

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.03.003

# 基于电子齿轮箱的内齿珩轮强力 珩齿轮廓误差补偿控制研究

吴佳璐<sup>1,2</sup>, 夏链<sup>1,2</sup>, 韩江<sup>1,2</sup>, 田晓青<sup>1,2</sup>, 黄晓勇<sup>1,2</sup>

(1. 合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省智能数控技术及装备工程实验室, 安徽 合肥 230009)

**摘要:**多轴控制系统的轮廓误差具有强耦合特点, 由于是多轴联动产生的结果, 仅提高单轴的跟踪精度不一定能降低轮廓误差。为降低珩齿多轴控制系统的齿面轮廓误差, 进一步提高珩齿的加工精度, 文章提出一种简单有效的补偿控制策略。分析珩齿机的机床结构, 根据珩齿多轴电子齿轮箱(electronic gearbox, EGB)控制系统的数学模型推导出基于齿轮啮合原理和坐标变换的齿面轮廓误差数学模型, 并设计出一种简单的齿面轮廓误差补偿控制器。仿真和实验结果表明, 所提出的补偿控制策略对降低齿面轮廓误差有显著的效果。该方法对提高珩齿实际加工精度具有一定的指导意义。

**关键词:**内齿珩轮强力珩齿; 多轴控制系统; 电子齿轮箱(EGB); 轮廓误差; 补偿

**中图分类号:** TG618.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2023)03-0303-06

## Research on contour error compensation control of internal gear power honing based on electronic gearbox

WU Jialu<sup>1,2</sup>, XIA Lian<sup>1,2</sup>, HAN Jiang<sup>1,2</sup>, TIAN Xiaoqing<sup>1,2</sup>, HUANG Xiaoyong<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Engineering Laboratory of Intelligent CNC Technology and Equipment, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The contour error of multi-axis control system has the characteristics of strong coupling, only improving the tracking accuracy of single axis does not necessarily reduce the contour error, because the contour error is the result of multi-axis linkage. In this paper, a simple and effective compensation control strategy is proposed to reduce the tooth profile error of gear honing multi-axis control system and further improve the machining accuracy of gear honing. The structure of gear honing machine is analyzed, and according to the mathematical model of gear honing multi-axis electronic gearbox(EGB) control system, the mathematical model of tooth profile error based on gear meshing principle and coordinate transformation is deduced. A simple compensation controller for tooth profile error is designed. The simulation and experimental results show that the proposed compensation control strategy has a significant effect on reducing the tooth profile error. This method is valuable for improving the actual machining accuracy of gear honing.

**Key words:** internal gear power honing; multi-axis control system; electronic gearbox(EGB); contour error; compensation

收稿日期: 2021-05-07; 修回日期: 2021-06-17

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2020YFE0201000-3); 国家自然科学基金资助项目(52075142)

作者简介: 吴佳璐(1996—), 男, 河南郑州人, 合肥工业大学硕士生;

夏链(1964—), 女, 四川乐山人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师;

韩江(1963—), 男, 河南洛阳人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师, 通信作者, E-mail: jianghan@hfut.edu.cn.

## 0 引 言

内齿珩轮强力珩齿工艺因其加工后的工件齿轮具有较高的精度,并且齿面形成的“人”字形纹路能有效降低齿轮传动时的噪声,受到越来越多学者的关注和研究<sup>[1]</sup>。珩齿机作为多轴控制系统,依靠多轴联动来完成珩齿的加工任务。提高多轴控制系统轮廓精度的方法有 2 种:① 降低各单轴的跟踪误差,间接提高该系统的轮廓精度;② 利用控制算法直接提高系统的轮廓精度,如交叉耦合和任务坐标系<sup>[2]</sup>。文献[3]将电子齿轮箱(electronic gearbox, EGB)与交叉耦合算法结合,提出一种 EGB 交叉耦合控制器,提高了滚齿的加工精度;文献[4]在双轴平台上建立了正交的全局任务坐标系,计算出的轮廓误差能精确地逼近实际轮廓误差的一阶近似值,将轮廓控制简化为其中一个轴的简单调节;文献[5]根据伺服轴的动态特性匹配,运用一种简单的方法将轮廓误差解耦为各轴分量补偿到控制器的速度环和转矩环中,提高各轴动力学的稳定性;文献[6]提出一种高精轮廓误差估计策略,并将轮廓误差的轴分量补偿至各轴的伺服环中,提高了多轴控制系统的轮廓精度;文献[7]将轮廓误差的轴分量按一定比例补偿到各轴的位置指令中,仿真和实验的结果表明该方法能显著减小轮廓误差,并易于在数控系统中实现。虽然关于多轴控制系统轮廓误差的研究有很多,但关于珩齿方面的研究较少,因此本文旨在提出一种珩齿多轴控制系统的齿面轮廓误差补偿控制策略。

为降低珩齿多轴控制系统的齿面轮廓误差,本文在现有研究的基础上,对珩齿的齿面轮廓误差数学模型进行推导,设计出一种简单的补偿控制器。仿真和实验结果证明所提出的补偿策略能有效降低齿面轮廓误差,提高珩齿加工精度。

## 1 齿面轮廓误差分析和建模

### 1.1 珩齿工艺的基本原理

内齿珩轮强力珩齿机如图 1 所示。

该机床机构由 7 根数控轴组成:A 轴实现珩磨轮的翻转运动,调整轴交角;B 轴实现珩磨轮的偏转运动;X 轴实现珩磨轮沿工件径向方向的进给运动;C<sub>1</sub> 轴是刀具主轴,实现珩磨轮的旋转运动;C<sub>2</sub> 轴是工件齿轮的旋转轴;Z<sub>1</sub> 轴实现珩磨轮沿工件轴向方向的进给运动;Z<sub>2</sub> 轴实现工件主轴箱辅助运动。

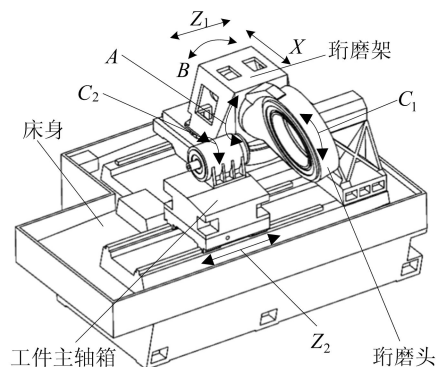


图 1 内齿珩轮强力珩齿机的机床结构

珩齿工艺的基本原理是展成法,展成运动主要由 C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub> 和 Z<sub>1</sub> 三轴联动来实现,该过程可以看作是由珩磨轮和工件齿轮组成的一对交错轴斜齿轮的啮合运动。在珩齿机的数控系统中嵌入 EGB 模块,可以实现这一运动关系。

EGB 的数学模型为:

$$n_{c_2} = \frac{N_1}{N_2} n_{c_1} + \frac{2 \sin \beta_g}{m_n N_{C_2}} v_{Z_1} \quad (1)$$

其中: $n_{c_1}$ 、 $n_{c_2}$  为珩磨轮和工件齿轮的转速; $v_{Z_1}$  为珩磨轮沿工件轴向的进给速度; $N_1$ 、 $N_2$  为珩磨轮和工件齿轮的齿数; $m_n$  为法面模数; $\beta_g$  为工件齿轮螺旋角。

### 1.2 珩齿的齿面轮廓误差数学模型

齿面轮廓误差定义为理论齿面与实际齿面之间的法向偏差。设  $S_1(O_1-x_1y_1z_1)$ 、 $S_2(O_2-x_2y_2z_2)$  为珩磨轮和工件齿轮的固定坐标系, $S_h(O_h-x_hy_hz_h)$ 、 $S_g(O_g-x_gy_gz_g)$  为珩磨轮和工件齿轮的固联坐标系,它们之间的坐标变换如图 2 所示。

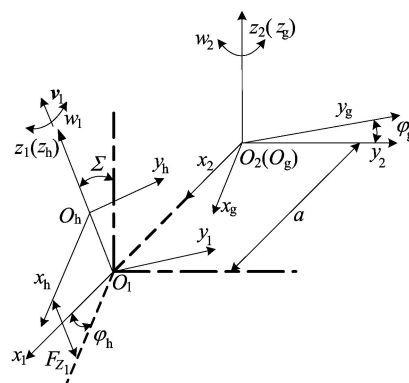


图 2 珩磨轮和工件齿轮的坐标变换示意图

珩磨轮渐开线斜齿面任意一点的方向向量  $r_h$  和法向量  $n_h$ <sup>[8]</sup> 为:

$$r_h(u_h, \theta_h) =$$

$$\begin{bmatrix} r_{bh} \cos(\sigma_0 + u_h + \theta_h) + r_{bh} \sin(\sigma_0 + u_h + \theta_h) \\ r_{bh} \cos(\sigma_0 + u_h + \theta_h) - r_{bh} \sin(\sigma_0 + u_h + \theta_h) \\ p_h \theta_h \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{n}_h(u_h, \theta_h) = \frac{\partial \mathbf{r}_h(u_h, \theta_h)}{\partial u_h} \times \frac{\partial \mathbf{r}_h(u_h, \theta_h)}{\partial \theta_h} \quad (2)$$

其中:  $u_h, \theta_h$  为珩磨轮的齿面参数,其取值范围可以根据齿宽、齿顶圆半径和齿根圆半径计算;  $r_{bh}$  为珩磨轮的基圆半径;  $\sigma_0$  为渐开线的起始角;  $p_h$  为螺旋参数,表示珩磨轮齿面上的一点绕  $z_h$  转动单位角度后在  $z_h$  方向移动的距离。参数计算方法如下:

$$\begin{cases} \sqrt{(r_{fh}/r_{bh})^2 - 1} \leq u_h \leq \sqrt{(r_{ah}/r_{bh})^2 - 1}, \\ 0 \leq \theta_h \leq b_h/p_h \end{cases} \quad (3)$$

$$p_h = \frac{r_{bh}}{\tan \beta_{bh}} \quad (4)$$

其中:  $\beta_{bh}$  为珩磨轮基圆螺旋角;  $b_h$  为珩磨轮的齿宽;  $r_{fh}, r_{ah}$  为珩磨轮的齿根圆半径和齿顶圆半径。

运用坐标变换原理<sup>[9]</sup>,在  $S_g$  坐标系中,工件齿轮齿面上任意一点的方向向量  $\mathbf{r}_g$  和法向量  $\mathbf{n}_g$  为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_g(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) &= \\ \mathbf{M}_{gh}(\varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) \mathbf{r}_h(u_h, \theta_h), \\ \mathbf{n}_g(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) &= \\ \mathbf{L}_{gh}(\varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) \mathbf{n}_h(u_h, \theta_h) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_{gh}(\varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) = \mathbf{M}_{g2}(\varphi_g) \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{1h}(\varphi_h, F_{Z_1}) \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_{g2}(\varphi_g) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_g & \sin \varphi_g & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_g & \cos \varphi_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & \cos \Sigma & -\sin \Sigma & 0 \\ 0 & \sin \Sigma & \cos \Sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{1h}(\varphi_h, F_{Z_1}) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_h & -\sin \varphi_h & 0 & 0 \\ \sin \varphi_h & \cos \varphi_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & F_{Z_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

其中:  $\mathbf{M}_{gh}(\varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1})$  为从坐标系  $S_h$  到  $S_g$  的坐标变换矩阵;  $\mathbf{L}_{gh}(\varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1})$  为矩阵  $\mathbf{M}_{gh}$  的左上  $3 \times 3$  子矩阵;  $\Sigma$  为轴交角;  $a$  为加工时珩磨轮与工件齿轮的中心距;  $\varphi_h, \varphi_g$  为珩磨轮和工件齿轮转过的角度;  $F_{Z_1}$  为珩磨轮沿工件齿轮轴向进给的距离。

由齿轮啮合原理<sup>[10]</sup>,珩磨轮和工件齿轮的齿面啮合方程可以描述为:

$$\begin{cases} f_1(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) = \mathbf{n}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \varphi_h} = 0, \\ f_2(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) = \mathbf{n}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial F_{Z_1}} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

综上,工件齿轮齿面上任意一点的方向向量  $\mathbf{r}_g$  和法向量  $\mathbf{n}_g$  可以通过联立(2)式、(5)式、(7)式求出。用  $\varphi_n', \varphi_g'$  和  $F_{Z_1}'$  表示  $C_1, C_2$  和  $Z_1$  轴的实际位置,那么工件齿轮的齿面轮廓误差为:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r}_g = \mathbf{r}_g(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) - \\ \mathbf{r}_g(u_h, \theta_h, \varphi_h', \varphi_g', F_{Z_1}'), \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{n}_g(u_h, \theta_h, \varphi_h, \varphi_g, F_{Z_1}) \Delta \mathbf{r}_g \end{cases} \quad (8)$$

本文以齿面轮廓误差为目标,通过设计一种简单的补偿控制器来降低误差,进一步提高珩齿的加工精度。

## 2 齿面轮廓误差补偿控制器

### 2.1 齿面轮廓误差解耦

由于珩磨轮和工件齿轮是线接触,在计算齿面轮廓误差时,对某一时刻的啮合线平均取 10 个点,计算这 10 个点的齿面轮廓误差的平均值,该平均值可以反映啮合线上的齿面轮廓误差。为了对齿面轮廓误差进行解耦,建立坐标系,如图 3 所示。

以齿面轮廓误差矢量的起点为坐标原点,过该点作该点在珩磨轮上所在圆的切线为  $C_1'$  轴,同理过该点作该点在工件齿轮上所在圆的切线为  $C_2'$  轴,以及珩磨轮沿工件轴向的进给运动方向为  $Z_1$  轴。通过分别定义  $C_1', C_2'$  和  $Z_1$  轴的方向向量,可以计算出齿面轮廓误差向量与  $C_1', C_2'$  和  $Z_1$  轴的夹角  $\theta_{C_1}, \theta_{C_2}$  和  $\theta_{Z_1}$ 。

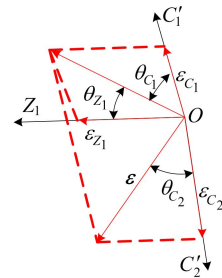


图3 齿面轮廓误差解耦示意图

由以上分析,齿面轮廓误差沿各轴的误差分量可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{C_1} \\ \epsilon_{C_2} \\ \epsilon_{Z_1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon} \begin{bmatrix} \cos \theta_{C_1} / r_{C_1} \\ \cos \theta_{C_2} / r_{C_2} \\ \cos \theta_{Z_1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中,  $r_{C_1}$ 、 $r_{C_2}$  为坐标原点到  $C_1$  和  $C_2$  轴的距离。因为  $C_1$  和  $C_2$  轴是旋转轴, 它们产生的跟踪误差是角度偏差, 所以对  $C_1$  和  $C_2$  轴的补偿需要先把误差分量转换为角度。

### 2.2 齿面轮廓误差补偿控制器

本文设计的齿面轮廓误差补偿控制器结构如图 4 所示。

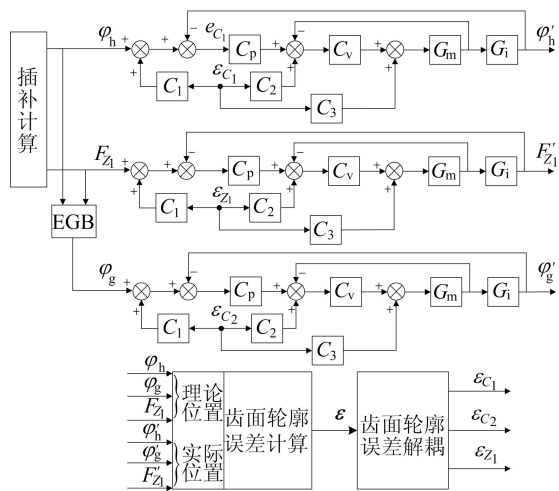


图 4 齿面轮廓误差补偿控制器结构

图 4 中: EGB 代表电子齿轮箱;  $\varphi_h$ 、 $\varphi_g$ 、 $F_{Z_1}$  为各伺服轴的参考位置指令;  $\varphi_h'$ 、 $\varphi_g'$ 、 $F_{Z_1}'$  为各伺服轴的实际跟踪位置;  $e_i$  ( $i=C_1, C_2, Z_1$ ) 为各伺服轴的跟踪误差;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  为齿面轮廓误差;  $\epsilon_i$  ( $i=C_1, C_2, Z_1$ ) 为齿面轮廓误差经解耦计算后沿各轴的误差分量;  $C_p = k_{pp}$ ,  $C_v = k_{vp} + k_{vi}/s$ ;  $G_m = k_m/(J_s + B)$ ,  $k_m = k_a k_t R_g$ ,  $k_a$  为电流环放大系数,  $k_t$  为力矩常数,  $R_g$  为丝杠螺距;  $G_i = 1/s$  为积分项。另外本文采用  $C_1 = m$ 、 $C_2 = nC_p$ 、 $C_3 = lC_p C_v$  来对各轴伺服控制系统进行补偿。

### 3 仿真与实验

针对图 4 所示的结构模型, 选择同一珩磨轮、不同工件齿轮与同一工件齿轮、不同珩磨轮进行对比仿真和实验。仿真和实验采用的工件齿轮和珩磨轮的齿面模数  $m_n$  为 2.25 mm, 齿面压力角  $\alpha_n$  为  $17.5^\circ$ , 珩磨轮螺旋角  $\beta_1$  为  $41.72^\circ$ , 工件齿轮螺旋角  $\beta_2$  为  $33^\circ$ 。通过无偏差最小二乘法辨识得到的各轴动态参数, 见表 1 所列。

取  $N_1 = 91$  且  $N_2 = 23, 73$  时以及  $N_1 = 73$ ,

123 且  $N_2 = 47$  时进行仿真, 补偿前、后齿面轮廓误差仿真结果如图 5 所示。

表 1 辨识得到的各轴动态参数

参数	$C_1$	$C_2$	$Z_1$
$k_a/(A \cdot V^{-1})$	1.348 5	1.240 1	1.100 0
$k_t/(N \cdot m \cdot A^{-1})$	0.455 8	0.451 0	0.345 0
$R_g/(mm \cdot rad^{-1})$	0.875 0	0.875 0	1.591 5
$J/(10^{-4} kg \cdot m^2)$	1.101 5	1.063 3	1.018 4
$B/(10^{-4} kg \cdot m^2 \cdot s^{-1})$	2.818 4	2.565 0	3.340 3

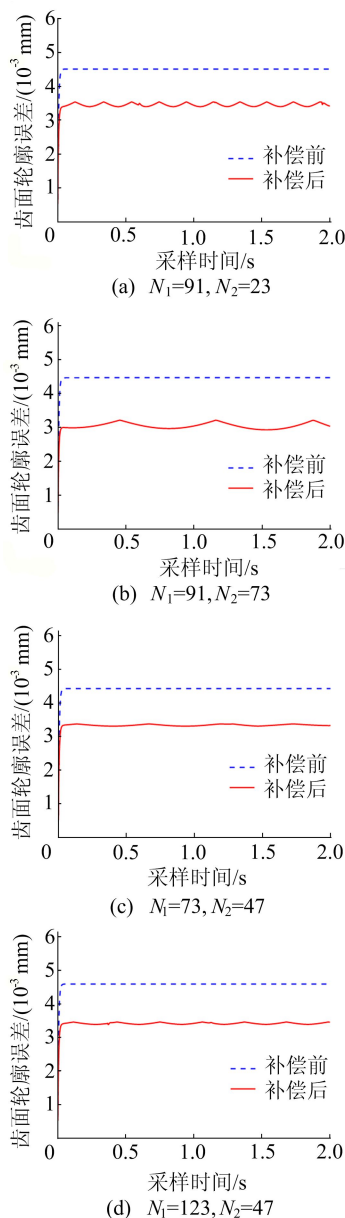


图 5 补偿前、后齿面轮廓误差的仿真结果

从图 5 可以看出, 无论  $N_1$  和  $N_2$  的取值是否发生改变, 补偿后的齿面轮廓误差都得到不同程度的减小。对仿真结果求平均值进行数据分析, 结果见表 2 所列。

根据仿真结果和数据分析,图 5a 中,补偿后的齿面轮廓误差平均值从 0.004 5 mm 降低到 0.003 5 mm,下降了 22.3%;图 5b 中,齿面轮廓误差下降了 34.6%;图 5c 中,齿面轮廓误差下降了 25.0%;图 5d 中,齿面轮廓误差下降了 26.1%。

表 2 仿真结果平均值的数据分析

方法	齿面轮廓误差/mm			
	$N_1=91$		$N_2=47$	
	$N_2=23$	$N_2=73$	$N_1=73$	$N_1=123$
补偿前	0.004 5	0.004 5	0.004 4	0.004 6
补偿后	0.003 5	0.003 0	0.003 3	0.003 4

实验平台如图 6 所示。在实验平台上进行实验,4 组不同齿数组组合的齿面轮廓误差实验结果如图 7 所示。其中:左侧为补偿前齿面轮廓误差;右侧为补偿后齿面轮廓误差。

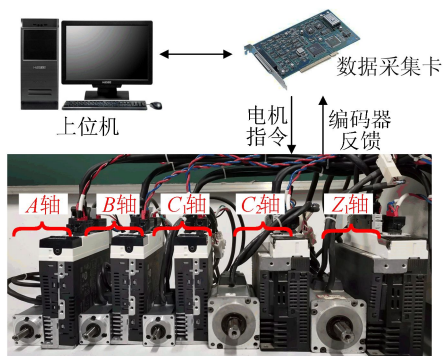


图 6 实验平台

从图 7 可以看出,补偿后的每组齿面轮廓误差均有所下降。对实验结果求平均值,数据分析结果见表 3 所列。由实验结果和数据分析可知:图 7a 中,补偿后齿面轮廓误差下降了 26.6%;图 7b 中,齿面轮廓误差下降了 30.5%;图 7c 中,齿面轮廓误差下降了 23.2%;图 7d 中,齿面轮廓误差下降了 25.2%。

对比仿真结果,实验过程中伺服电机容易受到各种因素的影响,导致珩齿机参与联动各轴的跟踪误差更大,因此齿面轮廓误差的实验结果大于仿真结果。

综合仿真和实验结果及其数据分析,针对不同珩磨轮齿数和工件齿轮齿数的组合,本文设计的齿面轮廓误差补偿控制器都能在一定程度上降低珩齿加工过程中的齿面轮廓误差,提高珩齿多轴控制系统的轮廓精度。本文方法不仅简单易于

实现,而且具有一定的通用性,对珩齿的实际加工具有一定的指导意义。

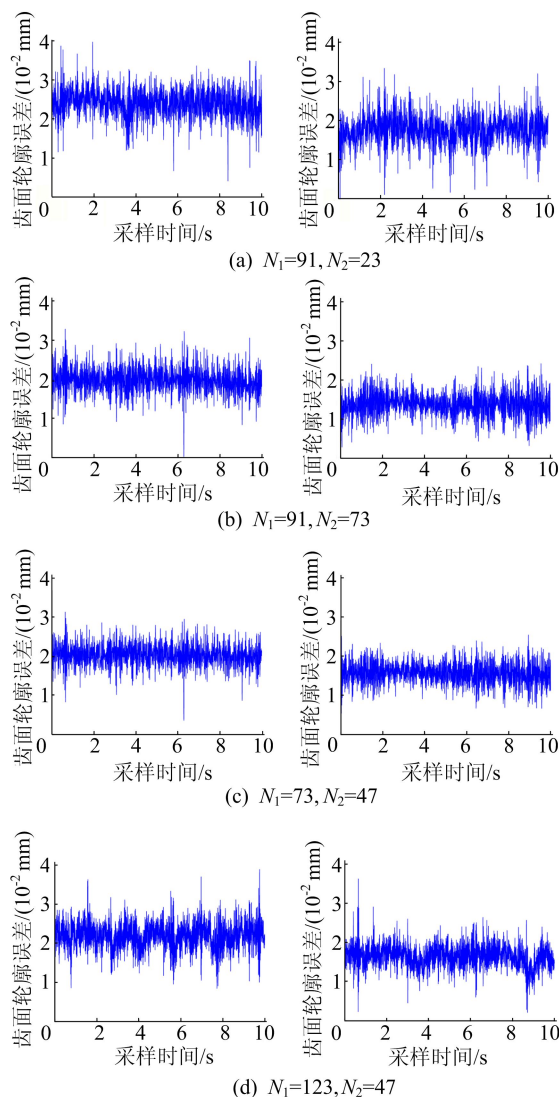


图 7 补偿前、后齿面轮廓误差的实验结果

表 3 实验结果平均值的数据分析

方法	齿面轮廓误差/mm			
	$N_1=91$		$N_2=47$	
	$N_2=23$	$N_2=73$	$N_1=73$	$N_1=123$
补偿前	0.024 0	0.019 7	0.020 3	0.021 9
补偿后	0.017 6	0.013 7	0.015 6	0.016 4

### 4 结 论

本文根据内齿珩轮强力珩齿加工提出了一种新的补偿控制策略来降低珩齿的齿面轮廓误差。主要研究内容如下:

(1) 根据珩齿的加工原理,分析了珩齿机各轴的相对位置以及运动关系,建立了工件齿轮的齿面轮廓误差数学模型。

(下转第 340 页)

- 法[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2005, 45(增刊 1): 46-49.
- [10] 杨蜜. 土木工程结构健康监测数据时间同步及结构模态分析[D]. 温州:温州大学, 2019.
- [11] 王伟东, 姜绍飞, 周华飞, 等. 江阴大桥船撞期间实测数据时间同步分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(14): 10-21.
- [12] KRISHNAMURTHY V, FOWLER K, SAZONOV E. The effect of time synchronization of wireless sensors on the modal analysis of structures [J]. *Smart Materials and Structures*, 2008, 17(5): 055018.
- [13] LEI Y, KIREMIDJIAN A S, NAIR K K, et al. Algorithms for time synchronization of wireless structural monitoring sensors[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2005, 34(6): 555-573.
- [14] LYNCH J P, WANG Y, LOH K J, et al. Performance monitoring of the Geumdang Bridge using a dense network of high-resolution wireless sensors[J]. *Smart Materials and Structures*, 2006, 15(6): 1561.
- [15] SHEN W A, LEI Y, HU L, et al. Feasibility of output-only modal identification using wireless sensor network: a quantitative field experimental study[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2012, 8(11): 178-193.
- [16] YANG X M, YI T H, QU C X, et al. Modal identification of bridges using asynchronous responses through an enhanced natural excitation technique[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2021, 147(12): 04021106.
- [17] LU L J, ZHOU H F, NI Y Q, et al. Output-only modal analysis for non-synchronous data using stochastic subspace identification [J]. *Engineering Structures*, 2021, 230: 111702.
- [18] KIM D, OH B K, PARK H S, et al. Modal identification for high-rise building structures using orthogonality of filtered response vectors[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2017, 32(12): 1064-1084.

(责任编辑 张淑艳)

### (下转第 307)

(2) 通过建立坐标系实现了对齿面轮廓误差的解耦, 在此基础上设计了补偿控制器。

(3) 对不同珩磨齿轮数和工件齿轮齿数的组合进行仿真和实验, 结果表明, 本文所提出的齿面轮廓误差补偿控制策略能一定程度上降低珩齿加工的齿面轮廓误差, 提高珩齿多轴控制系统的轮廓精度。

### [参 考 文 献]

- [1] SUGYARTO E, TAKAHASHI Y. Impact of gear bias control on vehicle NVH[C]//ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. [S. l.]: ASME, 2013: V005T11A017.
- [2] HAN J, ZHU Y G, XIA L, et al. Modeling and adaptive compensation of tooth surface contour error for internal gearing power honing[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Manufacture*, 2019, 233(5): 1500-1514.
- [3] TIAN X Q, HAN J, XIA L. Precision control and compensation of helical gear hobbing via electronic gearbox cross-coupling controller[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2015, 16(4): 797-805.
- [4] YAO B. An orthogonal global task coordinate frame for contouring control of biaxial systems [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, 17(4): 622-634.
- [5] 李祥飞, 赵欢, 赵鑫, 等. 面向伺服动态特性匹配的轮廓误差补偿控制研究[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(1): 150-156.
- [6] LI X, ZHAO H, XIN Z, et al. Contouring compensation control based on high accuracy contour error estimation for multi-axis motion systems[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 93(5/6/7/8): 2263-2273.
- [7] YANG J X, YUSUF A. A generalized on-line estimation and control of five-axis contouring errors of CNC machine tools[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2015(88): 9-23.
- [8] 韩江, 袁彬, 王东岭, 等. 内齿强力珩齿与蜗杆砂轮磨齿切削机理对比分析与实验研究[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(11): 205-213.
- [9] 夏链, 沈荣康, 朱永刚, 等. 数控内齿珩齿强力珩齿拓扑修形方法研究[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2019, 42(12): 1585-1591.
- [10] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2009: 126-138.

(责任编辑 胡亚敏)