

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2023.11.019

以旧换新服务的最优回购支付形式和定价策略

杨爱峰, 尤练, 朱晓宇, 胡小建

(合肥工业大学 管理学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:在实践中,企业通过对拥有旧品的老顾客提供以旧换新服务来提升自身销量与利润。文章假设垄断制造商向老顾客提供 4 种回购支付形式的以旧换新服务,即只有礼品券(G)、只有现金(C)、礼品券和现金供顾客二选一(GC)、礼品券和现金叠加发放(G+C);建立 4 种不同回购支付形式下的以旧换新数学模型,以决策制造商最优的新品价格、旧品回购支付价格和支付形式。研究表明:G、GC、G+C 模型的最优新品价格相同且大于 C 模型;G、GC 模型的最优礼品券回购支付价格相同且大于 G+C 模型;GC、G+C 模型的最优现金回购支付价格相同且小于 C 模型;GC、G+C 模型的最优利润相同且大于 G、C 模型,G、C 模型利润大小取决于旧品残值等参数。

关键词:以旧换新;礼品券;现金;回购支付;定价

中图分类号:F252.21

文献标志码:A

文章编号:1003-5060(2023)11-1555-09

Optimal rebate payments and pricing strategies of trade-in service

YANG Aifeng, YOU Lian, ZHU Xiaoyu, HU Xiaojian

(School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract:In practice, the firms usually offer trade-in services to replacement customers with used products to improve their sales and profits. It assumes in this paper that a monopoly manufacturer offers four types of rebate payments of trade-in service to replacement customers: only gift card card (G), only cash(C), gift card and cash for customers to choose alternatively(GC), and gift and cash (G+C). Four trade-in mathematical models under different types of rebate payments are established to determine the manufacturer's optimal new product price, rebate payment price and rebate payment type. Results show that the optimal new product prices of model G, GC and G+C are the same, and higher than that of model C; the optimal gift card rebate payment prices of model G and GC are the same, and higher than that of model G+C; the optimal cash rebate payment prices of model GC and G+C are the same, and lower than that of model C; the optimal profits of model GC and G+C are the same, and larger than those of model G and C, and the profits of model G and C depend on the residual value of used products and other parameters.

Key words:trade-in; gift card; cash; rebate payment; pricing

以旧换新是指拥有旧品的老顾客在购买新品时将旧品返还企业以享受一定的价格优惠,旧品起着折价券的作用。在实践中,以旧换新不仅能满足顾客更新产品的需求,而且也是增加企业产

品销量和提升利润的重要手段。另外,若回收的旧品品质较高,则可以进入二手市场再流通;若品质不高但主要零部件完好,则零部件可以用于再制造;若破损严重或者含有毒有害物质,则可以进

收稿日期:2021-04-13;**修回日期:**2021-05-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71871076);安徽省自然科学基金杰出青年基金资助项目(2208085J07)

作者简介:杨爱峰(1976—),女,河南濮阳人,博士,合肥工业大学副教授,硕士生导师;
胡小建(1965—),男,安徽怀宁人,博士,合肥工业大学教授,博士生导师。

行集中无害化处理,以实现资源的循环利用,减少环境污染。因此,以旧换新具有显著的经济效益、社会效益和环境效益。例如,苏宁通过开展全渠道以旧换新业务扩大了市场份额,2019年上半年其家电销售中占比达 22.40%,位列第一;在 618 活动期间实施“彩电汰旧换惠民工程”项目中,OLED 彩电和激光电视的销量分别同比增长 189%和 256%。再如,复强发动机有限公司通过回收旧机进行再制造,其董事长胡伯康声称:“发动机再制造既循环又经济,与生产一台新发动机相比,发动机再制造可以节约成本 50%,降低能耗 60%,旧件利用率达 70%~85%。”

新品的价格、产品的耐用性和旧品回收的不便利等因素阻碍了老顾客以旧换新,企业通过提供各种形式的以旧换新服务来吸引消费者再次购买新品。例如,联想商城回收联想品牌及其他主流品牌的笔记本电脑等产品,顾客可以对旧品在线估价,联想上门回收或者免费邮寄,回收交易成功后可获得以旧换新代金券(旧机价值)和额外赠予的优惠券大礼包,用于购买以旧换新专区指定的产品。再如,2016年2月,苹果公司重新启动了“iPhone 年年焕新计划 Apple Care+”,即消费者在购买当代苹果手机时,可以同时购买 Apple Care+。Apple Care+既可以为消费者提供两年低价维修服务和多达 2 次的意外险,又可以在购买该产品后 10~13 个月期间内享受当代产品价格 50%的折扣更换下一代产品。理论上以旧换新应该能有效刺激消费者更换旧产品并进行重复购买,然而事实却不尽然,如苹果公司推出以旧换新项目后,在中国市场的份额不升反降。企业提供的以旧换新服务能否成功取决于多种因素,比如旧品的回购支付形式、旧品的回购价格、新品的价格、旧品的二手市场价格和产品的耐用性等因素,这些因素影响顾客的选择行为和企业的利润。因此,研究以旧换新服务的回购支付形式和定价等问题具有重要的理论意义和实践价值。

近年来,诸多学者对以旧换新策略展开了研究。文献[1]从消费者、闭环供应链的规模和企业 3 个视角分析了消费者以旧换新消费比例变化对供应链各参与方的利润及消费者剩余的影响;文献[2]分析了政府补贴的以旧换新计划下消费者的购买行为和双寡头竞争问题,发现政府补贴并不总能有效地增加二手产品的回收总量;文献[3]从供应链的视角出发,构建了考虑市场细分和消费者效用的策略模型,研究了零售商自主以旧换

新策略选择及相应的供应链决策问题,着重分析市场细分和旧品折旧程度对策略选择、决策和供应链效率的影响;文献[4]研究新老顾客价格一致、新老顾客价格差异化且独立于使用年限、新老顾客价格差异化且依赖于使用年限的 3 种定价方式下的最优定价;文献[5]从消费者效用出发,通过建立单阶段博弈模型对以旧换新策略进行系统分析,从而优化产品的定价和折扣决策以使企业利润最大化;文献[6]根据消费者的购买行为建立线下以旧换新、线上以旧换新和线上线下同时进行以旧换新的模型,对企业在这 3 种模型下产品的定价和以旧换新折扣进行决策,进而对企业在这各情形下企业的最优利润进行了分析;文献[7]考虑零售商提供传统延长保修服务或附加以旧换新的新型延长保修服务,研究延长保修服务类型的选择、2 种延长保修服务类型的最优销售价格以及新型延长保修服务下的最优以旧换新折扣,并将其推广到制造商情形。

以上研究均分析消费者单阶段效用,以下研究则通过分析策略消费者在两阶段甚至多阶段效用最大化时的购买行为来研究企业实施以旧换新的最优策略。文献[8]在考虑以旧换新政策和策略型消费者的背景下,基于策略型消费者的理性预期构建了两阶段动态博弈模型,探讨企业的最优换代与定价策略,并分析新品创新提高程度、旧产品残值和消费者策略性程度对企业最优产品换代策略的影响;文献[9]研究了具有双重参考效应的再制品的以旧换新策略,考虑第 1 代产品的质量和价格对消费者效用的影响,发现参考价格参数和质量参数对制造商利润不同的影响;文献[10]以产品的更新换代为背景建立了两阶段模型,研究了策略型消费者在第 1 阶段购买新产品的行为以及在第 2 阶段以旧换新的行为,分析企业动态定价策略和预告定价策略;文献[11]分析企业通过以旧换再的方式回收旧产品,并对旧产品进行再制造实现产品的更新换代,通过建立两阶段模型分析策略型消费者的购买行为和第 2 代产品的创新水平带来的经济价值和环境价值;文献[12]研究了一个垄断的原始设备制造商在第 1 阶段销售新产品,在第 2 阶段引入以旧换新的两阶段静态和动态定价模型,原始设备制造商对以旧换新回收的旧产品采用 2 种策略:第 1 种是不再制造仅利用旧产品残值的单市场策略;第 2 种是再制造并将再制品销往二级市场或不再制造仅利用旧产品残值的双市场策略。

以上文献对以旧换新策略的研究均没有考虑旧品回购支付形式带来的影响,以下文献通过考虑不同的回购支付形式来研究以旧换新策略。文献[13]假设 B2C 平台给以旧换新的老顾客提供礼品卡或现金券,其中礼品卡只能用于自营商店,现金券在自营和第三方商店都能使用,分析了 B2C 平台提供礼品卡或现金券以及销售努力的最优策略;文献[14]假设企业以旧换新的老顾客提供礼品券或现金,分别建立了单渠道和双渠道情形下的以旧换新模型。

本文在已有研究的基础上,假设垄断制造商销售新品,并为老顾客提供 4 种回购支付形式的以旧换新服务,即只有礼品券(G)、只有现金(C)、礼品券和现金供顾客二选一(GC)、礼品券和现金叠加发放(G+C)。本文首先通过在 4 种不同回购支付形式下分析顾客的效用函数,求得以旧换新、只回收不换新和直接购新等需求;然后构建以制造商总利润最大化为目标、以新品价格和旧品回购价格为决策变量的数学模型;最后通过解析方法及数值算例对 4 种模型进行比较和灵敏度分析。本文主要解决了以下问题:① 确定顾客的最优购买选择;② 确定制造商的最优新品价格和旧品回购价格;③ 确定制造商的最优回购支付形式和适用条件。

1 模型假设与描述

本文假设一个垄断制造商以零售价格 p 销售新品,按照顾客是否持有旧品将其分为新顾客和老顾客,潜在市场规模分别为 γ 和 $1-\gamma$,所有的顾客对新品的估值为 θ , θ 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布。对于新顾客,购买产品的效用 $u_n = \theta - p$,当 $u_n > 0$ 时,新顾客将购买产品,否则继续等待,因此新顾客购买产品的需求为 $q_n = \gamma \int_p^1 d\theta = \gamma(1-p)$ 。对于老顾客,制造商提供 G、C、GC、G+C 4 种回购支付形式的以旧换新服务。礼品券和现金的主要区别是礼品券只能用于产品以旧换新时抵扣使用,礼品券存在过期、丢失等风险,将导致在换新时无法使用礼品券。假设礼品券的兑换率为 $\beta(0 < \beta < 1)$ 。另外,假设制造商单位生产成本为 c ,回收旧品的残值为 v 。为下文表述更加简洁,本文作以下假设:

$u_1^i = \delta\theta$; $u_3^i = \theta - p^i + (1-s)\delta\theta$; $u_4^i = r_c^j$ 。
其中: i 为 G,C,GC,G+C; j 为 C,GC,G+C; δ 为产品的耐用系数, δ 越小表示产品的耐用程度越低,产品随时间而丧失的价值越多, $0 < \delta < 1$; s 为

新旧产品的可替代水平, $s=1$ 表示品完全替代旧品, $s=0$ 表示新品和旧品完全独立, $0 < s < 1$ 。

在 G 回购支付形式下,老顾客有以下 3 种选择:

- 1) 继续使用旧品,其效用为 u_1^G 。
- 2) 以旧换新,即老顾客将旧品返还给制造商,可获得礼品券 r_g^G ,在购买新品时可以抵扣使用,其效用为 $u_2^G = \theta - p^G + \beta r_g^G$ 。
- 3) 直接购新,其效用为 u_3^G 。

在 G 回购支付形式下,老顾客的选择及相应的效用如图 1 所示,其选择的无差异点见表 1 所列。

因此,老顾客的以旧换新的需求为 $q_2^G = (1-\gamma)(\theta_2 - \theta_1)$,老顾客直接购新的需求为 $q_3^G = (1-\gamma)(1-\theta_2)$ 。其中, θ_1 、 θ_2 分别表示在 G 回购支付形式下继续使用与以旧换新的无差异点、以旧换新与直接购新的无差异点。

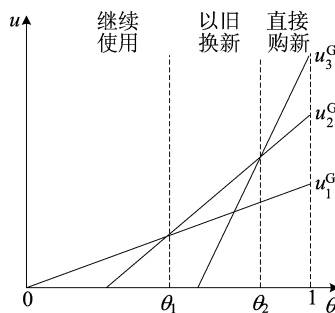


图 1 G 回购支付形式下老顾客的选择及相应的效用

表 1 各回购支付形式下老顾客选择的无差异点

回购支付形式	回收不换新	继续使用与以旧换新	以旧换新与直接购新
G		$\theta_1 = \frac{p^G - \beta r_g^G}{1-\delta}$	$\theta_2 = \frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta}$
C	$\theta_3 = \frac{r_c^C}{\delta}$	$\theta_4 = \frac{p^C - r_c^C}{1-\delta}$	$\theta_5 = \frac{r_c^C}{(1-s)\delta}$
GC	$\theta_6 = \frac{r_c^{GC}}{\delta}$	$\theta_7 = \frac{p^{GC} - \beta r_g^{GC}}{1-\delta}$	$\theta_8 = \frac{\beta r_g^{GC}}{(1-s)\delta}$
G+C	$\theta_9 = \frac{r_c^{G+C}}{\delta}$	$\theta_{10} = \frac{p^{G+C} - \beta r_g^{G+C} - r_c^{G+C}}{1-\delta}$	$\theta_{11} = \frac{\beta r_g^{G+C} + r_c^{G+C}}{(1-s)\delta}$

在 C 回购支付形式下,老顾客有 4 种选择:

- 1) 继续使用旧品,其效用为 u_1^C ;
- 2) 以旧换新,即老顾客将旧品返还给制造商,获得现金 r_c^C 后换新,其效用为 $u_2^C = \theta - p^C + r_c^C$;
- 3) 直接购新,其效用为 u_3^C ;
- 4) 只回收不换新,即老顾客将旧品返还给制

造商由于某种原因老顾客获得现金 r_c^C 后不换新(例如,老顾客去购买其他企业的产品),其效用为 u_4^C 。

在 C 回购支付形式下,老顾客的选择及相应效用如图 2 所示,其选择的无差异点见表 1 所列。因此,老顾客以旧换新的需求为 $q_2^C = (1-\gamma)(\theta_5 - \theta_4)$,老顾客直接购新的需求为 $q_3^C = (1-\gamma)(1 - \theta_5)$ 。老顾客只回收不换新的需求为 $q_4^C = (1-\gamma)\theta_3$ 。其中 $\theta_3, \theta_4, \theta_5$ 分别表示在 C 回购支付形式下只回收不换新与继续使用的无差异点、继续使用与以旧换新的无差异点、以旧换新与直接购新的无差异点。

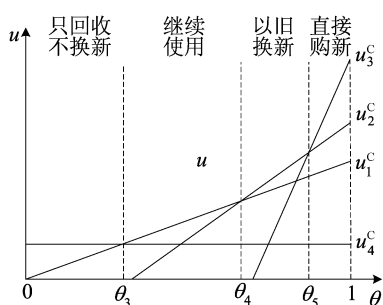


图 2 C 回购支付形式下老顾客的选择及相应的效用

在 GC 回购支付形式下,老顾客将旧品返还给制造商,制造商提供礼品券 r_g^{GC} 和现金 r_c^{GC} 供老顾客二选一,假设 $r_c^{GC} < \beta r_g^{GC}$ (因为老顾客选择礼品券和现金以旧换新的效用分别为 $\theta - p^{GC} + \beta r_g^{GC}$ 和 $\theta - p^{GC} + r_c^{GC}$,所以若 $r_c^{GC} \geq \beta r_g^{GC}$,则老顾客不会选择礼品券,从而 GC 回购支付形式与 C 回购支付形式相同),因此,老顾客在 GC 回购支付形式下有 4 种选择:

- 1) 继续使用旧品,其效用为 u_1^{GC} 。
- 2) 选择礼品券以旧换新,其效用为 $u_2^{GC} = \theta - p^{GC} + \beta r_g^{GC}$ 。
- 3) 直接购新,其效用为 u_3^{GC} 。
- 4) 回收选择现金后不换新,其效用为 u_4^{GC} 。

在 GC 回购支付形式下,老顾客的选择及相应效用与图 2 相似,只需在图 2 中把 $\theta_3, \theta_4, \theta_5$ 分别换成 $\theta_6, \theta_7, \theta_8$ 即可,其选择的无差异点见表 1 所列。因此,老顾客以旧换新需求为 $q_2^{GC} = (1-\gamma)(\theta_8 - \theta_7)$,老顾客直接购新的需求为 $q_3^{GC} = (1-\gamma)(1 - \theta_8)$,老顾客只回收不换新的需求为 $q_4^{GC} = (1-\gamma)\theta_6$ 。

在 G+C 回购支付形式下,老顾客将旧品回收给制造商,老顾客可同时获得供礼品券 r_g^{G+C} 和

现金 r_c^{G+C} ,因此,老顾客在 G+C 回购支付形式下有 4 种选择:

- 1) 继续使用旧品,其效用为 u_1^{G+C} 。
- 2) 以旧换新,其效用为 $u_2^{G+C} = \theta - p^{G+C} + \beta r_g^{G+C} + r_c^{G+C}$ 。
- 3) 直接购新,其效用为 u_3^{G+C} 。
- 4) 只回收不换新,其效用为 u_4^{G+C} 。

在 G+C 回购支付形式下,老顾客的选择及相应效用与图 2 相似,只需在图 2 中把 $\theta_3, \theta_4, \theta_5$ 分别换成 $\theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}$ 即可,其选择的无差异点见表 1 所列。因此,老顾客以旧换新需求为 $q_2^{G+C} = (1-\gamma)(\theta_{11} - \theta_{10})$,老顾客直接购新的需求为 $q_3^{G+C} = (1-\gamma)(1 - \theta_{11})$,老顾客只回收不换新的需求为 $q_4^{G+C} = (1-\gamma)\theta_9$ 。

2 模型的建立与求解

2.1 G 模型

在 G 模型中,制造商对老顾客只提供礼品券回购支付形式的以旧换新,需要决策新品的零售价格 p^G 和礼品券 r_g^G ,其利润函数如下:

$$\max_{p^G, r_g^G} \pi^G = (p^G - c)q_n + (p^G - \beta r_g^G - c + v)q_2^G + (p^G - c)q_3^G \quad (1)$$

式(1)中:第 1 项为制造商将产品销售给新顾客获得的利润;第 2 项为制造商从老顾客以旧换新获得的利润;第 3 项为从老顾客直接购新获得的利润。

命题 1 在 G 模型中,制造商的最优定价决策为:

$$p^{G*} = \frac{c}{2} + \frac{1 - \delta s}{2(1 - \delta \gamma s)},$$

$$r_g^{G*} = \frac{v}{2\beta} + \frac{\delta(1-s)}{2\beta(1-\delta\gamma s)}.$$

证明 将 $q_n = \gamma(1-p)$, $q_2^G = (1-\gamma) \times \left[\frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta} - \frac{p^G - \beta r_g^G}{1-\delta} \right]$ 和 $q_3^G = (1-\gamma) \left[1 - \frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta} \right]$ 代入式(1),分别求 π^G 关于 p^G 和 r_g^G 的一阶偏导数,得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^G}{\partial p^G} &= \gamma(1 - 2p^G + c) + \\ &(1-\gamma) \left[\frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta} - \frac{p^G - \beta r_g^G}{1-\delta} \right] - \\ &\frac{(1-\gamma)(p^G - \beta r_g^G - c + v)}{1-\delta} + \\ &(1-\gamma) \left[1 - \frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta} \right], \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \pi^G}{\partial r_g^G} = -\beta(1-\gamma) \left[\frac{\beta r_g^G}{(1-s)\delta} - \frac{p^G - \beta r_g^G}{1-\delta} \right] + (1-\gamma)(p^G - \beta r_g^G - c + v) \left[\frac{\beta}{(1-s)\delta} + \frac{\beta}{1-\delta} \right] - \frac{\beta(1-\gamma)(p^G - c)}{(1-s)\delta}.$$

进一步求得 π^G 关于 p 和 r_g 的 Hessian 矩阵为:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \pi^G}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 \pi^G}{\partial p \partial r_g^G} \\ \frac{\partial^2 \pi^G}{\partial r_g^G \partial p} & \frac{\partial^2 \pi^G}{\partial r_g^G^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\gamma - \frac{2(1-\gamma)}{1-\delta} & \frac{2\beta(1-\gamma)}{1-\delta} \\ \frac{2\beta(1-\gamma)}{1-\delta} & -2\beta^2(1-\gamma) \left[\frac{1}{1-\delta} + \frac{1}{(1-s)\delta} \right] \end{bmatrix}.$$

显然, $h_{11} = -2\gamma - \frac{2(1-\gamma)}{1-\delta} < 0$, $|\mathbf{H}| = \frac{4\beta^2\gamma(1-\gamma)}{1-\delta} + \frac{2\beta^2(1-\gamma)}{\delta(1-s)} \left[\frac{2(1-\gamma)}{1-\delta} + 2\gamma \right] > 0$, 即 Hessian 矩阵负定, 因此 π^G 是关于 p^G 和 r_g^G 的凸函数。根据一阶条件, 联立 $\frac{\partial \pi^G}{\partial p^G} = 0$ 和 $\frac{\partial \pi^G}{\partial r_g^G} = 0$ 得到最优解 p^{G*} 和 r_g^{G*} 。

由命题 1 可以得到 G 回购支付形式下最优需求为:

$$q_n^{G*} = \gamma \left[\frac{1-c}{2} + \frac{\delta s(1-\gamma)}{2(1-\delta\gamma s)} \right],$$

$$q_2^{G*} = (1-\gamma) \left[\frac{v(1-\delta s - \delta\gamma s + \delta^2\gamma s^2)}{2\delta(1-\delta)(1-s)(1-\delta\gamma s)} - \frac{c(1-s-\delta\gamma s + \delta\gamma s^2)}{2(1-\delta)(1-s)(1-\delta\gamma s)} \right],$$

$$q_3^{G*} = (1-\gamma) \left[\frac{1-2\delta\gamma s}{2(1-\delta\gamma s)} - \frac{v}{2\delta(1-s)} \right].$$

2.2 C 模型

在 C 模型中, 制造商对老顾客仅提供现金回购支付形式的以旧换新, 需要决策新品的零售价格 p^C 和现金 r_c^C , 其利润函数如下:

$$\max_{p^C, r_c^C} \pi^C = (p^C - c)q_n + (p^C - r_c^C - c + v)q_2^C + (p^C - c)q_3^C + (v - r_c^C)q_4^C \quad (2)$$

其中: 前 3 项的含义与式(1)各项的含义相同; 第 4 项为制造商从老顾客只回收不换新获得的利润。

命题 2 在 C 模型中, 制造商的最优定价决策为:

$$p^{C*} = \frac{c}{2} + \frac{2-\delta-s}{2(2-s-\delta\gamma)},$$

$$r_c^{C*} = \frac{v}{2} + \frac{\delta(1-s)}{2(2-s-\delta\gamma)}.$$

命题 2 的证明与命题 1 类似, 此处略去。由命题 2 可得 C 回购支付形式下最优需求为:

$$q_n^{C*} = \frac{1-c}{2} + \frac{\delta(1-\gamma)}{2(2-s-\delta\gamma)},$$

$$q_2^{C*} = \frac{\gamma(1-\gamma)(2-s-\delta\gamma + \delta^2\gamma s - 2\delta s + \delta s^2)}{2\delta(1-\delta)(1-s)(2-s-\delta\gamma)} + \frac{(1-\gamma)[\delta(\delta\gamma - \delta\gamma s - s^2 - 2 + 3s) - \delta(1-\delta)(1-s^2)]}{2\delta(1-\delta)(1-s)(2-s-\delta\gamma)},$$

$$q_3^{C*} = (1-\gamma) \left[\frac{3-2s-2\delta\gamma}{2(2-s-\delta\gamma)} - \frac{v}{2\delta(1-s)} \right],$$

$$q_4^{C*} = (1-\gamma) \left[\frac{v}{2\delta} + \frac{1-s}{2(2-s-\delta\gamma)} \right].$$

2.3 GC 模型

在 GC 模型中, 制造商向老顾客提供礼品券和现金 2 种回购支付形式以供二选一, 需要决策新品的零售价格 p^{GC} 、礼品券 r_g^{GC} 和现金 r_c^{GC} , 其利润函数为:

$$\max_{p^{GC}, r_g^{GC}, r_c^{GC}} \pi^{GC} = (p^{GC} - c)q_n + (p^{GC} - \beta r_g^{GC} - c + v)q_2^{GC} + (p^{GC} - c)q_3^{GC} + (v - r_c^{GC})q_4^{GC} \quad (3)$$

其中, 各项的含义与式(2)各项的含义相同。

命题 3 在 GC 模型中, 制造商的最优定价决策为:

$$p^{GC*} = \frac{c}{2} + \frac{1-\delta s}{2(1-\delta\gamma s)}, r_c^{GC*} = \frac{v}{2},$$

$$r_g^{GC*} = \frac{v}{2\beta} + \frac{\delta(1-s)}{2\beta(1-\delta\gamma s)}.$$

命题 3 的证明与命题 1 类似, 此处略去。由命题 3 可得 GC 回购支付形式下最优需求为:

$$q_n^{GC*} = \gamma \left[\frac{1-c}{2} + \frac{\delta s(1-\gamma)}{2(1-\delta\gamma s)} \right],$$

$$q_2^{GC*} = (1-\gamma) \left[\frac{v(1-\delta s - \delta\gamma s + \delta^2\gamma s^2)}{2\delta(1-\delta)(1-s)(1-\delta\gamma s)} - \frac{c(1-s-\delta\gamma s + \delta\gamma s^2)}{2(1-\delta)(1-s)(1-\delta\gamma s)} \right],$$

$$q_3^{GC*} = (1-\gamma) \left[\frac{1-2\delta\gamma s}{2(1-\delta\gamma s)} - \frac{v}{2\delta(1-s)} \right],$$

$$q_4^{GC*} = (1-\gamma) \frac{v}{2\delta}.$$

2.4 G+C 模型

在 G+C 模型中, 制造商同时向老顾客提供礼品券和现金 2 种回购支付形式以供叠加使用, 需要决策新品的零售价格 p^{G+C} 、礼品券 r_g^{G+C} 和现金 r_c^{G+C} , 其利润函数如下:

$$\max_{p^{G+C}, r_g^{G+C}, r_c^{G+C}} \pi^{G+C} = (p^{G+C} - c)q_n +$$

$$\begin{aligned} & (p^{G+C} - \beta r_g^{G+C} - r_c^{G+C} - c + v)q_2^{G+C} + \\ & (p^{G+C} - c)q_3^{G+C} + (v - r_c^{G+C})q_4^{G+C} \quad (4) \end{aligned}$$

其中,各项与式(2)各项的含义相同。

命题 4 在 G+C 模型中,制造商的最优定价决策为:

$$\begin{aligned} p^{(G+C)*} &= \frac{c}{2} + \frac{1-\delta s}{2(1-\delta\gamma s)}, r_c^{(G+C)*} = \frac{v}{2}, \\ r_g^{(G+C)*} &= \frac{\delta(1-s)}{2\beta(1-\delta\gamma s)} \end{aligned}$$

命题 4 的证明与命题 1 类似,此处略去。由命题 4 可得:

$$\begin{aligned} q_n^{(G+C)*} &= q_n^{GC*}, \\ q_2^{(G+C)*} &= q_2^{GC*}, q_3^{(G+C)*} = q_3^{GC*}, q_4^{(G+C)*} = q_4^{GC*}. \end{aligned}$$

2.5 模型比较

由命题 1~命题 4 易得推论 1~推论 4。各模型下最优新品价格和旧品回购支付价格的比较见推论 1。

推论 1 1) $p^{C*} < p^{G*} = p^{GC*} = p^{(G+C)*}$;

2) $r_g^{G*} = r_g^{GC*} > r_g^{(G+C)*}, r_c^{GC*} = r_c^{(G+C)*} < r_c^{C*}, \beta r_g^{(G+C)*} + r_c^{G+C*} = \beta r_g^{GC*}, r_c^{C*} < \beta r_g^{GC*}$ 。

由推论 1 中 1)可知,G、GC、G+C 模型的最优新品价格相同,且大于 C 模型,这是由于在 C 模型下,老顾客回收旧品后获得的是现金,会有更多动机选择只回收不换新,制造商为了吸引老顾客以旧换新或者直接购新,将降低新品价格。

由推论 1 中 2)可知,G、GC 模型的最优礼品券价格相同,且大于 G+C 模型,这是由于在 G、G+C 模型下,以旧换新的老顾客都是选择礼品券,该部分市场需求及边际收益相同,因此制造商的最优礼品券价格相同;另外,在 G+C 模型下,以旧换新的老顾客不仅获得礼品券还有现金,因此制造商的最优礼品券价格要比 G、GC 模型的低。GC、G+C 模型的最优现金支付相同,且小于 C、G+C 模型的最优礼品券和现金支付之和与 GC 模型的礼品券支付相同,这是由于在 G+C 模型下只回收不换新的老顾客无法使用礼品券,与 GC 模型下的情况相同,该部分市场需求及边际收益相同;另外,以旧换新的老顾客市场需求及边际收益也相同,因此制造商设置的最优现金支付价格相同,G+C 模型下最优的礼品券和现金支付之和与 GC 模型下的礼品券支付相同;在 C 模型下,制造商决策的最优现金支付价格不仅要吸引老顾客只回收不换新,还要吸引以旧换新,因此需要制定更高的现金支付价格。C 模型的现金支

付价格比 GC 模型的礼品券回购支付价格低,这是由于在 GC 模型下,选择现金支付的老顾客只回收不换新,制造商更希望老顾客回收旧品后换新,于是制造商通过提高礼品券价格以吸引老顾客以旧换新。

各模型下各顾客市场最优需求的比较见推论 2,由前文可知,G+C 模型下各顾客市场最优需求与 GC 模型相同,此处不再分析 G+C 模型。

推论 2 1) $q_n^{G*} = q_n^{GC*}, q_n^{C*} > q_n^{GC*}$;

2) $q_2^{G*} = q_2^{GC*}, q_2^{C*} < q_2^{GC*}$;

3) 当 $s > 1 - \delta\gamma$ 时, $q_2^{GC*} + q_4^{GC*} > q_2^{C*} + q_4^{C*}$;

当 $s < 1 - \delta\gamma$ 时, $q_2^{GC*} + q_4^{GC*} < q_2^{C*} + q_4^{C*}$;

4) $q_3^{G*} = q_3^{GC*}, q_3^{C*} > q_3^{GC*}$ 。

由推论 2 中 1)可知,G、GC 模型的新顾客最优购买需求相同且低于 C 模型的新顾客的购买需求,可以由推论 1 中的 $p^{G*} = p^{GC*}$ 和 $p^{C*} < p^{GC*}$ 解释。

推论 2 中 2)可知,G、GC 模型的老顾客最优以旧换新需求相同,可以由推论 1 中的 $p^{G*} = p^{GC*}$ 和 $r_g^{G*} = r_g^{GC*}$ 解释,C 模型的老顾客最优以旧换新需求低于 GC 模型,是由推论 1 中的 $p^{C*} < p^{GC*}$ 和 $r_c^{C*} < \beta r_g^{GC*}$ 共同影响。

由推论 2 中 3)可知,当新旧产品的替代水平超过特定阈值时,GC 模型的最优回收量高于 C 模型;反之,GC 模型的最优回收量低于 C 模型,这是由于随着新旧产品的替代水平的增加,在 C 模型下的老顾客更偏向于通过选择以旧换新获得新品,从而导致老顾客只回收不换新的需求减少;但在 GC 模型下老顾客是根据现金 r_c 选择只回收不换新,与 s 无关,因此当 s 超过特定阈值时, $q_4^{GC} > q_4^C, q_2^{GC} > q_2^C$,可得 $q_2^{GC*} + q_4^{GC*} > q_2^{C*} + q_4^{C*}$ 。

由推论 2 中 4)可知,G、GC 模型的老顾客最优直接购新需求相同,可以由推论 1 中的 $r_g^{G*} = r_g^{GC*}$ 解释;C 模型下老顾客最优直接购新需求高于 GC 模型,可以由推论 1 中的 $r_c^{C*} < \beta r_g^{GC*}$ 解释。

各模型下制造商最优利润的比较见推论 3。

推论 3 $\pi^{GC*} = \pi^{G+C*}, \pi^{GC*} > \pi^{G*}, \pi^{GC*} > \pi^{C*}$; 当 $v < \frac{\delta(1-s)}{\sqrt{(2-s-\delta\gamma)(1-\delta\gamma s)}}$ 时, $\pi^{G*} > \pi^{C*}$;

反之, $\pi^{G*} < \pi^{C*}$ 。

由推论 3 可知,GC、G+C 模型的制造商最优

利润相同,这是由于在这 2 个模型中各顾客市场需求及边际收益相同。GC 模型的制造商最优利润高于 G 模型,这是由于在这 2 个模型中,新品价格、礼品券价格、新品需求、老顾客以旧换新需求、直接购新需求相同,且在 GC 模型中,老顾客可以只回收不换新,制造商增加了从该部分老顾客处获得的利润。GC 模型的制造商最优利润高于 C 模型,这是由于 GC 模型下顾客可以根据自己是否换新来决定是选择现金还是礼品券,从而可以吸引更多的老顾客回收,制造商可以获得更多的利润。当旧品的残值小于特定阈值时,G 模型的制造商最优利润高于 C 模型,反之,低于 C 模型,这是由于在 C 模型下比 GC 模型下的老顾客多了只回收不换新的选择,当旧品残值较大时,制造商更有动力回收旧品,从而获得更多的利润。

推论 4 各模型下的新品价格和旧品回购支付价格随参数的变化趋势见表 2 所列。表 2 中: ↑表示增加; ↓表示减少;—表示不变。

表 2 新品价格和旧品回购支付价格随参数的变化趋势

参数	p^{G*}	p^{C*}	$p^{(G+C)*}$	r_g^{G*}	$r_g^{(G+C)*}$	r_c^{GC*}	r_c^{C*}
c	↑	↑	—	—	—	—	—
δ	↓	↓	↑	↑	—	—	↑
s	↓	↓	↓	↓	—	—	↓
γ	↑	↑	↑	↑	—	—	↑
v	—	—	↑	—	↑	—	↑
β	—	—	↓	↓	—	—	—

由推论 4 可知,无论采用何种回购支付形式,随着生产成本 c 的增加,制造商将提高新品价格来获利。随着产品耐用系数 δ 的增加,老顾客以旧换新和直接购新的意愿降低,制造商将降低新品价格和旧品回购支付价格来促进老顾客以旧换新和直接购新。随着新旧产品替代水平 s 的增加,老顾客将不愿意保留旧品,更偏好于通过以旧换新或只回收不换新的方式将旧品回收给制造商,即旧品的供应量增加,从而制造商将降低旧品的回购支付价格,旧品回购支付价格的降低会抑制老顾客换新需求,制造商为提高从老顾客处获得利润,将通过降低新品价格来吸引老顾客换新。随着新顾客市场规模 γ 的增加,新顾客市场是卖方市场,制造商会提高新品价格从而获得较多的利润,新品价格的增加会抑制老顾客换新,制造商将提高旧品回购支付价格吸引老顾客换新,从而

增加从老顾客市场处获得的利润。随着旧品残值 v 的增加,制造商将更有动力回收旧品,制造商将提高旧品回购支付价格吸引老顾客参与回收,从而增加从老顾客市场获得的利润。随着礼品券兑换率 β 的增加,制造商从老顾客以旧换新获得的利润降低,制造商将降低旧品回购支付价格增加从老顾客市场获得的利润。

3 算例分析

由于利润函数的表达式过于复杂,本文将运用数值算例分析 c, δ, s, γ, v 等参数对制造商最优利润的影响。由推论 3 可知,GC、G+C 模型下的制造商最优利润,此处不再分析 G+C 模型。各参数灵敏度分析的取值设置见表 3 所列,在给定取值设置时,参数 c, δ, s, γ, v 对制造商最优利润灵敏度分析如图 3~图 7 所示。

表 3 各参数灵敏度分析的取值设置

取值	c	δ	s	γ	v
c	(0.1, 0.8)	0.3	0.5	0.6	0.2
δ	0.2	(0.26, 0.80)	0.5	0.6	0.2
s	0.2	0.3	(0.3, 0.8)	0.6	0.2
γ	0.2	0.3	0.5	(0, 1.0)	0.2
v	0.2	0.3	0.5	0.6	(0.08, 0.22)

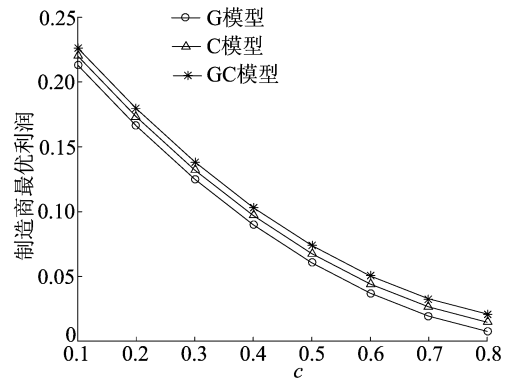


图 3 c 对制造商最优利润灵敏度分析

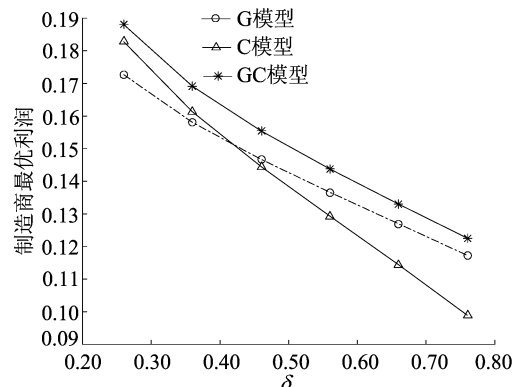


图 4 δ 对制造商最优利润灵敏度分析

由图 3 可知,随着 c 的增加,各种回购支付形式下制造商的最优利润下降,这是由于随着生产成本的增加,使得制造商提高产品的零售价格,从而降低了顾客的购买意愿,导致制造商的最优利润下降。

由图 4 可知,随着 δ 的增加,各种回购支付形式下制造商的最优利润下降,这是因为随着产品耐用系数的增大,老顾客对旧品的感知价值增高,更多的老顾客选择继续使用旧品而不是换新或者回收,制造商从老顾客处获得的利润将降低,所以制造商的最优利润会下降。

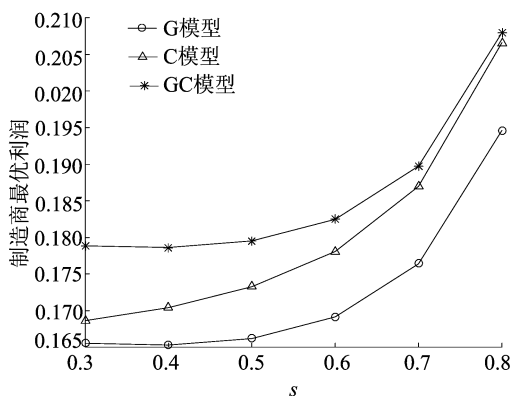


图 5 s 对制造商最优利润灵敏度分析

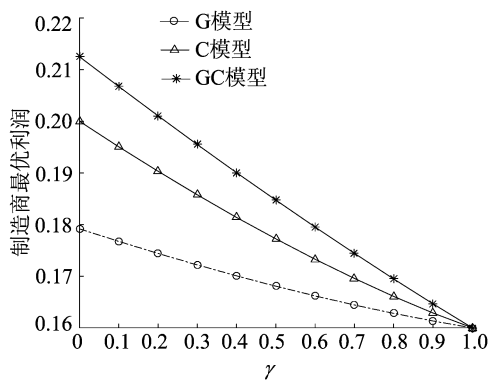


图 6 γ 对制造商最优利润灵敏度分析

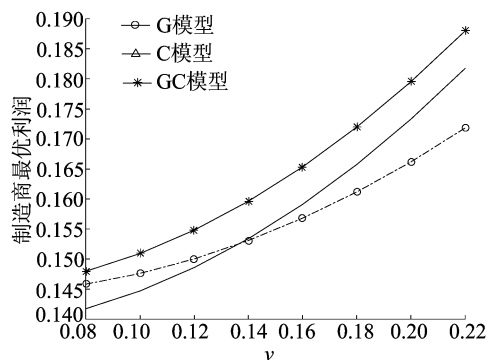


图 7 v 对制造商最优利润灵敏度分析

由图 5 可知,随着 s 的增加,各种回购支付形式下制造商的最优利润增加,这是由于随着新旧产品替代水平的增大,老顾客降低了保留旧品的欲望,更多的老顾客不愿意直接购新而愿意对旧品回收,这样制造商从老顾客以旧换新及回收获得利润的增加量超过了直接购新获得利润的减少量,所以制造商的最优利润会增加。

由图 6 可知,随着 γ 的增加,各种回购支付形式下制造商的最优利润减少,这是由于随着新顾客市场规模的增大,老顾客市场规模减小,制造商从新顾客处获得的利润增加,从老顾客处获得的利润降低,其综合影响结果导致制造商的利润下降。

由图 7 可知,随着 v 的增加,各种回购支付形式下制造商的最优利润增加,这是由于随着旧品残值的增大,制造商将从老顾客回收旧品中获利更多,促使制造商更有实施以旧换新或回收的动力,从而导致制造商的利润增加。

4 结 论

本文基于制造商提供的不同回购支付形式建立了 4 种以旧换新数学模型,其目的是帮助制造商决策最优的新品价格、最优的旧品回购支付价格以及选择最优的回购支付形式,主要的研究结论如下:

1) G、GC、G+C 模型下的最优新品价格相同,且大于 C 模型;对于以旧换新的老顾客来说,G、GC、G+C 模型中提供的回购支付价格相同并且高于 C 模型;对于只回收不换新的老顾客来说,GC、G+C 模型提供的现金回收价格相同但低于 C 模型。

2) GC、G+C 模型相对应的各部分顾客市场最优需求相同;G、GC 模型的最优新品需求及直接换新需求相同,并且低于 C 模型;G、GC 模型的最优以旧换新需求相同并且高于 C 模型;GC、C 模型的最优回收需求的大小依赖于新旧产品替代水平 s 等参数。

3) GC、G+C 模型的最优利润相同,并且高于 G 模型和 C 模型,G、C 模型的最优利润大小不定,随着参数而改变,为制造商提供多种形式以旧换新供顾客选择作为参考。

4) 随着生产成本的增加,最优新品价格增加,制造商最优利润降低;随着产品耐用系数的增加,最优旧品回购支付价格增加,最优新品价格和制造商最优利润降低;随着新旧产品替代水平的

增加,最优新品价格和最优旧品回购支付价格降低,制造商最优利润提高;随着新顾客市场规模的增加,最优新品价格和最优旧品回购支付价格增加,制造商最优利润降低;随着旧品残值的增加,最优旧品回购支付价格和制造商最优利润提高;随着礼品券兑换率的增加,最优旧品回购支付价格降低。

基于本文构建的模型,还可以从以下几个方面进行研究:

1) 本文假设旧品残值、耐用系数与其使用年限等无关,可以进一步考虑当旧品残值、耐用系数与其使用年限等相关时,制造商如何决策最优定价及回购支付形式。

2) 本文只考虑了一个垄断的制造商,可以进一步从供应链视角研究水平竞争和垂直竞争环境下各供应链参与方的最优决策。

3) 本文研究的是单阶段以旧换新,可以进一步考虑制造商对回收的旧品实施再制造并投入到市场中,新品和再制品之间有一定的替代关系,消费者需要在新品和再制品之间进行权衡。

4) 对于制造商来说,对回收的旧品进行再制造可以降低生产成本,因此可以为再制品设置较低的价格或较高的旧品回购价格,以此满足不同消费者的购买需求,在再制品的存在的情况下,探讨回购支付形式可能会出现与本文不同的结论。

[参 考 文 献]

- [1] 马卫民,赵璋. 以旧换新消费比例对闭环供应链的影响[J]. 运筹与管理,2014,23(4):12-18.
- [2] ZHU X X, WANG M M, CHEN G F, et al. The effect of implementing trade-in strategy on duopoly competition[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 248(3): 856-868.
- [3] 颜波,李鸿媛,王滔,等. 考虑市场细分的零售商自主以旧换新策略研究[J]. 管理科学学报,2017,20(3):120-136.
- [4] RAY S, BOYACI T, ARAS N. Optimal price and trade-in rebates for durable, remanufacturable products[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2005, 7(3): 208-228.
- [5] 吴鹏. 考虑以旧换新的定价策略优化模型[J]. 系统工程理论与实践,2014,34(5):1188-1195.
- [6] CAO K Y, WANG J, DOU G W, et al. Optimal trade-in strategy of retailers with online and offline sales channels [J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 123: 148-156.
- [7] BIAN Y, XIE J, ARCHIBALD T W, et al. Optimal extended warranty strategy: offering trade-in service or not? [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 278(1): 240-254.
- [8] 刘靛晨,陈丽华,翟昕. 企业考虑以旧换新时的最优产品更新换代策略[J]. 管理学报,2018,15(6):908-917.
- [9] MA P, GONG Y, MIREHANDANI P. Trade-in for remanufactured products: pricing with double reference effects [J]. International Journal of Production Economics, 2020, 230: 107800.
- [10] LIU J, ZHAI X, CHEN L. Optimal pricing strategy under trade-in program in the presence of strategic consumers [J]. Omega, 2019, 84: 1-17.
- [11] ZHANG F, ZHANG R. Trade-in remanufacturing, customer purchasing behavior, and government policy [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(4): 601-616.
- [12] LI Y, FENG L, GOVINDAN K, et al. Effects of a secondary market on original equipment manufactures' pricing, trade-in remanufacturing, and entry decisions [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 279(3): 751-766.
- [13] CAO K, XU X, BIAN Y, et al. Optimal trade-in strategy of business-to-consumer platform with dual-format retailing model [J]. Omega, 2019, 82: 181-192.
- [14] CAO K, HANG, XU B, et al. Gift card payment or cash payment; which payment is suitable for trade-in rebate [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2020, 134: 101857.

(责任编辑 李 凯)