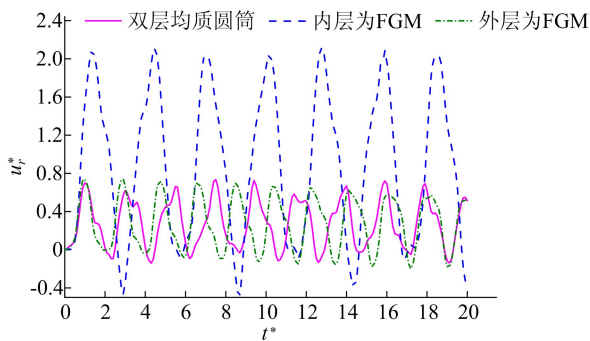


图 8 内、外层分别替换为功能梯度层时
 $r^*=0.525$ 处 u_r^* 随 t^* 的变化

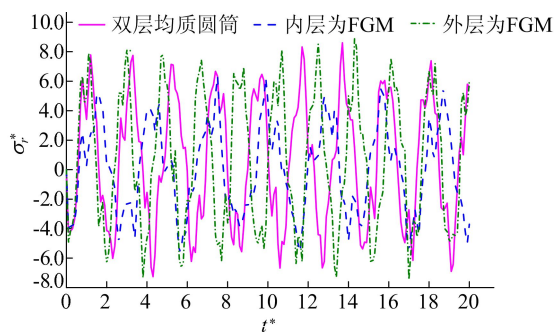


图 9 内、外层分别替换为功能梯度层时
 $r^*=0.525$ 处 σ_r^* 随 t^* 的变化

为分析材料梯度分布因子 η 对磁热冲击下位移和应力峰值的影响,取双层圆筒的内层为 FGM, η 分别取 -10、0、10。不同 η 下, $r^*=0.525$ 处 u_r^* 、 σ_r^* 随 t^* 的变化分别如图 10、图 11 所示。

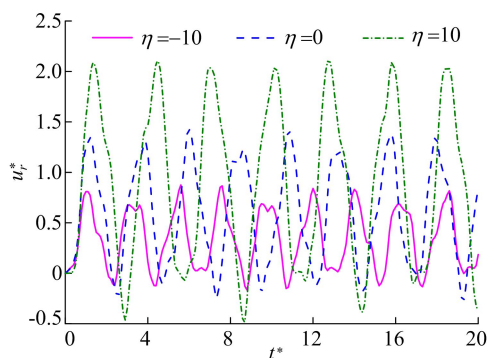


图 10 不同 η 下 $r^*=0.525$ 处 u_r^* 随 t^* 的变化

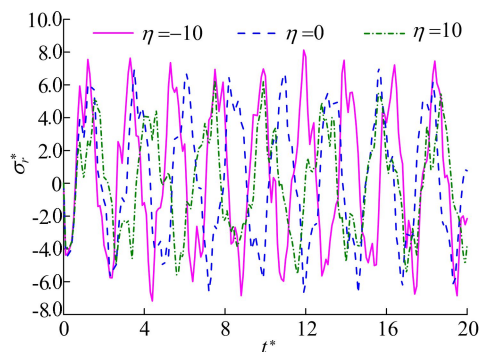


图 11 不同 η 下 $r^*=0.525$ 处 σ_r^* 随 t^* 的变化

从图 10 可以看出, u_r^* 的振幅与振荡周期均随着 η 增大而增大, $\eta=10$ 的位移幅值约为 $\eta=-10$ 时的 3.5 倍。由图 11 可知, σ_r^* 的振荡周期随着 η 增大而增大,而振幅随着 η 增大而减小。算例结果表明,改变 η 可以改变磁热冲击下位移和应力振幅,有效降低动应力的峰值。

4 结 论

本文在空间域应用状态空间法,在时域应用 Newmark 法,研究轴对称非均质无限长圆筒受磁热冲击时的动态响应,通过算例证实本文解的正确性和有效性,探讨双层均质材料组合圆筒、将其内层或外层换为功能梯度层时对缓解磁热冲击下圆筒动态响应的影响,分析功能梯度层梯度分布因子对磁热冲击下动应力峰值的影响,得到如下结论:

- (1) 得到的半解析解可用于任意梯度空心圆筒受磁热冲击作用时的动态响应分析。
- (2) 适当地延迟热冲击时间,可以显著降低磁热冲击下双层均质材料组合圆筒的动应力振幅。
- (3) 将双层圆筒内层材料更换为 FGM,选取合适的功能梯度分布因子,可有效降低磁热冲击下的圆筒内动应力的峰值。

[参 考 文 献]

- [1] 王熙,王灿,沈家瑶. 空腔球体热冲击问题的一种求解方法[J]. 南京理工大学学报,1995,19(6):565-568.
- [2] ESLAMI M R, BABAEI M H, POULTANGARI R. Thermal and mechanical stresses in a functionally graded thick sphere[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2005, 82(7): 522-527.
- [3] WANG X M, DAI H L. Magneto-thermodynamic stress and perturbation of magnetic field vector in a hollow cylinder[J]. Journal of Thermal Stresses, 2004, 27(3): 269-287.
- [4] DAI H L, WANG X. Magneto-thermo-electro-elastic transient response in a piezoelectric hollow cylinder subjected to

- complex loadings[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43: 5628-5646.
- [5] DAI H L, WANG X. Magnetoelastodynamic stress and perturbation of magnetic field vector in an orthotropic laminated hollow cylinder[J]. International Journal of Engineering Science, 2006, 44: 365-378.
- [6] TAHANI M, HOSSEINI S M, SAFARI A, et al. Transient and dynamic stress analysis of functionally graded thick hollow cylinder subjected to thermal shock loading using an analytical method[J]. Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, 2010, 4(8): 1346-1359.
- [7] SHARIYAT M, LAVASANI S M H, KHAGHANI M. Nonlinear transient thermal stress and elastic wave propagation analyses of thick temperature-dependent FGM cylinders, using a second-order point-collocation method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34(4): 898-918.
- [8] DAI H L, RAO Y N. Dynamic thermoelastic behavior of a double-layered hollow cylinder with an FGM layer[J]. Journal of Thermal Stresses, 2013, 36(9): 962-984.
- [9] ZEVEERDEJANI P K, KIANI Y. Radially symmetric response of an FGM spherical pressure vessel under thermal shock using the thermally nonlinear Lord-Shulman model[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2020, 182: 104065.
- [10] LOGHMAN A, PARSIA H. Exact solution for magneto-thermo-elastic behaviour of double-walled cylinder made of an inner FGM and an outer homogeneous layer[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2014, 88: 93-99.
- [11] HAJISADEGHIAN A, MASOUMI A, PARVIZI A. Investigating the magnetic field effects on thermomechanical stress behavior of thick-walled cylinder with inner FGM layer[J]. Journal of Thermal Stresses, 2018, 41(3): 286-301.
- [12] 钱伟东, 蒋泉. 磁场冲击下软磁材料空心圆柱体的瞬态响应[J]. 南通大学学报(自然科学版), 2016, 15(2): 35-39.
- [13] CHENG Z J N, JIANG Q. Transient response in a bi-material cylinder of soft ferromagnetic material subjected to magnetic shock[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2021, 34(2): 286-296.

(责任编辑 张淑艳)

(上接第 486 页)

- [3] 孙翔. 乳化沥青配方对冷再生混合料性能的影响[J]. 公路工程, 2018, 43(5): 232-236.
- [4] 李昊隆. 乳化沥青冷再生混合料早期强度发展规律研究[D]. 北京: 北京建筑大学, 2021.
- [5] 周璐, 黄卫东, 吕泉, 等. 不同改性剂对沥青黏结及抗水损害性能的影响[J]. 建筑材料学报, 2021, 24(2): 377-384.
- [6] 孙志林, 元帅, 马帅杰, 等. SBR 改性乳化沥青的制备及其快干性研究[J]. 长沙理工大学学报(自然科学版), 2020, 17(1): 32-40.
- [7] 李霞, SAUSAN T. 不同改性剂乳化沥青及冷拌冷铺乳化沥青混合料性能研究[J]. 公路工程, 2021, 46(1): 166-173.
- [8] 石福周, 贾小军, 王震, 等. 复合改性乳化沥青的制备及其微表处混合料路用性能[J]. 兰州理工大学学报, 2021, 47(2): 138-143.
- [9] WANG P P, TIAN X G, ZHANG R, et al. Effect of waterborne epoxy resin on properties of modified emulsified asphalt and its microstructure[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2021, 33(8): 04021177.
- [10] LI R, LENG Z, PARTL M N, et al. Characterization and modelling of creep and recovery behaviour of waterborne epoxy resin modified bitumen emulsion[J]. Materials and Structures, 2021, 54(1): 8.
- [11] 陈续鸿, 洪康, 王浩錡. 乙烯-乙酸乙烯酯改性沥青相容性研究[J]. 黑龙江科学, 2021, 12(4): 5-7.
- [12] 李俊禧, 尹应梅, 张荣辉, 等. 高聚物改性乳化沥青制备及路用性能研究[J]. 广东建材, 2020, 36(4): 11-15.
- [13] 交通部公路科学研究所. 公路沥青路面施工技术规范: JTG F40—2004[S]. 北京: 人民交通出版社, 2005: 11-12.
- [14] 交通运输部公路科学研究院. 公路工程沥青及沥青混合料试验规程: JTG E20—2011[S]. 北京: 人民交通出版社, 2011: 21-163.

(责任编辑 张淑艳)