

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.02.003

基于电子齿轮箱非圆齿轮齿距误差补偿研究

郭振^{1,2}, 夏链^{1,2}, 韩江^{1,2}

(1. 合肥工业大学 机械工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省智能数控技术及装备工程实验室, 安徽 合肥 230009)

摘要:文章针对非圆齿轮滚齿加工难以获得较高精度的问题, 对非圆齿轮滚齿加工误差及其补偿方法进行研究。推导非圆齿轮滚齿加工数学模型, 构建非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱运动控制模型, 并从几何角度分析推导电子齿轮箱展成控制误差所引起的非圆齿轮齿距误差; 根据构建的非圆齿轮齿距误差关系式, 建立电子齿轮箱非圆齿轮齿距误差补偿控制器, 添加到电子齿轮箱运动控制模型中, 并通过仿真实验分析对比补偿前、后的控制效果。研究表明, 该方法能够有效地降低非圆齿轮齿距误差。

关键词:非圆齿轮; 电子齿轮箱; 齿距误差; 误差补偿

中图分类号:TH161.5

文献标志码:A

文章编号:1003-5060(2023)02-0157-06

Research on pitch error compensation of non-circular gear in electronic gearbox

GUO Zhen^{1,2}, XIA Lian^{1,2}, HAN Jiang^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Intelligent Numerical Control Technology and Equipment Engineering Laboratory, Hefei 230009, China)

Abstract: Aiming at the problem that it is difficult to obtain high precision in the non-circular gear hobbing, this paper studied the error of the non-circular gear hobbing and its compensation method. Firstly, the mathematical model of the non-circular gear hobbing was derived. Then, the motion control model of electronic gearbox in the non-circular gear hobbing was constructed, and the pitch error of non-circular gear caused by the generating control error of electronic gearbox was analyzed and derived from the perspective of geometry. Finally, according to the established non-circular gear pitch error relation, the non-circular gear pitch error compensation controller of electronic gearbox was established, which was added to the motion control model of electronic gearbox. The control effects before and after the compensation were analyzed and compared through simulation experiments. The research results show that this method can effectively reduce the pitch error of non-circular gear.

Key words: non-circular gear; electronic gearbox; pitch error; error compensation

非圆齿轮结合了一般齿轮和凸轮的优点, 能够实现非匀速比传动, 广泛应用于轻工业及仪器仪表行业^[1]。齿轮在产生过程中, 对多轴之间的联动有严格的要求^[2]。传统齿轮加工依靠机械式的齿轮箱来保持各轴之间的传动比关系, 因此齿

轮的加工精度受到传动齿轮加工精度和安装精度的影响。

文献[3]根据滚齿机滚齿加工过程的理论模型, 提出一种新的软件定义的滚齿机电子齿轮箱代替机械式齿轮箱; 文献[4]以滚刀节线和非圆齿

收稿日期:2021-04-20

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2020YFE0201000); 国家自然科学基金资助项目(52075142)

作者简介:郭振(1995—), 男, 安徽阜阳人, 合肥工业大学硕士生;

夏链(1964—), 女, 四川乐山人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师;

韩江(1963—), 男, 河南项城人, 博士, 合肥工业大学教授, 博士生导师, 通信作者, E-mail: jianghan@hfut.edu.cn.

轮节曲线保持纯滚动为依据,推导出非圆齿轮滚齿加工联动数学模型,并通过仿真进行了验证;文献[5]根据非圆齿轮滚齿加工模型,推导了工件转角误差和滚刀转角误差对非圆齿轮齿距影响的误差公式,但其计算过程过于复杂。因为齿轮加工涉及到多轴联动,所以存在多轴同步控制的问题[6]。文献[7]提出了一种简单的圆柱斜齿轮节距误差和螺旋线轮廓误差的估计方法,并结合这种估计方法提出一种电子齿轮箱交叉耦合控制器体系结构。

本文根据非圆齿轮滚齿加工数学模型,构建非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱运动控制模型,并从几何角度分析推导电子齿轮箱展成控制误差所引起的非圆齿轮齿距误差;建立电子齿轮箱非圆齿轮齿距误差补偿控制器,并把齿距误差补偿控制器添加到电子齿轮箱运动控制模型中,通过仿真实验分析对比补偿前、后的控制效果。

1 非圆齿轮运动控制模型

1.1 非圆齿轮滚齿加工数学模型

沿滚刀轴线做剖切面,滚刀加工非圆齿轮可以看作齿条刀具加工非圆齿轮,如图 1 所示。

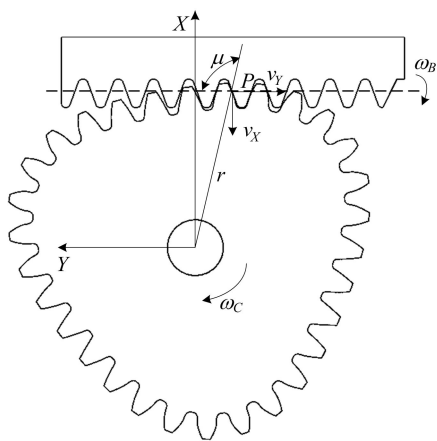


图 1 非圆齿轮滚齿加工端面图

图 1 中:点 P 为齿条中线与非圆齿轮节曲线相切点; r 为对应极径; μ 为极切角; ω_B 为滚刀转速; ω_C 为齿坯转速。

由几何关系可知,非圆齿轮节曲线与刀具齿条切点处的速度在 X 方向和 Y 方向的分量为:

$$v_X = r\omega_B \cos \mu \quad (1)$$

$$v_Y = r\omega_C \sin \mu \quad (2)$$

滚刀的回转除形成切削速度外,还可形成投影工具齿条在法面内的移动速度,此速度由滚刀回转实现,即

$$v_Y \cos \beta = \frac{km}{2} \omega_B \quad (3)$$

其中: k 为滚刀头数; m 为非圆齿轮端面模数; β 为非圆齿坯螺旋角。

由(2)式和(3)式得非圆齿坯展成速度为:

$$\omega_C = \frac{km}{2r \sin \mu \cos \beta} \omega_B = \frac{km \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{2r^2 \cos \beta} \omega_B \quad (4)$$

为了形成工具斜齿条,刀具齿条和工件在法平面内要有相对速度 Δv_n 。当滚刀以速度 v_Z 沿齿坯轴向运动时,由啮合点处滚刀与齿坯的法向速度相等可得:

$$\Delta v_n = v_Z \sin \beta \quad (5)$$

为补偿 Δv_n ,令工件的附加转速为 $\Delta \omega_C$,有:

$$\Delta v_n = r \Delta \omega_C \sin \mu \cos \beta \quad (6)$$

由(5)式和(6)式得到工件的附加转速为:

$$\Delta \omega_C = \frac{\tan \beta \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{r^2} v_Z \quad (7)$$

由(4)式和(7)式得到的工件最终转速为:

$$\omega_C' = \frac{km \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{2r^2 \cos \beta} \omega_B \pm \frac{\tan \beta \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{r^2} v_Z \quad (8)$$

由(1)式和(4)式可得滚刀与齿坯之间的径向进给速度为:

$$v_X = \frac{dr/d\varphi}{r} \frac{km}{2 \cos \beta} \omega_B \quad (9)$$

综上所述,非圆齿轮滚齿加工运动模型为:

$$\begin{aligned} \omega_C' &= \frac{km \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{2r^2 \cos \beta} \omega_B \pm \\ &\frac{\tan \beta \sqrt{r^2 + (dr/d\varphi)^2}}{r^2} v_Z, \\ v_X &= \frac{dr/d\varphi}{r} \frac{km}{2 \cos \beta} \omega_B, \\ v_Z &= k_Z \end{aligned} \quad (10)$$

其中: k_Z 为常数;当 $\beta=0$ 时,表示加工非圆直齿轮;滚刀螺旋角与工件齿轮螺旋角的旋向相同时取“+”,旋向相反时取“-”。

1.2 非圆齿轮电子齿轮箱运动控制模型

电子齿轮箱按结构可以分为主从式结构和并行式结构。主从式电子齿轮箱是从动轴对主动轴的跟随控制,主动轴转速经编码器检测后传递到电子齿轮箱模块,作为从动轴的控制信号。并行式电子齿轮箱是对每个运动轴进行独立控制,但如果其中一个轴受到干扰,就不能很好地与其他轴保持同步运动。而主从式结构在主动轴受到干

扰的情况下,从动轴能够跟踪主动轴的变化^[8],因此本文采用主从式的电子齿轮箱结构。

对于非圆齿轮滚齿加工,在加工过程中参与运动的轴有 4 个,分别为滚刀轴 B 轴、齿坯旋转轴 C 轴、相对齿坯径向往复运动的径向进给轴 X 轴和为滚切出全齿宽的轴向运动轴 Z 轴。在切削加工时,一般滚刀轴 B 轴给予恒定转速,当

伺服电机编码器采集到 B 轴转速后作为基准信号传递给处理器,经过电子齿轮箱模块转换为从动轴 X 轴的控制信号,从动轴 C 轴的控制信号由 B 轴和 Z 轴的控制信号共同经过电子齿轮箱模块转化得到。

建立主从式非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱结构,如图 2 所示。

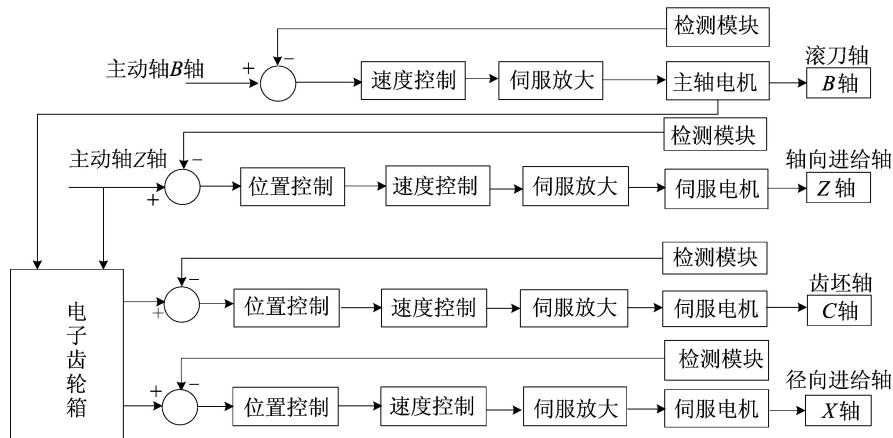


图 2 非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱结构图

2 非圆齿轮齿距误差数学模型

非圆齿轮误差是类比圆柱齿轮的误差项来定义^[9]的,分为齿距误差、齿廓误差、齿向误差等。本文主要研究在非圆齿轮加工中,电子齿轮箱展成控制误差导致的非圆齿轮齿距误差。齿距误差为在非圆齿轮节曲线上实际齿距与理论齿距之差,其反映的是一齿内的转角误差,主要对齿轮工作时的准确性产生影响。

对于非圆齿轮滚齿加工,首先考虑从动轴径向进给轴 X 轴运动误差对齿距的影响,具体如图 3 所示。

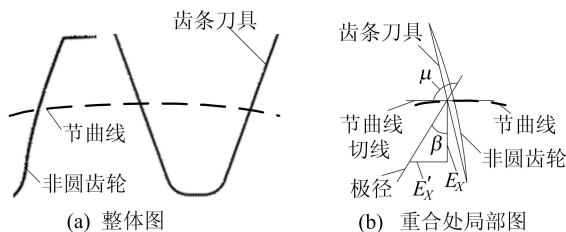


图 3 X 轴运动误差对齿距的影响

图 3b 中, E_X 为径向进给轴 X 轴的位置跟踪误差,其对非圆齿轮齿距的影响为在节曲线切线上的分量 E_X' 。由几何关系可得:

$$E_X' = E_X \tan \beta \quad (11)$$

其中, $\beta = \mu - 90^\circ$, μ 为极切角。

其次考虑齿坯轴 C 轴转角误差对最终加工的非圆齿轮齿距的影响,如图 4 所示。

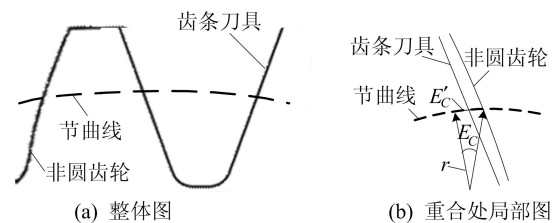


图 4 C 轴的跟踪误差对非圆齿轮齿距的影响

图 4b 中, E_C 为非圆齿坯轴 C 轴的位置跟踪误差,其对非圆齿轮齿距的影响为在节曲线上的弧长 E_C' 。由几何关系可得:

$$E_C' = r E_C \quad (12)$$

其中, r 为非圆齿轮啮合点处的极径。

根据(11)式和(12)式可得滚刀径向进给轴 X 轴的跟踪误差和齿坯轴 C 轴跟踪误差对非圆齿轮齿距的影响 F_p ,即

$$F_p = E_X' + E_C' = E_X \tan \beta + r E_C \quad (13)$$

3 非圆齿轮齿距误差补偿仿真模型

3.1 非圆齿轮齿距误差补偿控制数学模型

根据推导的非圆齿轮加工中齿距误差公式,

构建非圆齿轮齿距误差补偿控制数学模型。

将齿距误差数学模型重写如下：

$$F_p = E_X' + E_C' = E_X \tan \beta + rE_C \quad (14)$$

其中： E_X 为 X 轴位置跟踪误差； E_C 为 C 轴位置跟踪误差； r 为非圆齿坯节曲线极径。

为了减小或者消除 X 轴和 C 轴运动误差导致的齿距误差，一种方法是对齿坯轴 C 轴补偿相应的量 ΔE_C ，即令：

$$F_p = E_X \tan \beta + r(E_C + \Delta E_C) = 0 \quad (15)$$

有

$$\Delta E_C = \frac{-E_X \tan \beta}{r} - E_C \quad (16)$$

简化为：

$$\Delta E_C = k_X E_X + k_C E_C \quad (17)$$

其中： $k_X = \frac{-\tan \beta}{r}$ ； $k_C = -1$ 。

另一种方法是对 X 轴引入补偿量 ΔE_X ，使齿距误差为 0，即

$$F_p = (E_X + \Delta E_X) \tan \beta + rE_C = 0 \quad (18)$$

同理可得：

$$\Delta E_X = k_C E_C + k_X E_X \quad (19)$$

其中： $k_C = \frac{-r}{\tan \beta}$ ； $k_X = -1$ 。

由(19)式可知，因为正切函数位于分母位置，导致补偿量 ΔE_X 变动特别大，会引起 X 轴的位置波动较大，所以本文只针对 C 轴进行补偿控制。

3.2 电子齿轮箱控制误差补偿仿真模型

根据文献[10]建立伺服控制系统模型，如图 5 所示。

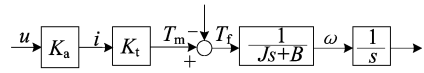


图 5 伺服控制系统模型

图 5 中： K_a 为电流环增益； K_t 为电机转矩系数； J 、 B 分别为电机轴等效转动惯量和等效摩擦黏性系数； u 为输入电压信号； T_m 为驱动转矩； T_f 为干扰转矩； ω 为电机转速。

以非圆直齿轮滚齿加工电子齿轮箱仿真为例，建立滚刀轴 B 轴、齿坯轴 C 轴和径向进给轴 X 轴三轴联动模型，以 B 轴为主动轴， C 轴和 X 轴为从动轴。根据构建的非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱结构图以及非圆齿轮齿距误差补偿控制数学模型，在 MATLAB/Simulink 环境中建立非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱齿距误差补偿控制仿真模型，如图 6 所示。

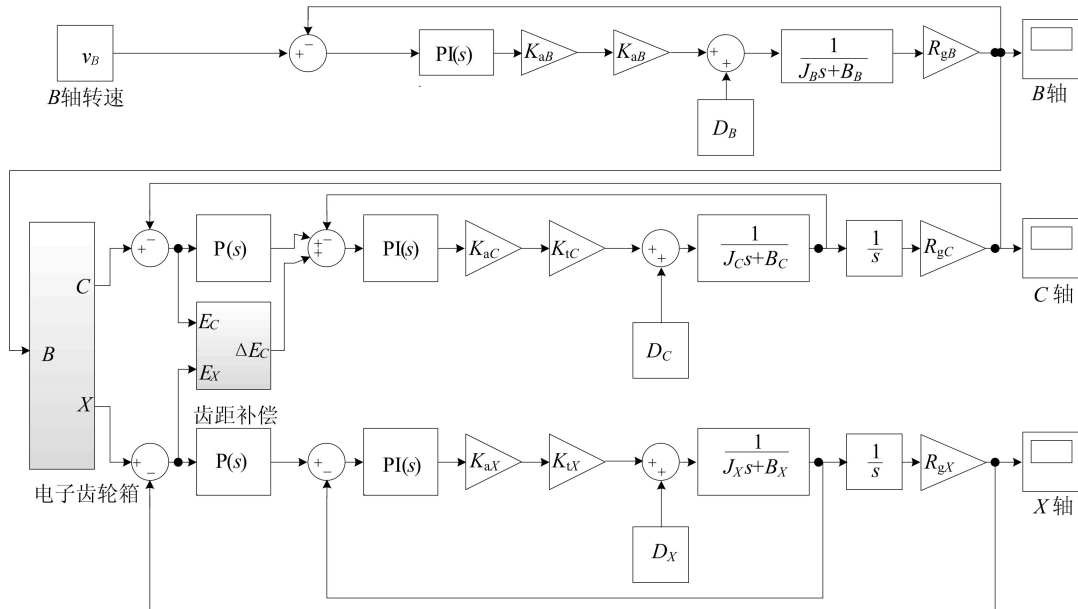


图 6 非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱齿距误差补偿控制仿真模型

图 6 中： K_{aB} 、 K_{aC} 、 K_{aX} 为各轴电流环增益； K_{tB} 、 K_{tC} 、 K_{tX} 为各轴电机转矩常数； J_B 、 J_C 、 J_X 为各轴等效惯量； B_B 、 B_C 、 B_X 为各轴等效黏性阻尼系数； D_B 、 D_C 、 D_X 为各轴干扰信号； R_{gB} 、 R_{gC} 、 R_{gX}

为各轴速度或位移转换系数。

本文中， B 轴采用速度控制方式， C 轴和 X 轴分别采用位置环和速度环双环控制方式，速度环采用比例积分 PI 控制器，位置环采用比例 P

控制器。

以滚切二阶椭圆齿轮为例,其节曲线方程可为:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos(n\varphi)} \quad (20)$$

其中: a 为长半轴,取 26.48 mm; e 为偏心率,取 0.2; n 为阶数,取 2。

选取各轴相关电机参数^[11],见表 1 所列。

表 1 电子齿轮箱运动轴仿真参数

参数	B 轴	C 轴	X 轴
$J/(10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$	7.65	9.79	9.79
$B/(\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	0.032 1	0.028 7	0.028 7
$K_a/(\text{A} \cdot \text{V}^{-1})$	8.567 6	8.567 6	8.567 6
$K_t/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})$	0.567 8	0.567 8	0.567 8

根据图 6 建立的仿真模型及表 1 设定好的相应参数,考虑到实际加工非圆齿轮滚刀转速较低,令主轴 B 转速为 100 r/min,在 Simulink 环境下进行仿真实验,并设定运行采样周期为 1 ms,分别得到补偿前、后位置跟踪误差和齿距误差,如图 7、图 8 所示。

补偿前、后电子齿轮箱控制性能对比见表 2 所列。

从图 7 可以看出,补偿后的 C 轴跟踪误差明显减小,而补偿后的 X 轴位置跟踪误差没有变化。这是因为仿真实验只是对 C 轴进行补偿来降低齿距误差,所以对 X 轴的控制性能没有造成影响。

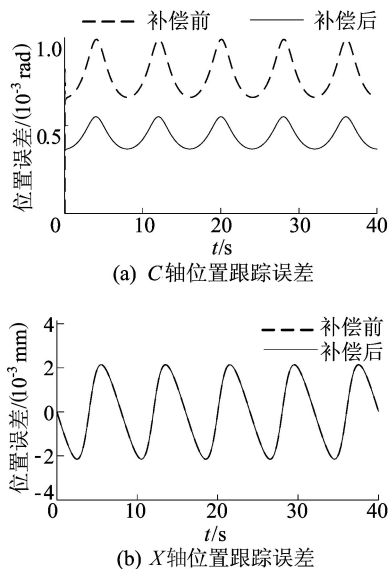


图 7 补偿前、后 C 轴和 X 轴位置跟踪误差的对比

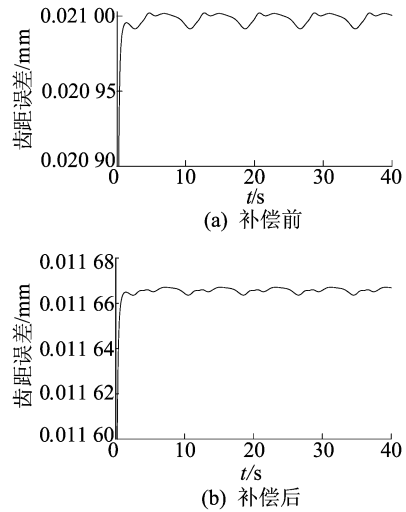


图 8 补偿前、后齿距误差的对比

表 2 补偿前、后电子齿轮箱控制性能对比

控制结构	齿距误差/mm		
	最大值	平均值	标准方差/ 10^{-4}
补偿前结构	0.026 57	0.020 99	1.974
补偿后结构	0.016 03	0.011 66	1.016

从表 2 可以看出,补偿后齿距误差的最大值由 0.026 57 mm 降到 0.016 03 mm,平均值由 0.020 99 mm 降到 0.011 66 mm。

4 结 论

(1) 本文根据非圆齿轮滚齿加工数学模型,构建了非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱运动控制模型,并从几何角度分析推导了电子齿轮箱展成控制误差所引起的非圆齿轮齿距误差。

(2) 根据构建的非圆齿轮齿距误差关系式,建立电子齿轮箱非圆齿轮齿距误差补偿控制器,并将其添加到电子齿轮箱运动控制模型中,构建出非圆齿轮滚齿加工电子齿轮箱齿距误差补偿控制仿真模型。

(3) 研究表明,补偿后的非圆齿轮的齿距误差降为补偿前的 60.33%,补偿后的非圆齿轮的齿距误差平均值降为补偿前的 55.56%。同时也提升了从动轴 C 轴的跟踪精度,由于只对 C 轴进行补偿来降低齿距误差,对 X 轴的控制性能没有造成影响。

[参 考 文 献]

[1] 李渤涛,陈定方.非圆齿轮设计、制造、检测及应用[J].机械工程学报,2020,56(9):55-72.

- [J]. RSC Advances, 2012, 2: 161-167.
- [22] YANK B, YU C X, YU Q N, et al. N-doped carbon xerogels as adsorbents for the removal of heavy metal ions from aqueous solution [J]. RSC Advances, 2015, 5: 7182-7191.
- [23] CONWAY B E, BIRSS V, WOJTOWICZ J. The role and utilization of pseudocapacitance for energy storage by supercapacitors [J]. Journal of Power Sources, 1997, 66: 1-14.
- [24] 刘振宇, 郑经堂, 王茂章, 等. 多孔炭的纳米结构及其解析 [J]. 化学进展, 2001, 13(1): 10-18.
- [25] FRACKOWIAK E, BEGUIN F. Carbon materials for the electrochemical storage of energy in capacitors [J]. Carbon, 2001, 39: 937-950.
- [26] LU Y H, ZHANG S L, YIN J M, et al. Mesoporous activated carbon materials with ultrahigh mesopore volume and effective specific surface area for high performance supercapacitors [J]. Carbon, 2017, 124: 64-71.
- [27] ZHANG L, ZHANG F, YANG X, et al. Porous 3D graphene-based bulk materials with exceptional high surface area and excellent conductivity for supercapacitors [J]. Scientific Reports, 2013, 3: 1408.
- [28] KENNEDY L J, VIJAYA J J, SEKARAN G. Electrical conductivity study of porous carbon composite derived from rice husk [J]. Materials Chemistry and Physics, 2005, 91: 471-476.
- [29] RAJESH M, MANIKANDAN R, PARK S, et al. Pinecone biomass-derived activated carbon: the potential electrode material for the development of symmetric and asymmetric supercapacitors [J]. International Journal of Energy Research, 2020, 44: 8591-8605.
- [30] SEVILLA M, DIEZ N, FERRERO G A, et al. Sustainable supercapacitor electrodes produced by the activation of biomass with sodium thiosulfate [J]. Energy Storage Materials, 2019, 18: 356-365.
- [31] HUANG C C, PUZUY A M, SUN T, et al. Capacitive behaviours of phosphorus-rich carbons derived [J]. Electrochimica Acta, 2014, 137: 219-227.
- [32] LEBEDEVA M V, YELETSKY P M, AYUPOV A B, et al. Micro-mesoporous carbons from rice husk as active materials for supercapacitors [J]. Materials for Renewable and Sustainable Energy, 2015, 4: 20.

(责任编辑 张淑艳)

(上接第 161 页)

- [2] BOUZAKIS K D, LILI E, MICHAELIDIS N, et al. Manufacturing of cylindrical gears by generating cutting processes: a critical synthesis of analysis methods [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2008, 57(2): 676-696.
- [3] TIAN X Q, HAN J, XIA L. A new electronic gearbox for gear hobbing machines [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2016, 230(5): 923-933.
- [4] 史勇, 王生泽. 斜齿非圆齿轮滚齿加工过程仿真研究 [J]. 机械设计, 2015, 32(4): 19-25.
- [5] 王亚洲, 胡赤兵, 邬再新, 等. 非圆齿轮齿距误差分析研究 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2013, 41(6): 7-10.
- [6] TIAN X Q, WU Y, HAN J, et al. Online estimate and compensation of the gear machining error based on electronic gearbox cross-coupling controller [J]. Forschungim Ingenieurwesen, 2019, 83(3): 691-705.
- [7] TIAN X Q, HAN J, XIA L. Precision control and compensation of helical gear hobbing via electronic gearbox cross-coupling controller [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2015, 16(4): 797-805.
- [8] 庄磊. 电子齿轮箱关键控制技术及其应用研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2001.
- [9] 高婷, 韩江, 李大柱, 等. 椭圆族齿轮精度标准建立与偏差测量模型研究 [J]. 机械传动, 2015, 39(9): 11-14.
- [10] 吴路路, 韩江, 田晓青, 等. 无偏差最小二乘法伺服控制系统参数辨识 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(1): 109-113.
- [11] ERKORKMAZ K, ALTINTAS Y. High speed CNC system design. Part II: modeling and identification of feed drives [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001, 41(10): 1487-1509.

(责任编辑 胡亚敏)