

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.03.001

基于轴向和切向变速的蜗杆砂轮磨齿 齿面纹理改变方法研究

韩江^{1,2}, 段新宇^{1,2}, 夏链^{1,2}, 田晓青^{1,2}, 黄晓勇^{1,2}

(1. 合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省智能数控技术及装备工程实验室, 安徽 合肥 230009)

摘要:蜗杆砂轮磨齿是重要的硬齿面精加工方法,但在工件齿面上会留下不利于啮合噪声表现的平行纹理,在保持其工艺优点的同时,探究齿面纹理改变的方法具有重要意义。文章基于空间曲面啮合原理,结合接触迹和相对速度矢量进行工件齿面磨削纹理仿真;根据齿面纹理与磨削方向的对应关系,定义磨削方向角度对工件齿面纹理进行定量分析;通过建立齿面磨削方向模型,研究轴向和切向速度变化对齿高和齿宽方向上纹理的影响;提出轴向和切向变速的蜗杆砂轮磨齿加工方法,对比分析不同的变速曲线,设计使得相邻接触迹间速度差值最大化的正弦变速函数,建立各加工方法下的齿面磨削方向模型并进行对比。结果表明,该文方法可以在齿高和齿宽方向上改变齿面的磨削速度方向,进而达到改变齿轮纹理的效果。

关键词:蜗杆砂轮磨齿;啮合方程;磨削纹理;变速加工;纹理改变

中图分类号: TG616 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-5060(2023)03-0289-07

Research on tooth surface texture change method of continuous generating grinding based on axial and tangential variable speed

HAN Jiang^{1,2}, DUAN Xinyu^{1,2}, XIA Lian^{1,2}, TIAN Xiaoqing^{1,2}, HUANG Xiaoyong^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Engineering Laboratory of Intelligent CNC Technology and Equipment, Hefei 230009, China)

Abstract: Continuous generating grinding is an important finishing method of hard tooth surface, but it will leave a parallel texture on the tooth surface of the workpiece that is not conducive to the performance of meshing noise. While maintaining its technological advantages, the method of exploring the change of tooth surface texture is of great significance. Based on the meshing principle of space surface, combined with contact trace and relative velocity vector, the grinding texture simulation of workpiece tooth surface is carried out. According to the corresponding relationship between the tooth surface texture and the grinding direction, the grinding direction angle is defined to quantitatively analyze the tooth surface texture of the workpiece. By establishing a tooth surface grinding direction model, the effects of axial and tangential speed changes on the tooth height and tooth width direction are studied. A continuous generating grinding method for axial and tangential speed changes is proposed, different speed change curves are compared and analyzed, a sinusoidal speed change function that maximizes the speed difference between adjacent contact traces is designed, and the tooth surface grinding direction models under different processing methods are established. The direction models are compared, and the results show that this method can change the direction of the grinding speed of the tooth surface in the direction of tooth height and tooth width, and achieve the effect of changing the gear texture.

收稿日期: 2022-04-21; **修回日期:** 2022-06-01

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2020YFE0201000); 国家自然科学基金资助项目(52075142)和合肥工业大学青年教师科研创新启动专项资助项目(JZ2021HGQA0217)

作者简介: 韩江(1963—), 河南洛阳人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师;
夏链(1964—), 四川乐山人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师。

Key words: continuous generating grinding; meshing equation; grinding texture; variable speed processing; texture optimization

0 引言

齿轮作为大部分动力传输机械的关键部件,在汽车、航天和工业机器人等领域有着至关重要的地位。随着汽车混合动力系统的快速发展,动力总成部件对几何形状、公差和表面精度的要求不断提高,对齿轮传动装置提出更加严格的性能要求^[1]。特别是齿轮噪声,已成为一个重要的质量控制环节,是与强度、疲劳寿命和传动效率相并列的重要指标之一^[2]。齿轮表面形貌与噪声行为关系密切,通过改善表面粗糙度、波度、纹理等不规则的微观几何形状,可显著降低接触表面的噪声、振动等^[3]。齿轮的精加工方式决定齿轮的表面形貌,由于不同制造工艺的特性,齿轮表面显示出的微观几何形状、精度和质量具有明显差异^[4]。

蜗杆砂轮磨齿加工具有较高的效率和加工质量,是一种广泛用于新能源汽车传动齿轮的硬齿面精加工方法。相较于内齿强力珩齿在齿面上留下的能有效降低啮合噪声的人字形纹理,蜗杆砂轮磨齿工艺在齿面上产生的平行纹理啮合噪声表现不佳^[5]。文献[6-8]通过实验证明齿轮的噪声行为与其表面形貌息息相关,并指出齿面上的不规则纹理可以减小齿轮的振动行为;文献[9]对变蜗杆砂轮冲程速度的加工方法进行了试验,结果表明齿面不规则纹理可以有效降低啮合噪声;文献[10]指出蜗杆砂轮磨齿采用深切缓进加工方法可以获得有利于减小传动噪声的网状纹理。诸多实验表明对齿面平行纹理进行改变,可以有效降低齿轮的啮合噪声,而目前关于蜗杆砂轮磨齿工艺下针对性的纹理改变方法的理论研究很少,该理论对于工艺方法的改进具有重要指导意义。

本文通过研究蜗杆砂轮轴向和切向进给速度变化对磨削方向的影响,提出基于轴向和切向变速的齿面纹理改变方法,建立合适的变速函数,通过动态改变蜗杆砂轮轴向和切向的进给速度对工件齿面纹理进行有目的性的改变,形成不规则纹理,达到降低啮合噪声的效果。

1 蜗杆砂轮磨齿齿面纹理的形成

蜗杆砂轮磨齿加工过程中,蜗杆砂轮与工件齿轮间的运动方式为交错轴螺旋齿轮传动,啮合处为点接触。加工过程中,蜗杆砂轮沿工件齿轮

轴向运动,多条接触迹与整个齿面形成啮合。接触点处蜗杆砂轮突起的磨粒与工件齿轮齿面不规则处挤压,并沿着相对速度方向进行磨削产生磨削痕迹,加工完成后便产生了整体齿面纹理,如图1所示,因此可以通过离散接触迹结合磨削方向的方式对齿面磨削纹理进行仿真。

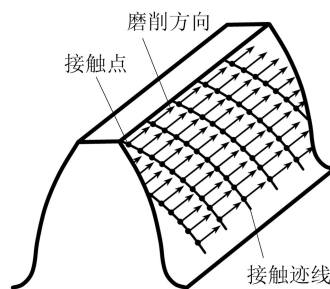


图1 工件齿面纹理

2 工件齿面磨削纹理仿真

2.1 蜗杆砂轮磨齿空间坐标系

建立蜗杆砂轮磨齿加工过程的空间坐标系,如图2所示。其中: $S_1(O_1-x_1y_1z_1)$ 、 $S_2(O_2-x_2y_2z_2)$ 分别为工件齿轮和蜗杆砂轮的固定坐标系; $S_g(O_g-x_gy_gz_g)$ 、 $S_w(O_w-x_wy_wz_w)$ 分别为工件齿轮和蜗杆砂轮的动态坐标系; Σ 为轴交角; a 为中心距; φ_1 、 φ_2 分别为工件齿轮、蜗杆砂轮的转角。

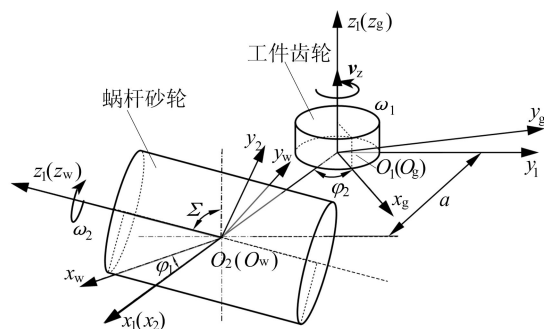


图2 蜗杆砂轮磨齿空间坐标系

2.2 齿面方程构建

工件齿轮齿面由渐开线绕轴线做螺旋运动得到标准渐开螺旋面,在工件齿轮坐标系 $S_1(O_1-x_1y_1z_1)$ 中建立齿面方程为:

$$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1),$$

$$x_1 = r_b \cos(\delta_0 + \theta + \lambda) + r_b \lambda \sin(\delta_0 + \theta + \lambda),$$

$$y_1 = r_b \sin(\delta_0 + \theta + \lambda) - r_b \lambda \cos(\delta_0 + \theta + \lambda),$$

$$z_1 = p \theta \quad (1)$$

其中: r_b 为基圆半径; δ_0 为渐开线起始角; λ 为渐开线展角; θ 为螺旋升角; p 为螺旋参数。

2.3 蜗杆砂轮磨齿接触迹方程

根据齿轮啮合原理^[11], 啮合点处的相对运动速度 v_{12} 与该点处曲面的法矢量 n 内积为 0, 即

$$v_{12} \cdot n = 0 \quad (2)$$

相对运动速度 v_{12} 的计算公式为:

$$v_{12} = v_1 - v_2 = \omega_1 \times r_g + v_z - \omega_2 \times r_w \quad (3)$$

法矢量 n 的计算公式为:

$$n = \frac{\partial r_{1g}}{\partial \lambda} \times \frac{\partial r_{1g}}{\partial \theta} \quad (4)$$

其中, r_{1g} 为齿面接触点在工件齿轮固定坐标系下的坐标矢量, $r_{1g} = M_{1g} r_1$, M_{1g} 为坐标系 $S_g(O_g-x_g y_g z_g)$ 变换到坐标系 $S_1(O_1-x_1 y_1 z_1)$ 的转化矩阵。

根据(1)~(4)式, 联立齿面方程与啮合方程, 得到蜗杆砂轮磨齿的接触迹方程为:

$$\begin{cases} x_1 = r_b \cos(\delta_0 + \theta + \lambda) + r_b \lambda \sin(\delta_0 + \theta + \lambda), \\ y_1 = r_b \sin(\delta_0 + \theta + \lambda) - r_b \lambda \cos(\delta_0 + \theta + \lambda), \\ z_1 = r_b \theta / \tan \beta, \\ n_{x1}(-y_1 - i_{21} z_1 \sin \Sigma - i_{21} y_1 \cos \Sigma) + \\ n_{y1}[x_1 - i_{21}(x_1 - a) \cos \Sigma] + \\ n_{z1} i_{21}(x_1 - a) \sin \Sigma = 0, \\ n_{x1} i'(-z_1 \sin \Sigma + y_1 \cos \Sigma) - n_{y1} i'(x_1 - a) \times \\ \cos \Sigma + n_{z1}[1 + i'(x_1 - a) \sin \Sigma] = 0 \end{cases} \quad (5)$$

2.4 工件齿面磨削纹理仿真

根据以上磨削轨迹方程进行齿面纹理仿真, 输入的蜗杆砂轮和工件齿轮基本参数见表 1 所列。

表 1 工件和蜗杆砂轮参数

工件参数	数值	蜗杆砂轮参数	数值
模数/mm	1	模数/mm	1
齿数/个	30	头数/个	3
螺旋角/(°)	10	导程角/(°)	2
压力角/(°)	15	压力角/(°)	15
顶隙系数	0.25	外径/mm	280
齿顶系数	1	宽度/mm	150
齿宽/mm	15		

输入工艺参数, 先计算出齿面上接触迹的分布, 然后在每个啮合点上计算出该点处的相对速度矢量, 得到的齿面纹理如图 3 所示, 可以看出在齿面形成了平行纹理。

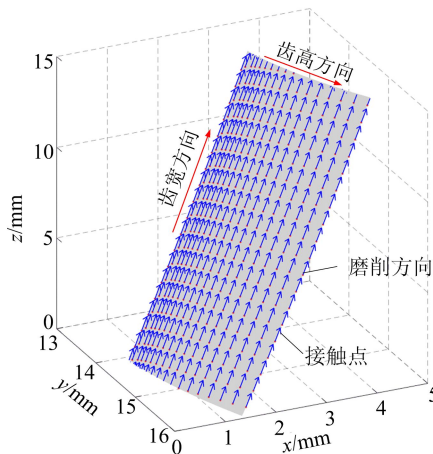


图 3 工件齿面磨削纹理仿真

3 磨削方向角度的定义

蜗杆砂轮磨齿加工时, 齿轮工件和刀具(蜗杆砂轮)接触点处的相对速度可分解为 3 个速度分量: 由啮合运动产生且沿齿根到齿顶递增的 v_c ; 垂直于 v_c 且与齿面相切的速度 v_t ; 由于蜗杆砂轮和工件齿轮存在同步误差而产生的 v_n 。齿面相对速度分解示意图如图 4 所示。

定义相对速度与齿面相切的 2 个分量间夹角为磨削方向角度 c , 则其计算公式为:

$$c = \arctan(v_t/v_c) \quad (6)$$

因此可以通过磨削方向角度 c 分析蜗杆砂轮磨齿中相对速度方向的变化。在图 3 工件齿面纹理上对离散点处的相对速度进行采样, 得到不同齿高 h 处对应的磨削方向角度 c , 如图 5 所示。

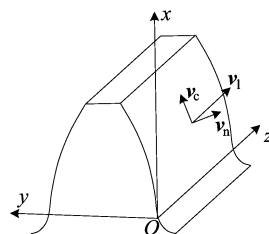


图 4 齿面相对速度分解示意图

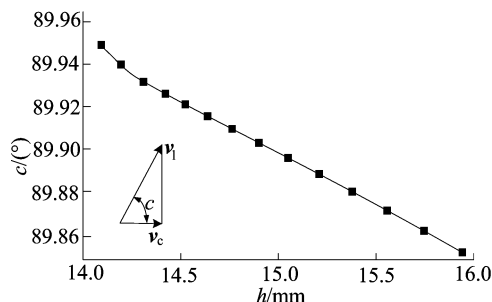


图 5 不同齿高处的磨削方向角度

齿高方向上的磨削方向角度基本呈 90° , 与齿面磨削纹理平行于齿宽方向的特征基本一致, 因此可以通过齿面磨削方向角度来对齿面纹理进行表征。

4 轴向和切向速度变化的影响

磨削后工件齿面上的齿面纹理是由蜗杆砂轮上的无规则磨粒磨削后留下的, 而磨粒磨削的轨迹走向由磨削方向决定。可以通过改变蜗杆砂轮磨齿加工中的轴向和切向速度等加工参数对磨削方向进行改变, 进而改变工件齿轮齿面的纹理。

蜗杆砂轮磨齿加工中, 蜗杆砂轮在同时具有轴向速度 v_z 和切向速度 v_y 的情况下, 工件齿轮角速度 ω_1 与蜗杆砂轮角速度 ω_2 之间联动关系为:

$$\omega_1 = \frac{N_2}{N_1} \omega_2 + \frac{4 \sin \beta}{m_n N_1} v_z + \frac{4 \cos \lambda}{m_n N_1} v_y \quad (7)$$

将(7)式代入(3)式, 得到同时具有轴向和切向运动下啮合点处的相对速度 v_{12} 为:

$$v_{12} = v_1 - v_2 = \begin{bmatrix} v_{12x} \\ v_{12y} \\ v_{12z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -iy\omega_2 + \omega_2(z \sin \Sigma + y \cos \Sigma) - i'yv_z + i''yv_y \\ iy\omega_2 - \omega_2(x-a) \cos \Sigma + i'yv_z + (i''x + \sin \Sigma)v_y \\ -\omega_2(x-a) \sin \Sigma + v_z + v_y \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (8)$$

以表 1 中蜗杆砂轮和工件齿轮的参数为例, 蜗杆砂轮轴向速度 v_z 和切向速度 v_y 变化分别对磨削方向角度 c 的影响如图 6 所示。由图 6 可知, 改变轴向进给速度大小 v_z 和切向进给速度大小 v_y 可以更改磨削方向角度, 从而对齿面纹理产生影响, 且影响效果受蜗杆砂轮转速的限制。

取蜗杆砂轮角速度为 10 rad/s , 将轴向速度和切向速度以 10 mm/s 的增量从 0 mm/s 增大到 40 mm/s , 分别依次分析轴向、切向速度以及两者共同作用下齿形方向上相对速度矢量角度 c 的变化, 结果如图 7 所示。

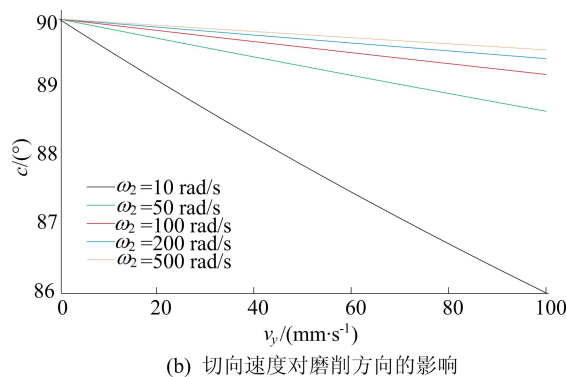
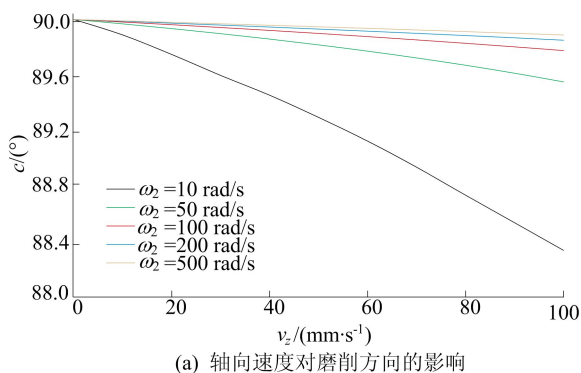


图 6 接触点处轴向和切向速度变化对磨削方向的影响

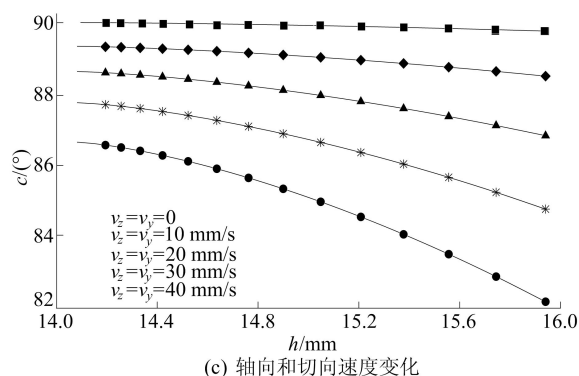
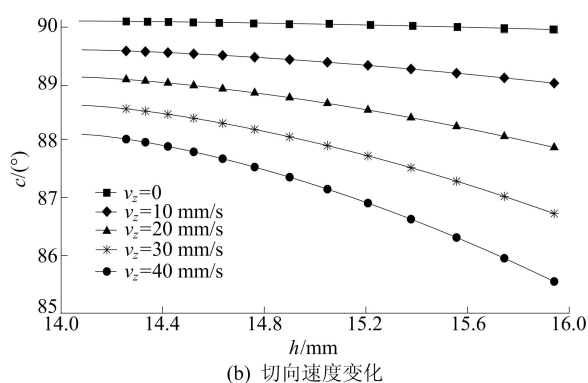
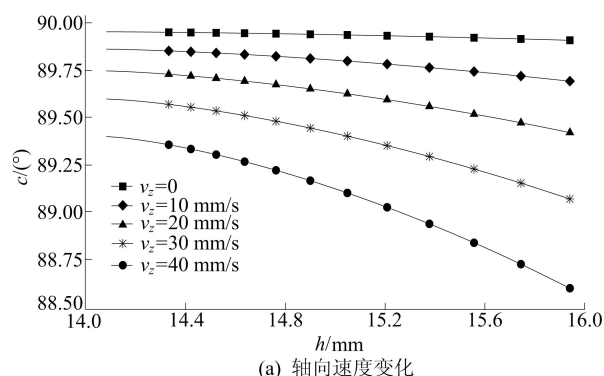


图 7 轴向和切向速度变化对齿高上磨削方向的影响

由图 7 可知: 无论是否附加轴向和切向运动, 从齿根到齿顶, 磨削方向角度都是呈下降趋势; 附加轴向或切向运动, 都会导致磨削方向角度下降,

且附加切向运动的影响更大;齿高方向上的磨削方向角度下降幅度会随着轴向和切向速度的增大而增大;当同时附加轴向和切向运动时,磨削方向角度的变化大于轴向或切向运动单独作用下的变化之和。

5 轴向和切向变速的纹理改变方法

5.1 变速加工方法的提出

在齿高方向上,从齿根到齿顶的磨削方向角度逐渐下降,同时,在齿宽方向上,可以计算得到每条接触迹的磨削方向角度。以磨削方向角度 c 为 z 轴,齿高 h 和齿宽 b 分别为 x 轴和 y 轴,则可以构建全齿面的磨削方向模型。

以表1的工艺参数为例,取蜗杆砂轮轴向速度和切向速度为 20 mm/s ,针对蜗杆砂轮仅轴向进给和轴向与切向同时进给加工,分别建立工件齿轮齿面磨削方向模型,如图8所示。

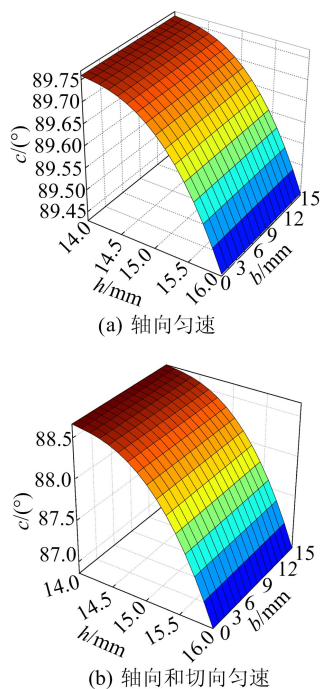


图8 匀速加工下的齿面磨削方向模型

从图8可以看出,相较于仅轴向进给的加工方法,蜗杆砂轮同时轴向和切向匀速进给时,齿高方向上的磨削方向角度下降幅度增大了,但齿宽方向上的磨削方向特征依旧与传统加工的结果一致。

因此,改变匀速进给加工下轴向和切向进给的速度可以对齿高方向上的磨削方向角度下降幅度进行改变,但并不能改变齿宽方向上磨削方向的一致性,整体依旧为平行纹理。

同一齿面上,工件齿轮旋转1圈,齿面上产生1条接触迹,由于轴向运动的存在,经过1个旋转周期后,在齿宽方向上距离第1条接触迹一段相对位移处,产生第2条接触迹。由于加工过程中轴向和切向速度保持匀速,前、后接触迹上的相对速度未发生变化。

相反地,若在进行下一条接触迹的啮合时轴向和切向速度发生改变,磨削方向角度也会相应地发生变化,则可以改变工件齿面齿宽上相对速度方向保持不变的特征。

5.2 变速函数的选取

理论上,通过设计和改变轴向进给速度 v_z 和切向进给速度 v_y 可以实现蜗杆砂轮磨齿加工中啮合点的相对速度可控,进而对齿面纹理进行改变。

设置变速函数为周期波动函数,其函数表达式为:

$$V = A + Bf(Ct) \quad (9)$$

建立梯形波、正弦波和三角波3个变速波形进行对比分析,设置各自的波形曲线如图9所示。 A 取值越大则基准速度越大,同时应考虑蜗杆砂轮轴向和切向的有效行程; B 取值越大则速度波动幅度越大,其相对于基准速度的变化范围不能太大; C 取值越大则速度变化频率越高,应考虑齿面前后接触迹上的速度差值较大,进而使前后接触迹上具有较大的轴向和切向速度差值。对于改变齿宽方向上的磨削方向而言,取函数周期为工件旋转周期的2倍为最优,即 $T_1 \sim T_6$ 时间内,工件齿轮旋转了6周,每个齿面上均产生了6条接触迹,同时每个齿面啮合时间很短,此时轴向和切向速度可以近似为常数,则其中某一齿面上相邻接触迹上的速度值最大相差 $2B$ 。此时,可以通过蜗杆砂轮的角速度、轴向和切向进给速度计算得到 C 值,计算公式为:

$$C = \frac{N_2}{2N_1} \omega_2 + \frac{2\sin\beta}{m_n N_1} v_z + \frac{2\cos\lambda}{m_n N_1} v_y \quad (10)$$

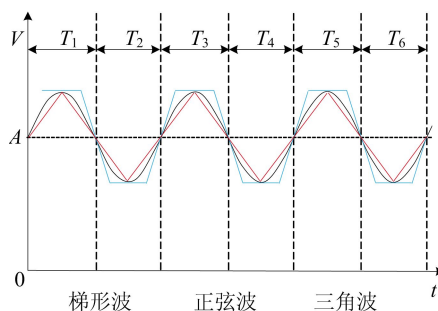


图9 速度变化曲线

3 个变速函数的基准速度、波动幅度及变速频率均一致,设定蜗杆砂轮角速度为 100 rad/s,轴向基准速度为 5 mm/s,无切向运动,波动幅度为 0.5 mm/s,则可以通过(10)式计算得到变速频率参数 $C = 4.884 2$,因此 3 个变速函数表达

式为:

$$V = 5 + 0.5f(4.884 2t) \quad (11)$$

通过 3 个变速曲线建立轴向变速下的齿面磨削方向模型,同时建立仅轴向匀速即直线波形下的磨削方向模型进行对比,结果如图 10 所示。

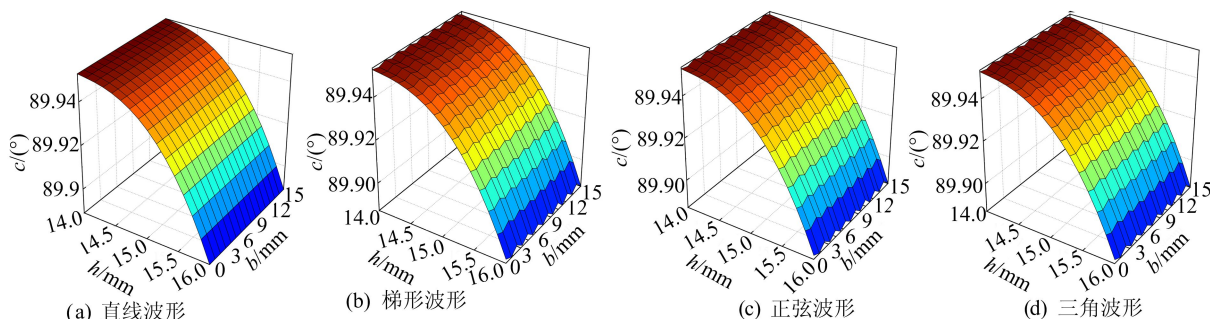


图 10 不同变速波形下的磨削方向模型

由图 10 可知,当变速函数中的 A 、 B 、 C 均一致时,不同波形曲线下的齿面磨削方向模型基本相同,仅表现为齿宽方向上的磨削方向波动幅度有细微差别。

结合数控机床的加工实际情况,各轴的运动应避免速度反向及突变,因此选择正弦变速函数,其兼具变速效果及速度过渡平稳的优点。变速函数可以表示为:

$$V = A + B\sin(Ct) \quad (12)$$

基准速度 A 主导齿高方向上磨削方向的变化幅度,波动幅度 B 的大小控制着齿宽方向上前接触迹的磨削方向角度波动幅度。此外,由图 6 可知,轴向和切向速度变化对于磨削方向的影响是同向的,则在轴向和切向共同变速的情况下,两者变速函数中的 C 应相同,此时两者同时到达最大值与最小值,才能达到对相对速度方向的同向影响。

综上所述,在选取正弦变速函数时,应根据加工实际情况对 A 、 B 、 C 进行取值,最终齿宽方向上的磨削方向将呈不规则波动状。

5.3 变速加工算例验证

以表 1 的基本参数为例,进行算例验证,取蜗杆砂轮角速度 $\omega_2 = 50$ rad/s,则轴向变速函数 V_z 和切向变速函数 V_y 为:

$$\begin{cases} V_z = 1 + 0.1\sin(3.487 8t), \\ V_y = 10 + \sin(3.487 8t) \end{cases} \quad (13)$$

蜗杆砂轮为了与整个齿面完成啮合,轴向运动是必需的,而切向运动以及变速与否都是可选的。因此对加工方式分类如下:轴向匀速+无切

向运动,轴向匀速+切向匀速,轴向变速+无切向运动,轴向变速+切向匀速,轴向匀速+切向变速,轴向变速+切向变速。依次对各加工方式建立齿面磨削方向模型,如图 11 所示。由图 11 可知,在轴向匀速的蜗杆砂轮磨齿加工中,齿高方向上磨削方向角度略微下降,若附加了切向变速,下降幅度会明显增大,但齿宽方向上的磨削方向依旧保持一致;而在变速的磨齿加工下,由于前、后接触迹上的轴向或切向速度发生了变化,齿宽方向上的磨削方向角度呈不规则波动状,并且切向变速对磨削方向的影响更为显著,此时工件齿轮整体齿面上的纹理走向为不规则状,与 5.2 节理论分析一致。

因此,相较于传统蜗杆砂轮磨齿加工方法,变速蜗杆砂轮磨齿加工可以通过轴向和切向的动态变速对齿高和齿宽方向上的磨削速度方向进行改变,进而实现对工件齿轮齿面上的纹理进行改变。

根据加工需求,可以选择最合适的加工方法,并通过变速函数中的参变量对齿面纹理进行针对性的改变。若只需要将工件齿面纹理进行打乱,则仅通过较简单的蜗杆砂轮轴向变速改变齿宽方向上相对速度的一致性即可;若需要纹理变化角度大一些,则可以进行更为复杂的轴向和切向混合变速,同时适当增大变速函数中的基准速度及波动幅度。

因此,轴向和切向变速加工方法可以针对性地改变齿面上的磨削方向,整体上形成不规则纹理,相较于传统加工下的平行纹理,可以达到降低啮合噪声的效果。

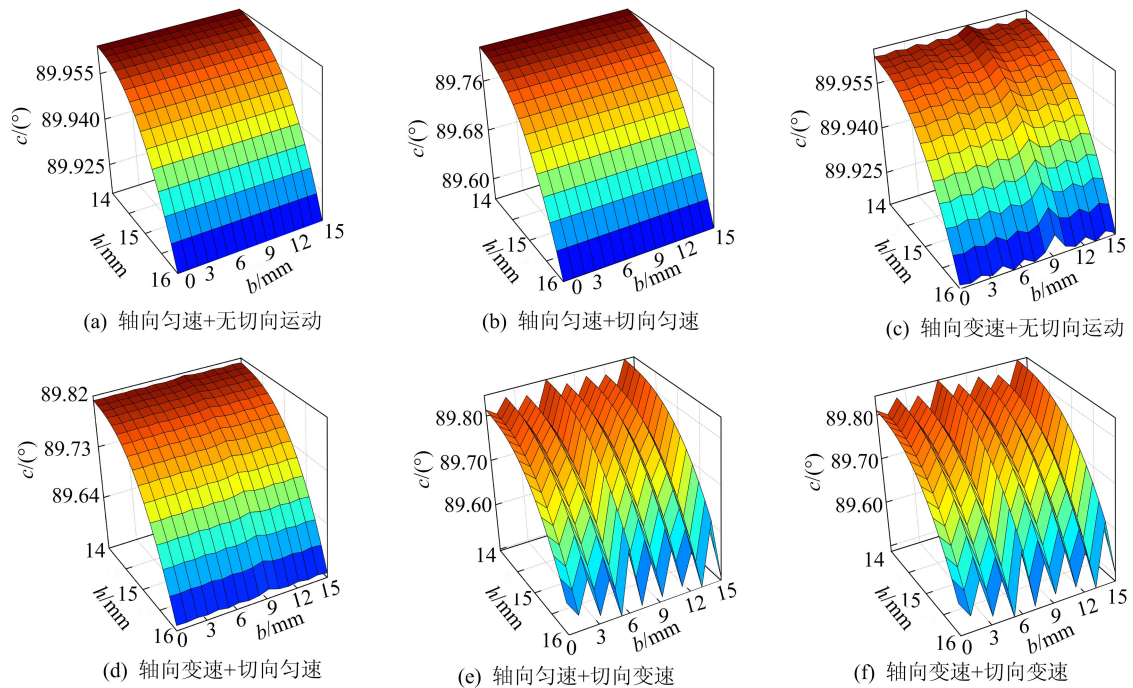


图11 各加工方式下的齿面磨削方向模型

6 结 论

(1) 本文基于空间齿轮啮合原理,建立蜗杆砂轮磨齿工艺在工件齿轮上所生成的接触迹数学模型,并结合接触点处的相对速度,利用 MATLAB 数值计算与可视化仿真,建立蜗杆砂轮磨齿工艺下的齿面磨削纹理模型。

(2) 建立全齿面磨削方向角度模型,分析传统加工下的齿面纹理特征,研究蜗杆砂轮沿工件齿轮轴向和切向的速度变化对齿面磨削方向的影响,通过改变轴向和切向进给速度对磨削方向产生相对应的改变。

(3) 提出轴向和切向变速的蜗杆砂轮磨齿加工方法,设计使相邻接触迹速度差最大化的正弦变速函数,通过改变函数中的基准速度和波动幅度对齿高和齿宽方向上的磨削方向特征进行改变。建立变速加工的齿面磨削方向角度模型与匀速加工的进行对比,结果表明,各变速加工方法可以有针对性地在齿高和齿宽上对齿面纹理进行改变,形成不规则纹理,达到降低啮合噪声的效果。

[参 考 文 献]

[1] KRAJNIK P, HASHIMOTO F, KARPUSCHEWSKI B, et al. Grinding and fine finishing of future automotive powertrain components[J]. CIRP Annals, 2021, 70(2): 589-610.

[2] 王学莲. 对渐开线圆柱齿轮噪声的探讨[J]. 机械工程与自动化, 2017(3): 192-194.

[3] 冯秀, 顾伯勤. 表面形貌的研究现状及发展趋势[J]. 润滑与密封, 2006(2): 168-170, 176.

[4] TRÜBSWETTER M, GÖTZ J, KOHN B, et al. Effects of different hard finishing processes on gear excitation[J]. Machines, 2021, 9(8): 169.

[5] 韩江, 袁彬, 王东岭, 等. 内齿强力珩齿与蜗杆砂轮磨齿切削机理对比分析与试验研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(11): 205-213.

[6] JOLIVET S, MEZGHANI S, EL MANSORI M, et al. Gear noise behavior induced by their topological quality[J]. Surface Topography: Metrology and Properties, 2013, 2(1): 014008.

[7] JOLIVET S, MEZGHANI S. Dependence of tooth flank finishing on powertrain gear noise[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2015, 37: 467-471.

[8] JOLIVET S, MEZGHANI S, ISSELIN J, et al. Experimental and numerical study of tooth finishing processes contribution to gear noise[J]. Tribology International, 2016, 102: 436-443.

[9] 李国龙, 刘鹏祥, 周泓曲, 等. 面向降噪的蜗杆砂轮磨削齿面纹理改善方法[J]. 机械工程学报, 2017, 53(23): 182-189.

[10] 吴路路. 电子齿轮箱高速高精度控制及误差补偿算法研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.

[11] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 2版. 西安: 西安交通大学出版社, 2009: 145-147.

(责任编辑 胡亚敏)