

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.04.001

# 基于机器视觉的齿轮中心定位算法

任永强, 李掌珠, 李润

(合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:** 齿轮加工精度影响因素复杂, 精度测量要求高, 齿轮中心(基圆圆心)的定位精度在检测过程中至关重要。为降低工业视觉检测中缺陷与噪声对齿轮中心定位精度的影响, 文章提出一种齿顶圆弧分割结合改进随机抽样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法定位齿轮中心。对采集的齿轮图像采用 Canny 算子检测边缘, 使用 Freeman 码进行边缘跟踪; 以最小二乘法拟合得到圆心粗基准, 通过比较轮廓点到粗基准的距离快速分割出齿顶圆弧; 采用亚像素边缘与更精确的阈值对圆弧进行精分割, 并结合随机抽样一致性算法对圆弧进行拟合, 得到齿轮中心。实验结果表明该算法具有较高的定位精度和较强的实用性。

**关键词:** 边缘跟踪; 圆弧分割; 亚像素边缘; 随机抽样一致性(RANSAC); 中心定位

**中图分类号:** TP391.413 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2023)04-0433-06

## Gear center positioning algorithm based on machine vision

REN Yongqiang, LI Zhangzhu, LI Run

(School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The gear machining accuracy is affected by complex factors, which necessitates higher requirements for the accuracy measurement. The positioning accuracy of gear center(base circle center) is very important in the detection process. In order to reduce the impact of defects and noise on the positioning accuracy of gear center in industrial visual detection, this paper presents a method of tooth tip arc segmentation combined with improved random sample consensus(RANSAC) algorithm to locate the gear center. Canny operator is used to detect the edge of the collected gear image, Freeman code is used to track the edge, and the rough datum of the center of the circle is fitted by the least squares method. The tooth top arc is quickly segmented by comparing the distance between the contour point and the rough datum. The sub-pixel edge and more accurate threshold are used to accurately segment the arc, and the arc is fitted in combination with the RANSAC algorithm, so as to get the gear center. Experimental results show that the presented algorithm is accurate and applicable.

**Key words:** edge tracking; arc segmentation; sub-pixel edge; random sample consensus(RANSAC); center positioning

## 0 引言

机器视觉齿轮检测为非接触式的无损检测方法, 与传统人工检测相比, 具有不可取代的优越性。目前对齿轮研究多为缺陷检测和参数测量, 而齿轮各项参数的提取与测量均以齿轮中心(基

圆圆心)为基准, 并以该基准为参照表示出各个参数以及它们之间的联系, 因此齿轮中心定位是齿轮测量关键的一步, 后续各参数如分度圆<sup>[1]</sup>、齿根圆、齿数以及齿廓偏差<sup>[2-4]</sup>的测量精度均受到齿轮中心定位精度的直接影响。

齿轮中心定位方法较多。文献[5]以使用最

收稿日期: 2021-11-15; 修回日期: 2022-01-06

基金项目: 国家产业技术基础公共服务平台资助项目(2019-00899-2-1)

作者简介: 任永强(1968—), 男, 浙江东阳人, 博士, 合肥工业大学副教授, 硕士生导师。

小二乘法和重心法拟合得到带偏差的齿轮中心作为配准中心来检测齿轮缺陷,但存在无法避免的误差;文献[6]采用最小二乘法圆拟合与直线拟合相结合并逐次逼近的方法来确定齿轮中心,但该方法对齿轮的摆放位置有一定的要求且精度不高;文献[7]提出了基于齿轮外轮廓凸包顶点的齿顶圆检测方法,但该方法中凸包顶点的选取对噪声比较敏感,而且在实际工业环境中会存在相当多的干扰;文献[8]采用超最小二乘法拟合 CSS 检测出齿顶圆亚像素角点,但存在角点数量少、时间复杂度高的问题。

齿轮的轮廓模型较为复杂,在检测过程中对许多优秀的算法限制非常高。本文提出在边缘序列化的基础上对齿顶圆弧进行预分割与亚像素级分割,最后使用改进抽样策略的随机抽样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法拟合齿顶圆弧,在保证效率的同时提高检测的精度与鲁棒性。检测流程如图 1 所示。

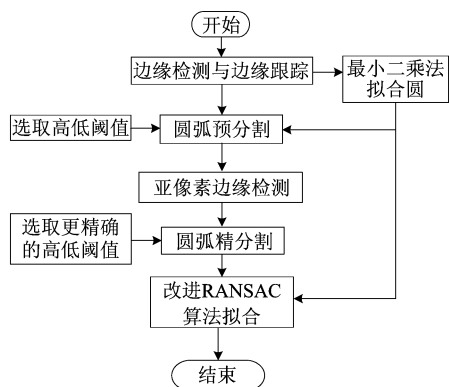


图 1 检测流程

## 1 边缘检测与跟踪

图像的边缘检测算法<sup>[9]</sup>有许多,其中 Canny 算子是一种非常实用的边缘定位算子。它首先采用高斯函数对图像进行平滑滤波以消除噪声,用  $f(x, y)$  表示二维图像;然后计算出平滑图像每个像素点的梯度和方向;再对梯度进行非极大值抑制,细化边缘;最后用双阈值算法定位和连接边缘,高阈值用于获取每条边缘线段,低阈值用于对这些边缘进行连接。

Canny 算子抑制了多响应边缘,具有高的边缘定位精度和一定的抗噪能力。图像的二维高斯函数的公式为:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

为了得到有序的边缘轮廓点且筛选掉轮廓中间可能存在的干扰边缘,需要对图像的边缘轮廓点进行跟踪连接。链码<sup>[10]</sup>(又称为 Freeman 码)是用曲线起始点的坐标和边界点方向代码来描述曲线或边界的方法,它用边界方向作为编码依据,为简化边界的描述,一般描述的是边界点集。它将物体边界上的某点设为起点,在其邻域内根据一定的规则搜索后续点,并给出每个后续点相对于前继点的方向编码。

常用的链码按照中心像素点邻接方向个数的不同分为 4 连通链码和 8 连通链码,而 8 连通链码正好与像素点的实际情况相符,能够准确地描述中心像素点与其邻接点的信息,具体如图 2 所示。

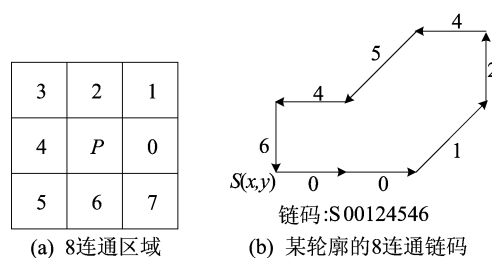


图 2 8 连通链码

本文采用基于 8 邻域边界 Freeman 链码。轮廓跟踪的算法如下:

(1) 将图像最左上角边界轮廓点  $P_0$  的坐标记录下来并作为搜索起点,以链码值  $D=0$  为最开始搜索方向。

(2) 在当前方向搜索不到新点时,以该方向为基准,顺时针旋转  $45^\circ$ ,逆时针旋转  $90^\circ$ ,每次以  $45^\circ$  递增并交替进行搜索,搜索到重复区域时,扩大搜索范围,以曼哈顿距离进行广度优先搜索,并记录该点坐标。

(3) 如果搜索到新的边界点,将此方向的  $D$  赋值给它前一个点,再以该点作为中心点,继续以该  $D$  值为方向重复步骤(2)。

(4) 当搜索到起点  $P_0$  时,结束搜索。

在一段轮廓的 Freeman 链码上,多数点前后链码方向变化的角度不超过  $90^\circ$ ,即链码差的绝对值大于 2 的概率很小。基于此规律,该搜索方法在步骤(2)中沿当前方向双向扩展新的方向,并在不邻接的边缘进行了广度优先搜索,在步骤(3)时将上一点的链码方向作为当前点的初始搜索方向。该方法提高了搜索效率,稳定性更高,其搜索

结果如图 3 所示。

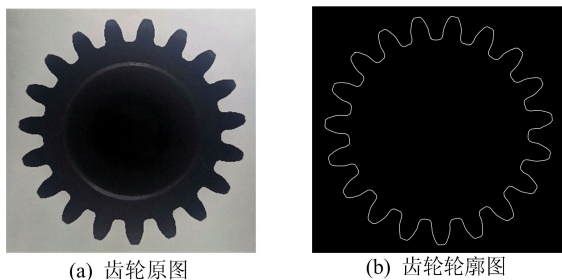


图 3 轮廓检测及跟踪处理前、后对比

## 2 圆弧分割

齿轮轮廓的拟合难点在于其模型是由多种曲线组成且不具备旋转不变性。许多模型拟合算法(如 RANSAC、Hough 圆检测)因圆弧在整体轮廓上占比太小而出现检测时间长、精度低的问题;而非模型拟合算法(如最小二乘法)因无法分离偏离的样本点,从而检测精度易受干扰。因此,将齿顶圆弧分割出来是很有必要的。

### 2.1 阈值分析

理想情况下,齿顶圆弧上不同的点相对齿轮中心的距离差为 0,而渐开线齿廓上不同点到齿轮中心的距离差较大,可以设定一个极小的距离差阈值将 2 种曲线区分开。但是由于硬件误差、噪声干扰以及齿轮本身的缺陷,能否存在一个合适的阈值以及该阈值的取值范围需要进一步分析。

阈值分析示意图如图 4 所示。

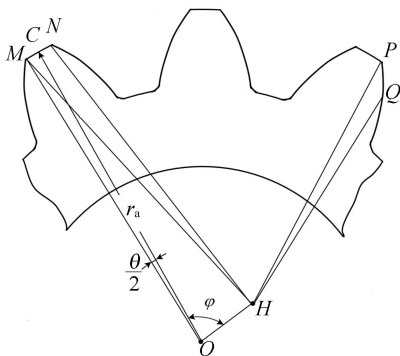


图 4 阈值分析示意图

图 4 中:O 为齿轮理论中心;齿顶圆半径  $r_a = R$ ;C 为齿顶圆弧 MN 的中点;H 为最小二乘法得到的偏离中心。分析在偏移程度为  $r$  的情况下,圆弧 MN 与渐开线齿廓 PQ 上的点到 H 距离差的最大值或最小值。

(1) MN 所对的圆心角为  $\theta$ ,OC 与 OH 的夹角为  $\varphi$ ,易知在 MN 圆弧上,M、N 为离 H 最远或最近的点。最大距离差为:

$$\Delta d = |l_{HN} - l_{HM}| \quad (2)$$

其中, $l_{HN}$ 、 $l_{HM}$ 可由余弦公式求得。由于图形具有对称性,只分析区间  $\varphi \in [0, \pi]$  的最大值  $\Delta d$ 。令  $\Delta d$  对  $\varphi$  求导并对分子求其零点进行单调性分析,当

$$\varphi = \cos^{-1} \left[ \frac{Rr}{(R^2 + r^2) \cos \frac{\theta}{2}} \right] \quad (3)$$

此时, $\Delta d$  取得最大值。

(2) 由于渐开线齿廓上的连续线段 PQ 到 H 的距离差主要由其本身的曲线特性决定,忽略  $r$  的微小波动,以渐开线齿廓与齿顶圆的交点 P 为起点,取一段与 MN 长度相等的圆弧 PQ,渐开线齿廓笛卡尔坐标表达式为:

$$\begin{cases} x(\alpha) = r_b(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha), \\ y(\alpha) = r_b(\cos \alpha - \alpha \sin \alpha) \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\alpha$  为压力角; $r_b$  为基圆半径。 $\alpha_P$  可直接求得, $\alpha_Q$  由下式积分反解可得:

$$l_{PQ} = \int_{\alpha_Q}^{\alpha_P} \sqrt{x'(\alpha)^2 + y'(\alpha)^2} d\alpha \quad (5)$$

则最小距离差为:

$$\Delta d = | \sqrt{x_P^2 + y_P^2} - \sqrt{x_Q^2 + y_Q^2} | \quad (6)$$

以参数  $m=2.25$ 、 $Z=26$  的标准直齿圆柱齿齿轮为例,通过 Solidworks 仿真实验可得其中心偏离约为 0.4 mm,结合上述分析过程,可在距离差上限与下限之间选取高阈值  $T_h$  与低阈值  $T_l$ 。高阈值用于快速区分渐开线齿廓,低阈值用于实现圆弧的精确分割。

### 2.2 圆弧预分割

通过上节分析选取合适的阈值  $T_h$ 、 $T_l$ ,在边缘跟踪后的有序轮廓上使用最小二乘法进行圆拟合,将得到的齿轮偏离中心 H 与齿顶圆半径 R 作为粗基准,从轮廓起点开始遍历,算法如下:

(1) 计算第  $p$  点与第  $p+n$  点到 H 的距离,若都大于 R 且其差值小于  $T_h$ ,则进入下一步。

(2) 从第  $p+n$  点依次计算至第  $p+2n$  点到 H 的距离,并与第  $p+n$  点到 H 的距离做差,若所有差值都小于  $T_l$ ,则认为此处存在圆弧,记录最大的距离差  $\Delta d_{max}$  并进入下一步,否则从第  $p+n$  点开始重复步骤(1)。

(3) 以步骤(2)满足条件的  $n$  个点的距离均值  $\bar{d}$  为标准值,令  $T_{new} = \min(2\Delta d_{max}, T_l)$  为阈值,

向增序逐点生长,若下点  $|d-\bar{d}| < T_{\text{new}}$ , 则将该点计入圆弧。

(4) 当生长点的个数达到  $n$  时,更新  $\bar{d}$ ,继续生长。

(5) 生长条件不满足时,停止生长,从第  $p$  点以更加精确的  $\bar{d}$ 、 $T_{\text{new}}$  进行二次逆序增长,直到不满足条件后将圆弧标记序号,从下一个新点重新开始步骤(1)。

(6) 遍历至终点时结束算法。

分割得到的齿顶圆弧如图 5 所示。

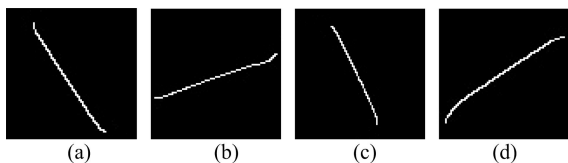


图 5 间隔  $90^\circ$  的 4 种位置圆弧

### 2.3 亚像素圆弧分割

预分割出的圆弧曲率较大,像素级的坐标不足以表征圆弧属性且样本点数量不够多,难以满足高精度要求。本文在将像素级圆弧坐标映射回原图坐标  $(i, j)$  的基础上,对原图坐标邻域内的点  $P(i, j)$ 、 $P(i+1, j)$ 、 $P(i, j+1)$ 、 $P(i+1, j+1)$  采用双线性插值公式:

$$G(i+x, j+y) = (1-y)(1-y)P(i, j) + x(1-y)P(i+1, j) + y(1-x)P(i, j+1) + (1-x)(1-y)P(i+1, j+1) \quad (7)$$

以此来对坐标五等分细化,其中  $x, y$  为  $i, j$  的增量值。对重新得到的图像求解出其梯度图像  $R(i, j)$ , 在梯度图像  $X$  方向上取  $R(i, j)$ 、 $R(i+0.2, j)$ 、 $R(i+0.4, j)$ 、 $R(i+0.6, j)$ 、 $R(i+0.8, j)$  5 个点,以 5 个点的梯度幅值作为函数值,以  $i, i+0.2, i+0.4, i+0.6, i+0.8$  为插值点,代入多项式插值公式,即

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{x-x_i}{x_k-x_i} y_k \quad (8)$$

令  $df(x)/dx=0$ , 从而得到亚像素边缘坐标。对亚像素坐标以更精确的阈值  $T_h, T_l$  进行筛选。

亚像素插值方法的计算量比较大,本文仅在预分割所得圆弧上进行亚像素插值,从样本点精度和样本点数量上优化了拟合样本,所耗时间约为整个轮廓插值的  $1/10$ , 极大地提高了运行效率。

## 3 改进 RANSAC 算法拟合

为了保证在不同程度、不同类别缺陷情况下

都能准确地检测出圆弧,分割阈值通常不会太靠近齿顶圆弧的理论上限,此时分割的圆弧会带有少数的离群点,且其分布类似于计算机中的局部性原理,因此本文提出一种改进抽样策略的 RANSAC 算法来拟合齿顶圆。

### 3.1 RANSAC 算法原理

RANSAC 算法<sup>[1]</sup>的输入是一组包含局内点(inliers)和局外点(outliers)的观测数据,那些偏差不大的数据是局内点,偏差大的数据是局外点,它采用迭代的方式从一组包含局外点的被观测数据中估算出已知数学模型的参数。该算法基本流程如下:

(1) 从样本集中随机选取  $n$  个样本,计算得到模型参数(如直线  $n=2$ , 圆  $n=3$ )。

(2) 判断模型参数的质量(计算符合该模型的局内点数量,数量越多越好)。

(3) 重复上述步骤,记录质量最好的模型;满足迭代条件时退出(达到迭代次数  $K$ )。

### 3.2 改进抽样策略的 RANSAC 算法

在计算机底层中存在局部性原理,即在一段时间内,程序访问了某个存储单元,其附近的存储单元也将被访问。本文中的轮廓边缘点不同于随机分布的数据点,其在空间上是有序相邻的,类似于此原理,在一段轮廓点中若存在一个局外点,则该点附近的点大概率是局外点。随机抽样的点越近,其误差的放大程度就越高。基于以上两点,本文在使用 RANSAC 算法拟合时对样本点的选取不再是随机的,而是将分割得到的齿顶圆弧分类整合,一个轮齿上的圆弧应该属于同一类,每一个样本点都来自不同的类。

改进算法流程如下:

(1) 检查序号 1 圆弧的开始点与序号最大的圆弧结束点的距离  $d$ , 若  $d < \pi m/2$ , 则标记为类 1, 将最大序号递减后再重复此步骤,直到不满足条件。

(2) 按序号从小到大对第  $N$  类圆弧的结束点与后一段圆弧的开始点计算距离  $d$ , 当  $d < \pi m/2$  时,将后一段圆弧的类别改为  $N$ , 若不满足则将类别改为  $N+1$ , 对此圆弧重复此步骤直到最大序号。

(3) 随机抽取 3 类不同圆弧,从每一类中随机抽取一个样本,根据 3 个样本计算得到圆的模型后判断模型质量。

(4) 重复步骤(3),达到迭代次数  $K$  后,选取质量最好的模型作为齿顶圆,此时的圆心即齿轮中心。

改进算法避免了在误差较大的模型上进行模型质量判断,缩短了拟合时间。

#### 4 实验结果与分析

本文实验环境为:Ubuntu 18.04 系统, Intel Core i7 处理器,16 GiB 内存(RAM),相机分辨率为  $2\,448 \times 2\,048$ ,实验平台为 CLion 2013,程序编写使用 C++ 编程语言与 OpenCV 开源库。

实验图片采集自某公司自动化生产线的转台电机传动齿轮。为减少随机性带来的误差以及提供同一个对比标准值,在齿轮原图(实验 1)上人为加入缺陷(实验 2)和噪声(实验 3)干扰,如图 6 所示,通过多组图片在不同条件下的齿轮中心定

位实验进行算法性能的对比。

选取其中一组在缺陷和噪声干扰下分别使用本文算法、最小二乘法以及文献[7]算法进行中心定位实验,实验结果见表 1 所列。

将实验 2、实验 3 的中心坐标与实验 1 的中心坐标做差,取其较大差值作为评估其稳定性的标准,10 组实验的结果如图 7 所示。

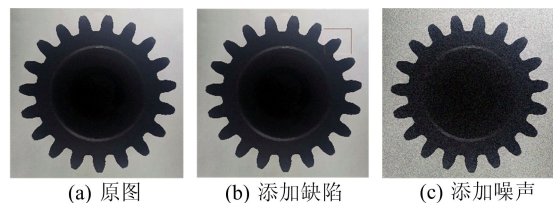


图 6 实验条件

表 1 齿顶圆拟合对比

实验	算法	齿顶圆直径 $D_a$ /mm	$D_a$ 误差	齿轮中心坐标	$t$ /ms
1	本文算法	45.008 7	0.008 7	(24.579,25.261)	68
	最小二乘法			(24.571,25.252)	9
	文献[7]算法	45.025 6	0.025 6	(24.582,25.267)	24
2	本文算法	44.992 8	0.007 2	(24.581,25.260)	66
	最小二乘法			(24.554,25.236)	9
	文献[7]算法	45.025 3	0.025 3	(24.580,25.266)	24
3	本文算法	45.008 4	0.008 4	(24.580,25.263)	69
	最小二乘法			(24.581,25.258)	9
	文献[7]算法	45.041 3	0.041 3	(24.574,25.272)	27

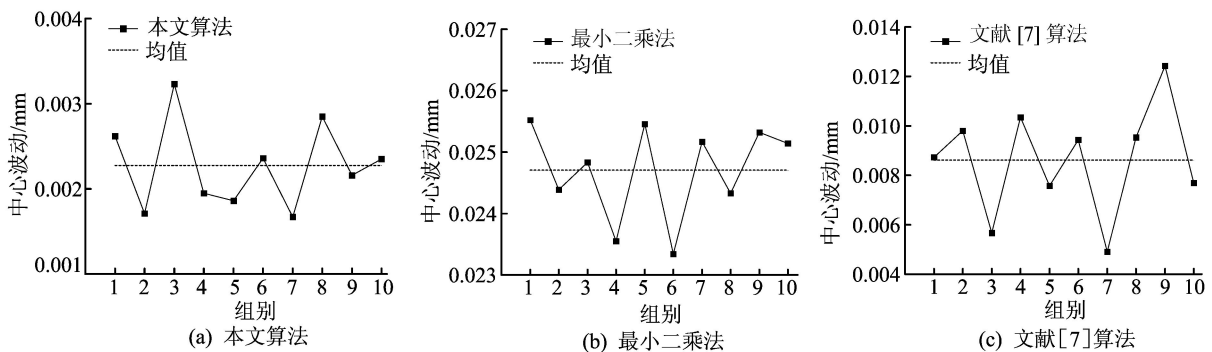


图 7 不同算法的中心坐标波动分布

从实验结果可以看出:最小二乘法的拟合精度最低,在干扰影响下其中心定位波动最大可达 0.025 5 mm;文献[7]算法的拟合精度较高,但在噪声干扰下凸包顶点的选取精度受到影响而呈现较大波动。

从图 7 可以看出,得益于 RANSAC 算法的抗干扰性与亚像素边缘的高精度,本文算法在齿顶圆直径与中心定位的精度上表现良好且稳定,检测速度虽不如其他 2 种算法,但在改进之后足以满足实际工业检测的要求。

#### 5 结 论

本文提出一种基于亚像素圆弧分割与改进 RANSAC 算法相结合的定位方法来解决在实际工业检测中齿轮中心定位精度不高、抗干扰能力差的问题。使用 Canny 算子检测齿轮边缘并使用 Freeman 码进行边缘跟踪,以最小二乘法得到的圆心作为粗基准,在分析圆弧分割阈值的取值范围后,使用两次分割算法得到齿顶圆弧,最后使

(下转第 446 页)

- [8] 王辉向. 东段广洪基于蚁群算法的产品拆卸序列规划研究[J]. 计算机集成制造系统, 2006(9):1431-1437.
- [9] 张雷, 刘志峰, 杨明, 等. 基于解释结构模型的产品零部件拆卸序列规划[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(4):667-675.
- [10] 吴昊, 左洪福. 基于改进遗传算法的选择性拆卸序列规划[J]. 航空学报, 2009, 30(5):952-958.
- [11] 张雷, 彭宏伟, 卞本阳, 等. 复杂产品并行拆卸建模及规划方法研究[J]. 中国机械工程, 2014, 25(7):937-943.
- [12] 张秀芬, 胡志勇, 蔚刚, 等. 基于联接元的复杂产品拆卸模型构建方法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(9):122-130.
- [13] 任亚平. 废旧产品拆卸序列规划问题建模与优化研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
- [14] ZHANG H C, KUO T C. A graph-based approach to disassembly model for end-of-life product recycling [C]// IEEE/CPMT International Electronics Manufacturing Technology Symposium. [S. l.]: IEEE, 1996:247-254.
- [15] 尹凤福, 杜泽瑞, 李林, 等. 基于双种群遗传算法的废旧智能手机拆卸序列规划[J]. 机械工程学报, 2021, 57(17):226-235.
- [16] YANG Y S, YUAN G, ZHUANG Q W. Multi-objective low-carbon disassembly line balancing for agricultural machinery using MDFOA and fuzzy AHP [J]. Journal of Cleaner Production, 2019, 233:1465-1474.
- [17] LIU Q, LI Y L, FANG Y L. Many-objective best-order-sort genetic algorithm for mixed-model multi-robotic disassembly line balancing[J]. Procedia CIRP, 2019, 83:14-21.
- [18] TSENG H E, CHANG C C, LI J D. Modular design to support green life-cycle engineering[J]. Pergamon, 2008, 34(4):2524-2537.
- [19] 赵柏萱, 刘检华, 宁汝新. 一种基于运动规划的选择拆卸序列规划技术[J]. 机械工程学报, 2014, 50(7):136-145.
- [20] XU W J, TANG Q, LIU J Y. Disassembly sequence planning using discrete bees algorithm for human-robot collaboration in remanufacturing[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2020, 62:641-650.
- [21] 任亚平, 郭洪飞, 张超勇, 等. 考虑产品制造过程内含能的选择性拆解规划能耗优化研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(6):200-210.
- [22] 汤可石, 王玉琳. 产品拆卸过程的碳排放分析[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2017, 40(1):18-23.
- [23] BAHUBALENDRUNI M V A R, VARUPALA V P. Disassembly sequence planning for safe disposal of end-of-life waste electric and electronic equipment[J]. National Academy Science Letters, 2021, 44(3):243-247.
- [24] TSENG H E, CHANG C C, LEE S C. Hybrid bidirectional ant colony optimization (hybrid BACO): an algorithm for disassembly sequence planning [J]. Pergamon, 2019, 83:45-56.

(责任编辑 胡亚敏)

**(上接第 437 页)**

用改进抽样策略的 RANSAC 算法拟合齿顶圆得到精确的齿轮中心。实验结果表明, 本文算法在轮廓存在缺陷、图像受到噪声干扰的情况下依然具有较高的定位精度, 具有较强的实用性。

**[参 考 文 献]**

- [1] 冯鹏鹏, 曾志强, 李忠华, 等. 基于视觉技术的尼龙齿轮分度圆测量[J]. 制造技术与机床, 2020(1):132-135.
- [2] 汤洁, 刘小兵, 李睿. 未知参数小模数齿轮齿距和齿廓偏差视觉测量[J]. 光学精密工程, 2021, 29(1):100-109.
- [3] 支珊, 赵文珍, 段振云, 等. 视觉测量齿轮定位偏心对齿距测量精度的影响[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(2):205-212.
- [4] 程敏杰. 基于机器视觉的直齿轮在线测量方法研究[D]. 上海: 华东理工大学, 2020.
- [5] 魏效玲, 崔岳, 王晓鹏. 基于机器视觉的轮齿缺陷检测研究[J]. 煤矿机械, 2020, 41(9):35-37.
- [6] 王宁, 段振云, 赵文辉, 等. 视觉检测中齿轮外轮廓分段[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2016(4):117-120.
- [7] 邵勇, 张钰婷, 顾桂鹏, 等. 基于最小凸包的直齿圆柱齿轮检测方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(9):1385-1393.
- [8] 孔盛杰, 黄翔, 周蒯, 等. 基于机器视觉的齿形结构齿顶圆检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(4):247-255.
- [9] 杨婷婷, 顾梅花, 章为川, 等. 彩色图像边缘检测研究综述[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(9):2566-2571.
- [10] 刘相湖, 王涛, 张小哲. 对 Freeman 链码分析的角点检测算法[J]. 计算机系统应用, 2018, 27(4):202-208.
- [11] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography [J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6):381-395.

(责任编辑 胡亚敏)