

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.03.023

一种新的流体自由表面张力模拟方法

蒋肖蒙, 朱晓临

(合肥工业大学 数学学院, 安徽 合肥 230601)

摘要:在流体模拟中,为了真实、有效地捕捉流体自由表面的微观特征,表面张力的真实模拟十分重要。针对现有的处理表面张力的粒子间相互作用力(inter-particle interaction force, IIF)方法模拟流体表面张力存在的流体自由表面不光滑、计算效率低、模拟效果不稳定等问题,文章提出一种新的流体自由表面张力模拟方法。首先提出一种快速准确检测流体自由表面粒子方法;然后构造新的粒子间作用力模型和表面面积最小化修正项,对检测出的自由表面粒子进行表面张力模拟,减少不必要的计算量;最后对临近自由表面处的流体粒子进行密度修正,提高自由表面附近流体粒子密度的计算精度。仿真结果表明,与已有的方法相比,该文方法对表面张力的模拟效率更高、效果更好。

关键词:粒子间相互作用力(IIF);流体表面;表面粒子;表面张力;密度修正

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2023)03-0426-07

A new method for fluid free surface tension simulation

JIANG Xiaomeng, ZHU Xiaolin

(School of Mathematics, Hefei University of Technology, Hefei 230601, China)

Abstract: In fluid simulations, real simulations of surface tension are important in order to truly and effectively capture the microscopic features of the fluid free surface. The existing inter-particle interaction force(IIF) method that deals with surface tension has the problems of unsmooth fluid free surface, low computational efficiency and unstable simulation effect in fluid surface tension simulation. In response to this, a new method is proposed to simulate fluid free surface tension. Firstly, a fast and accurate method for detecting fluid free surface particles is proposed. Then, a new inter-particle force model and a surface area minimization correction term are constructed to simulate the surface tension of the detected free surface particles to reduce unnecessary calculations. Finally, a density correction is applied to the fluid particles near the free surface to improve the calculation accuracy of the fluid particle density near the free surface. The simulation results show that the method in this paper is more efficient and effective in simulating surface tension compared with existing methods.

Key words: inter-particle interaction force(IIF); fluid surface; surface particles; surface tension; density correction

流体模拟是计算机图形学的一个重要分支,其中流体表面张力的处理是流体模拟研究的重点。目前主要有 2 种基于光滑粒子流体动力学(smoothed particle hydrodynamics, SPH)方法模

拟流体表面张力的模型,即连续表面张力(continuum surface force, CSF)方法和粒子间相互作用力(inter-particle interaction force, IIF)方法。

文献[1]率先提出了 CSF 方法,通过将流体

收稿日期:2022-03-25;修回日期:2022-04-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61272024)

作者简介:蒋肖蒙(1996—),女,安徽萧县人,合肥工业大学硕士生;

朱晓临(1964—),男,安徽池州人,博士,合肥工业大学教授,硕士生导师。

的表面描述为一个有限厚度的过渡带,将表面张力转变为体积力来计算,但因为本文假定的表面张力系数都是常数,所以对于表面张力系数为非常数的情形,很容易产生曲率计算错误;文献[2]在 SPH 方法中引入 CSF 方法计算流体的表面张力,但在边界、拐角等邻居粒子有缺失部位的粒子曲率计算存在较大误差;文献[3]通过引入表面应力张量,只依赖于粒子的颜色梯度,避免了曲面曲率的计算,改进流体表面张力的计算公式,改正了表面张力方向的错误,但计算过程复杂;文献[4]通过对表面法向公式和表面曲率公式进行修正,提高了曲面曲率的计算精度,但是增大了计算量;文献[5]改进了 CSF 模型,引入平滑法线校正方案,得到光滑的法向量,较稳定地模拟了液滴浸湿固体表面场景,但计算复杂,模拟效率不高;文献[6]改进了 CSF 模型,考虑流体表面粒子的法向力和切向力的综合作用,对边界粒子进行密度修正,提高了计算的精度和模拟的稳定性,但是流体自由表面附近的流体粒子分布不均匀,有非物理聚集的不合理现象。

IIF 模型^[7]是基于粒子间相互作用力的模型。在流体内,相邻粒子对流体粒子的所有作用力的合力为 0;在流体表面,自由表面粒子只受到内部粒子的作用力,合力非 0,表现为表面张力。该模型不需要计算曲率,模拟简单快速,但该模型中没有排斥力项,容易出现粒子非物理聚集;文献[8]提出一个新的粒子间相互作用力模型,增加了排斥力项,但排斥力项与吸引力比例设置不合理,导致流体粒子在流体表面出现非物理聚集,且仅靠粒子间相互作用力不能保证流体表面面积最小化;文献[9]在不同相流体粒子之间引入一种聚斥力模型模拟流体表面张力,本质上还是粒子间的相互作用力,不同于 IIF 模型,该文模型中加入流体表面面积最小化项,使得流体的表面张力可以达到平衡、稳定的状态,但是得到的流体表面不够光滑。

文献[10]采用气体压力法模拟流体表面张力。不同于 CSF 和 IIF 方法,该方法借助空气压力作用于流体自由表面,从而模拟出流体表面张力。该方法在粒子数较少的场景也可以稳定地模拟出流体的表面张力,但计算量比较大且自由表面精度有所降低。

文献[11]将 IIF 方法与气体压力法综合来模拟流体表面张力,提高了数值模拟的稳定性;避免了粒子的非物理聚集,但是模拟过程需要镜像生

成气体粒子,计算量较大。

文献[12]改进文献[9]的表面张力模型,并将其与隐式不可压缩 SPH 方法(IISPH)相结合,提高了数值稳定性,但是流体自由表面粗糙。

以上方法都未将流体粒子进行分类处理。表面张力作为一种表面力,只需针对自由表面粒子进行处理,可以避免不必要的计算量。

文献[13]提出移动粒子半隐式(moving particle semi-implicit, MPS)方法,借助粒子的数密度与一个阈值界定自由表面粒子和内部粒子,自由表面粒子由于支持域缺失,粒子的数密度会变小,小于阈值则判定为自由表面粒子。方法简单,但是存在流体内部粒子错误识别为表面粒子。

文献[14]提出用粒子支持域内部邻居粒子的个数来检测自由表面粒子。该方法简单,但是会将部分内部粒子错误识别成自由表面粒子,引起这部分流体内部粒子压力为 0,被错误识别为自由表面粒子的内部粒子与周围粒子间的较大压力差导致压力震荡。

文献[15]首先借助流体粒子归一化矩阵,计算出矩阵的最小特征值,通过该特征值判断是否为表面粒子;然后采用扇形扫描法进一步筛选出自由表面粒子。大大减少了自由表面粒子的误判率,但是求矩阵特征值比较复杂,计算量较大。

文献[16]提出了全局扇形扫描提取流体自由表面粒子,通过表面粒子计算曲率,可以较为精确地检测出表面粒子,但是计算量较大。

文献[17]采用 CSF 方法模拟流体的表面张力,提出用扇形扫描的方式分类流体粒子,针对分类出来的流体表面粒子进行表面张力模拟。该方法可以较为精确地筛选出自由表面粒子,但是由于扫描过程需要反复进行运用余弦函数,计算量较大。

针对现有 SPH 方法模拟表面张力时,流体自由表面不光滑、计算效率低、模拟效果不稳定。本文提出一种能快速准确检测流体自由表面粒子的新方法,并构造新的粒子间作用力模型。对检测出的自由表面粒子进行表面张力的模拟,减少了不必要的计算量,改善了流体自由表面处的数值不稳定性;同时对临近自由表面处的流体粒子进行密度修正,提高自由表面附近流体粒子密度的计算精度,进一步缓解自由液面附近出现数值不稳定性,粒子飞溅等不稳定现象。从而使得表面张力的模拟效率更高,效果更真实。

1 SPH 方法和 N-S 方程

1.1 SPH 方法

在 SPH 方法中,位置向量 $\mathbf{x} \in \Omega$, 定义 $f(\mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 的属性方程,即

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (1)$$

其中: Ω 为支持域; $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ 为狄拉克函数,即

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = \mathbf{x}'; \\ 0, & \mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \end{cases} \quad (2)$$

在数值计算中,光滑核函数 $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$ 近似代替 $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$, 则 $f(\mathbf{x})$ 可近似为:

$$f(\mathbf{x}) \approx \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (3)$$

通过插值,得到 $f(\mathbf{x})$ 离散近似,即

$$f(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x}_{ij}, h) \quad (4)$$

其中: \mathbf{x}_i 为粒子的位置; $f(\mathbf{x}_i)$ 为粒子 i 的各种属性值; N 为粒子 i 支持域中邻居粒子总的数量; m_j, ρ_j 分别为位于 \mathbf{x}_i 处邻域内粒子 j 的质量和密度; $W(\mathbf{x}_{ij}, h)$ 为光滑核函数, $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h$ 为光滑核半径。

1.2 N-S 方程

本文用 N-S(Navier-Stokes) 方程作为流体的控制方程,即

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla P = \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (6)$$

其中: \mathbf{u}, μ, ρ 分别为流体的速度、黏度系数、密度; P 为压力场; \mathbf{g} 为外力。

由(4)式可以得到粒子 i 的密度计算公式为:

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (7)$$

粒子数密度的计算公式为:

$$\delta_i = \sum_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (8)$$

对于不可压缩流体来说,流体粒子的数密度等于初始粒子数密度,即 $\delta_i = \delta_0$ 。

粒子 i 的压强 p_i 采用下列状态方程计算,即

$$p_i = k(\rho_i - \rho_0) \quad (9)$$

其中: k 为气体状态方程常数; ρ_0 为流体初始的密度。

在 SPH 方法中,粒子 i 所受的压力为:

$$\mathbf{f}_i^p = - \sum_j m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (10)$$

黏滯力为:

$$\mathbf{f}_i^v = \mu \sum_j m_j \frac{\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j}{\rho_j} \nabla^2 W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (11)$$

其中: μ 为流体的黏度系数; $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$ 分别为粒子 i, j 的速度。

2 表面张力模型

2.1 自由表面粒子检测

流体表面张力为一种表面力,对于流体内部粒子,其表面张力为 0。为了避免不必要的计算,需要区分表面粒子和非表面粒子。

对于现有的粒子检测方法有粒子数密度法、粒子数法、弧度法以及扇形扫描法等。文献[15]不同于以往只采用单一方法检测自由表面粒子,将粒子检测分为如下 2 个步骤:第 1 步借助粒子的归一化矩阵的特征值筛选出表面粒子;第 2 步采用扇形扫描法精确筛选出自由表面粒子。但是该方法需要计算矩阵特征值,计算量相对较大。因此,本文针对已有的自由表面粒子检测进行改进。结合粒子数密度检测法和扇形扫描法的优缺点,给出本文的检测方法:首先借助粒子数密度进行第 1 步检测;然后借助文献[15]中的扇形扫描法进一步筛选出自由表面粒子。

在流体自由表面附近,位于流体表面的流体粒子支持域不足,缺少邻居流体粒子,因此粒子数密度小于位于流体内部的流体粒子数密度。因此,可以借助粒子数密度检测自由表面粒子,当粒子数密度小于一定阈值时,判定该流体粒子为自由表面粒子^[13],即

$$\delta_i \leq \lambda \delta_0 \quad (12)$$

其中, λ 为小于 1 的参数,一般取值为 0.90 ~ 0.99,取值过大或过小会出现漏判或者误判为自由表面粒子的现象,本文实验取 $\lambda = 0.98$ 。

借助(12)式可以初步筛选出自由表面粒子,但是在流体内部,由于粒子分布可能不均匀,在粒子稀疏区域存在内部流体粒子错误识别为自由表面粒子。因此以上检测过程得到粒子分类只是第 1 次粗检测。

第 2 步采用文献[15]的扇形扫描法,对第 1 次检测出的临近自由表面粒子进行第 2 次精确检测。扇形扫描提取自由表面粒子如图 1 所示。对于图 1 中待检测的粒子 i ,在粒子 i 的法向量上距离为 h 的点 o 处,画一个半径为 h 的圆,由粒子 i 出发形成 2 条关于粒子法向量对称的向量,2 条向量之间的夹角为 $\pi/2$,图 1 中构成的扇形区域为扫描区域。检查是否存在流体粒子位于该区域,若在该区域内不存在流体粒子,则粒子 i 属于自由表面粒子^[15]。扫描区内不存在粒子 j

满足:

$$\begin{cases} |\mathbf{x}_{ij}| \geq \sqrt{2}h, & |\mathbf{x}_{jo}| < h; \\ |\mathbf{x}_{ij}| < \sqrt{2}h, & 2\hat{\mathbf{n}}_i^* \cdot \mathbf{x}_{ij} < \sqrt{2}|\mathbf{x}_{ij}| \end{cases} \quad (13)$$

其中: $\hat{\mathbf{n}}_i^*$ 为粒子的法向; $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ 为粒子间的距离。(13)式表示粒子的扫描区域(图 1)。本文改进的法向量计算方式见 2.4 节。

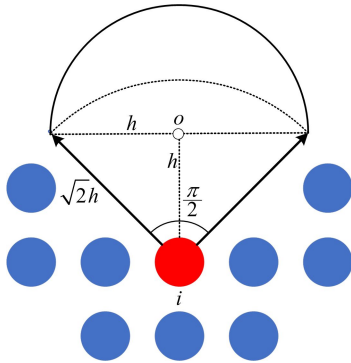


图 1 扇形扫描提取自由表面粒子

2.2 密度修正

对于第 1 次粒子分类得到的临近自由表面粒子,支持域缺失邻居粒子,如果采用密度求和公式直接计算流体粒子的密度会有较大误差,由此影响表面张力的计算精度,那么造成数值模拟不稳定。因此针对第 1 次分类的临近自由表面粒子进行密度修正^[18],即

$$\rho_i^* = \sum_j m_j W_{ij}^* \quad (14)$$

$$W_{ij}^* = \frac{W_{ij}}{\sum_j W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (15)$$

其中, $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$ 。

2.3 粒子间作用力模型

IIF 方法本质为一种粒子间相互作用力模型,形式如下:

$$\mathbf{F}_{i \leftarrow j}^{\text{cohesion}} = -\gamma m_i m_j C(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \quad (16)$$

其中: i, j 为相邻的流体粒子; γ 为表面张力系数; $C(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$ 为一个函数决定了粒子间作用力的正负。当 $C(\mathbf{x}_{ij}) > 0$ 时,模型表现为排斥力;当 $C(\mathbf{x}_{ij}) < 0$ 时,模型表现为吸引力。粒子间作用力模型曲线如图 2 所示。

从图 2 可以看出,粒子间作用力模型中排斥力的绝对值大于吸引力的绝对值。以往的粒子间作用力模型^[7-9] 由于没有排斥力,或者排斥力绝

对值与吸引力绝对值的比值设置不合理,都出现不同程度的粒子非物理聚集现象。

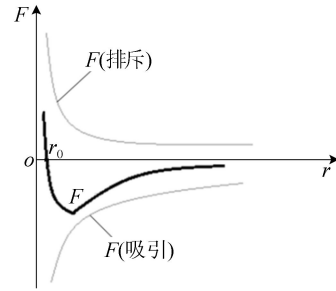


图 2 粒子间作用力模型曲线

为了解决这一问题,本文借助 poly6 核函数,结合文献[19]提出的耗散粒子动力学(dissipative particle dynamics,DPD)方法模拟 Lennard-Jones 势函数的形式,对粒子间作用力模型进行改进,构建新的粒子间作用力模型进行表面张力的计算,即

$$C(\mathbf{x}_{ij}) = \alpha W(\mathbf{x}_{ij}, 0.8h) - \beta W(\mathbf{x}_{ij}, h) \quad (17)$$

其中: α 为流体粒子间排斥力大小的系数; β 为流体粒子间吸引力大小的系数。

为了缓解粒子的非物理聚集,各粒子间作用力模型曲线比较如图 3 所示,本文设置 $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.9$,得到排斥力绝对值大于吸引力绝对值,这样可以得到较大的排斥力项,由此避免流体自由表面附近出现粒子的非物理聚集。在本文构造的粒子间作用力模型中,当流体粒子间距离较近时,流体粒子间作用力表现为排斥力,随着流体粒子间距离的增大。流体粒子间的排斥力慢慢转为吸引力,本文构造的粒子间作用力模型与其他模型相比,排斥力绝对值与吸引力绝对值的比值关系更加接近粒子间作用力模型,从而缓解了流体粒子的非物理聚集。

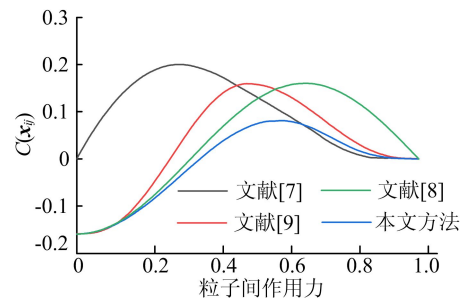


图 3 各粒子间作用力模型曲线比较

2.4 表面面积最小化修正项

流体表面张力在达到稳定状态时,流体表面

面积会趋于最小。临近表面粒子密度修正和粒子间作用力模型虽然可以很好地解决粒子的非物理聚集现象,但是不能保证流体自由表面面积最小化,从而会导致流体表面不平滑。为了更真实地模拟流体表面张力,文献[9]提出自由表面面积最小化,即

$$\mathbf{F}_{i \leftrightarrow j}^{\min} = -\epsilon m_i (\hat{\mathbf{n}}_i - \hat{\mathbf{n}}_j) \quad (18)$$

其中: ϵ 为表面积最小化项系数; $\hat{\mathbf{n}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{n}}_j$ 为粒子*i*、*j*的法向量,即

$$\hat{\mathbf{n}}_i = h \sum_j \frac{m_j}{\rho_i} \nabla W_{ij} \quad (19)$$

其中, h 为法向量的缩放系数。

(19)式借助缩放系数得到流体粒子的法向量不够精确,会出现法向量计算误差,导致流体表面不光滑。因此,本文基于(19)式对粒子*i*法向量进行光滑处理,借助邻居粒子数密度差异修正粒子*i*的法向量,即

$$\hat{\mathbf{n}}_i = \sum_j \left(\frac{\delta_j - \delta_i}{\delta_0} \right) \frac{m_j}{\rho_i} \nabla W_{ij}^* \quad (20)$$

其中: δ_i 为粒子*i*的数密度。(19)式的常量缩放系数在流体密度不连续的部分处会急剧增大或减小,且缩放比例一样,造成计算误差;而(20)式借助流体相邻粒子间的数密度差以及修正的核函数来平滑流体粒子的法向量,使得密度不连续处的相邻粒子间的法向量缩放依据粒子的数密度差平稳缩放,从而使得流体表面更光滑。将本文修正的法向量代入(18)式,得出流体自由表面面积最小化,即

$$\mathbf{F}_{i \leftrightarrow j}^{\min} = -\epsilon \frac{m_i m_j}{\rho_i \rho_j} (\hat{\mathbf{n}}_i^* - \hat{\mathbf{n}}_j^*) \quad (21)$$

比较(18)式、(21)式采用修正的粒子法向量和核函数,且粒子间的表面面积最小化修正项也是对称的,没有破坏动量守恒条件,增强了模拟效果的真实性和数值模拟的稳定性。

3 实 验

3.1 溃坝仿真

为了验证本文粒子检测方法的有效性,选取粒子数密度方法、扇形扫描方法与本文方法对比。溃坝场景中的自由表面粒子检测结果如图4所示,图4中:红色为自由表面粒子;蓝色为内部粒子。

从图4a可以看出,在流体内部稀疏区域,部分内部流体粒子被错误检测成自由表面粒子,造成流体内部压力数值震荡;从图4b可以看出,识别精度比粒子数密度高很多,不存在粒子被错误

识别的情况;从图4c可以看出,虽然本文检测方法和扇形扫描法检测自由表面粒子的效果相差不大,但是本文方法首先简单筛选出可能是自由表面粒子的流体粒子,大大减少了扇形扫描检测的粒子数,减少检测所需时间。从图4可以看出,本文提出的自由表面粒子检测方法可以准确快速地检测出自由表面粒子,减少粒子的压力震荡。

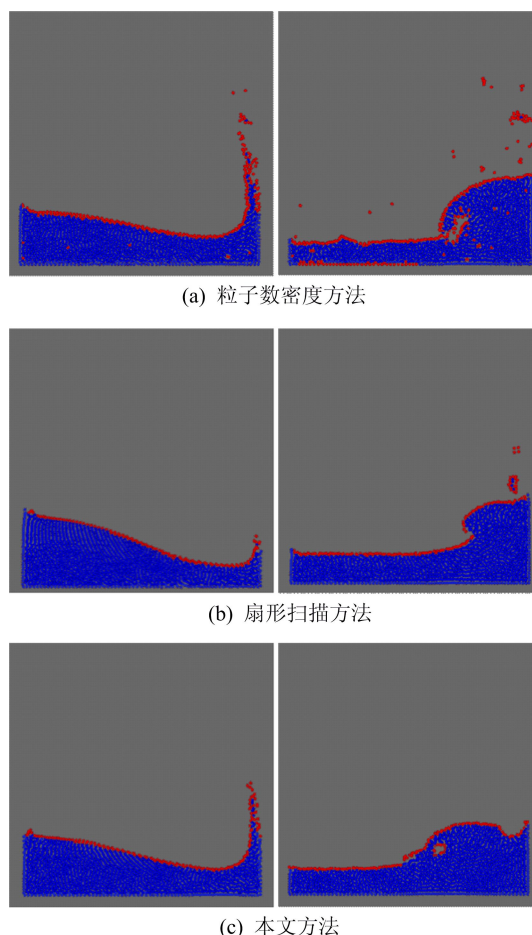


图4 溃坝场景中的自由表面粒子检测结果

3种不同自由表面粒子检测方法在不同粒子数量的溃坝场景的计算时间如图5所示。

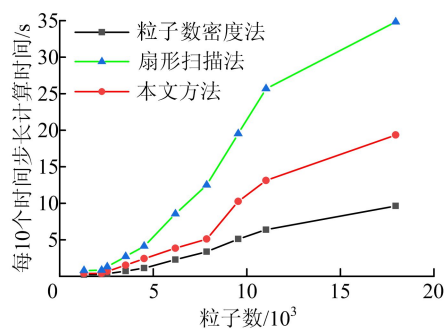


图5 溃坝场景的自由表面粒子检测时间

从图 5 可以看出,随着场景粒子数的增加,3 种方法的检测时间均有所增加。采用粒子数密度检测计算时间最短,计算时间最长的是扇形扫描法,本文方法计算时间次之。原因是粒子数密度法实现简单;扇形扫描法需对每个流体粒子进行扇形扫描,计算量较大;本文方法首先借助粒子数密度筛选出可能成为表面粒子的流体粒子,然后采用扇形扫描法进一步精确检测。从图 5 还可以看出,本文方法检测效果与扇形扫描法相当,但计算效率大大提高。

3.2 球形液滴仿真

无重力情况下,立方体形状水珠在表面张力作用下的形变如图 6 所示。

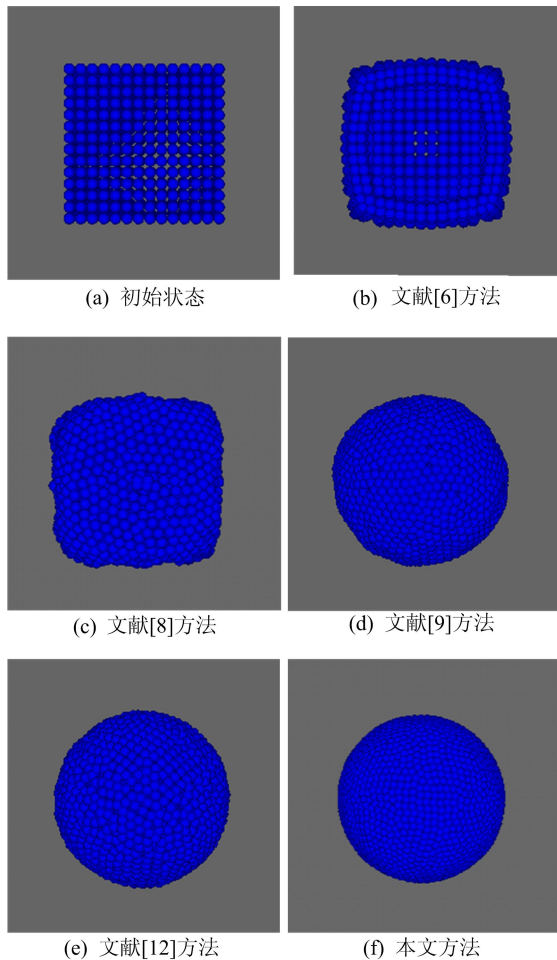


图 6 无重力情况下立方体水珠在表面张力作用下的形变

从图 6 可以看出,文献[6]方法液滴拐角处粒子分布不均匀,流体粒子在拐角的表面处存在缝隙且流体一直处于扩张状态,流体表面积未达到最小化,从而导致流体表面不光滑,且运行比较缓慢;文献[8]方法存在严重的粒子聚集,导致最终模拟结果未形成一个完美的球形,流体表面粗糙;

文献[9]、文献[12]方法得到的表面粗糙;本文方法模拟的方形水滴在表面张力的作用下达达到很好的球形效果。球形液滴形变的渲染结果如图 7 所示。

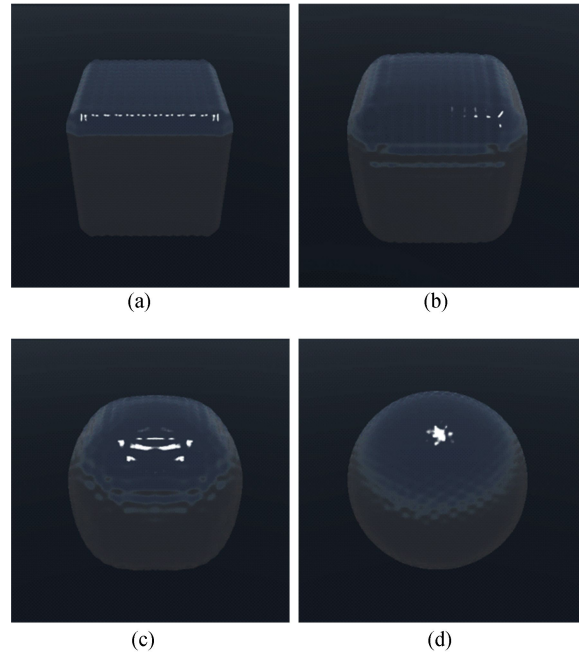


图 7 无重力立方体水珠形变渲染

3.3 模拟时间对比

对比各方法在球形液滴达到稳定状态所用时间,见表 1 所列。表 1 中,粒子数为 5 039。本文将流体粒子进行分类,针对自由表面粒子进行表面张力计算,减少了不必要的计算,显著提升了模拟效率。

表 1 圆形液滴达到稳定状态各方法的耗时比较 单位:s

方法	文献[6]	文献[8]	文献[9]	文献[12]	本文方法
时间	34.6	36.0	35.1	34.3	30.3

4 结 论

本文基于 SPH 方法提出一种新的流体表面张力模拟方法。快速精准地检测出自由表面粒子,只针对流体自由表面粒子进行表面张力的计算,避免了不必要的计算量;对流体表面附近支持域不足的粒子进行了密度修正,避免流体自由表面附近出现模拟不稳定的现象;结合新构造的粒子间作用力模型和流体表面积最小项,较为真实、稳定地模拟了流体表面张力,提高了模拟效果和效率。

[参 考 文 献]

- [1] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 100(2): 335-354.
- [2] MORRIS J P. Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2000, 33(3): 333-353.
- [3] HU X Y, ADAMS N A. A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 213(2): 844-861.
- [4] 强洪夫, 陈福振, 高巍然. 修正表面张力算法的 SPH 方法及其实现[J]. *计算物理*, 2011, 28(3): 375-384.
- [5] BREINLINGER T, POLFER P, HASHIBON A, et al. Surface tension and wetting effects with smoothed particle hydrodynamics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 243: 14-27.
- [6] 汪欢欢, 朱晓临, 殷竞存. 改进的 CSF 流体表面张力模型[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2019, 42(1): 141-144.
- [7] TARTAKOVSKY A, MEAKIN P. Modeling of surface tension and contact angles with smoothed particle hydrodynamics[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2005, 72(2): 026301.
- [8] BECKER M, TESCHNER M. Weakly compressible SPH for free surface flows[C]//ACM SIGGRAPH/Enrographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-ville: Eurographics Association, 2007: 209-217.
- [9] AKINCI N, AKINCI G, TESCHNER M. Versatile surface tension and adhesion for SPH fluids[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(6): 1-8.
- [10] HE X W, WANG H M, ZHANG F J, et al. Robust simulation of sparsely sampled thin features in SPH-based free surface flows[J]. *ACM Transactions on Graphic*, 2014, 34(1): 1-9.
- [11] 殷竞存, 朱晓临, 郭清伟, 等. 基于分子间作用力改进的液体表面张力处理算法[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2018, 41(11): 1574-1578.
- [12] WANG X K, XU Y R, BAN X J, et al. Fast and stable surface feature simulation for particle-based fluids[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2019, 28(1): 57-66.
- [13] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid[J]. *Nuclear Science & Engineering*, 1996, 123(3): 421-434.
- [14] TANAKA M, MASUNAGA T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility [J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(11): 4279-4290.
- [15] MARRONE S, COLAGROSSI A, TOUZÉ D L, et al. Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(10): 3652-3663.
- [16] 孙晨, 姜胜耀, 段日强. 适用于粒子法的精准连续表面力模型[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2018, 58(2): 181-187.
- [17] 朱晓临, 张义群, 郭清伟. 对称区域边界处理方法及基于表面粒子提取的表面张力计算[J]. *图学学报*, 2020, 41(1): 10-17.
- [18] RANGLES P W, LIBERSKY L D. Smoothed particle hydrodynamics: some recent improvements and applications [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 1996, 139(1/2/3/4): 375-408.
- [19] LIU M, MEAKIN P, HUANG H. Dissipative particle dynamics with attractive and repulsive particle-particle interactions[J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(1): 017101.

(责任编辑 张 镛)

(上接第 418 页)

- [13] AYTON S, LEI P, BUSH A I. Biomaterials and their therapeutic implications in Alzheimer's disease[J]. *Neurotherapeutics*, 2015, 12(1): 109-120.
- [14] TANG X N, ZHOU B. Iron homeostasis in insects: insights from *Drosophila* studies [J]. *Iubmb Life*, 2013, 65(10): 863-872.
- [15] PABLO C Q, GONZALEZ F J, SEBASTIA O N, et al. *Drosophila melanogaster* models of metal-related human diseases and metal toxicity[J]. *International Journal of Molecular Sciences*, 2017, 18(7): 1456.
- [16] RICHARDS C D, WARR C G, BURKE R. A role for dZIP89B in *Drosophila* dietary zinc uptake reveals additional complexity in the zinc absorption process[J]. *Int J Biochem Cell Biol*, 2015, 69: 11-19.
- [17] STEFANIDOU M, MARAVELIAS C, DONA A, et al. Zinc: a multipurpose trace element[J]. *Archives of Toxicology*, 2006, 80(1): 1-9.
- [18] 杨文博, 张英华. 蛋白质水解度的测定方法研究[J]. *中国调味品*, 2014, 39(3): 88-90.
- [19] 黄敬, 倪方慧. 福林酚法测定软胶囊中肽含量[J]. *江西医学检验*, 2004(3): 260-266.
- [20] 杨林, 杨海鹏, 钱沁, 等. 羟基蛋氨酸铁铜锰锌整合率的测定[J]. *饲料工业*, 2003(6): 34-36.
- [21] 胡亮, 乐国伟, 施用晖. 微波固相合成蛋氨酸锌工艺的研究[J]. *食品工业科技*, 2007(1): 193-195.
- [22] RANGANATHAN S, LAKSHMI K V, REDDY V. Trial of ferrous glycine sulphate in the fortification of common salt with iron[J]. *Food Chemistry*, 1996, 57(2): 311-315.

(责任编辑 闫杏丽)